

1. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2, k < -1$

② $k > 3, k < -1$

③ $k > 1, k < -1$

④ $k > 3, k < -2$

⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{에서}$$

$$D = (1 - k)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > 3 \text{ 또는 } k < -1$$

2. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$

② $m < 1, m > 5$

③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$

⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

3. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a + 2)^2 + 2(b - 1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

4. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면

$4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.

$$D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$$

$$\therefore k = 3 (\because k > 0)$$

5. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 정수 k 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

이차방정식 $y = x^2 - 2(k-1)x + 9 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때 $D < 0$ 이어야 한다.

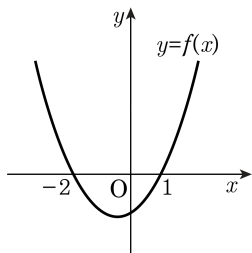
$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 9 < 0$$

$$k^2 - 2k - 8 < 0, (k+2)(k-4) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 4$$

따라서, k 값 중 정수인 것은 $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

6. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근의 합이 5 가 되도록 하는 상수 a 의 값은?



- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

해설

$y = f(x+a)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-a$ 만큼 평행이동한 것이다.

$y = f(x)$ 이 그래프가

x 축과 만나는 점의 좌표가 $-2, 1$ 이므로

$y = f(x+a)$ 의 그래프가

x 축과 만나는 점의 좌표는 $-2-a, 1-a$

따라서, 방정식 $f(x+a) = 0$ 의 두 실근이

$-2-a, 1-a$ 이고

그 합이 5 이므로 $-2-a+1-a=5$

$\therefore a = -3$

7. 이차함수 $y = x^2 + ax + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 3x - 8$ 이 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $-5 < a < -1$

② $-3 < a < 9$

③ $-1 < a < 4$

④ $2 < a < 6$

⑤ $4 < a < 7$

해설

이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 3x - 8$,

즉 $x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$ 이 이차방정식이 허근을 가져야 하므로

$$D = (a - 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$$

$$a^2 - 6a - 27 < 0$$

$$(a + 3)(a - 9) < 0$$

$$\therefore -3 < a < 9$$

8. 이차함수 $y = x^2 - ax + k^2 + 2k$ 의 그래프와 직선 $y = 2kx + b$ 가 k 의 값에 관계없이 서로 접할 때, 실수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -6

② -3

③ -2

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^2 - ax + k^2 + 2k = 2kx + b \text{ 에서}$$

$$x^2 - (a + 2k)x + k^2 + 2k - b = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (a + 2k)^2 - 4(k^2 + 2k - b) = 0$$

$$a^2 + 4ak - 8k + 4b = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로

$$4k(a - 2) + a^2 + 4b = 0 \text{ 에서}$$

$$a - 2 = 0, a^2 + 4b = 0$$

따라서 $a = 2, b = -1$ 이므로 $ab = -2$

9. 직선 $y = -x + 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동 하였더니 이차함수 $y = x^2 - 3x$ 의 그래프에 접하였다. 이때, 상수 m 의 값은?



① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

직선 $y = -x + 1$ 을 x 축의 방향으로
 m 만큼 평행이동하면

$$y = -(x - m) + 1 = -x + m + 1$$

이 직선이 $y = x^2 - 3x$ 의 그래프와 접하므로

$$\text{이차방정식 } x^2 - 3x = -x + m + 1,$$

즉, $x^2 - 2x - m - 1 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (-m - 1) = 0$$

$$2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

10. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -81

② -45

③ 0

④ 5

⑤ 14

해설

이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3 + a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 5 = \frac{3 + a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1 - b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

11. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 5x + b$ 가 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ의 중점의 좌표가 (3, 17)일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 α, β 라고 하면

α, β 는 이차방정식 $2x^2 + ax + 12 = 5x + b$ 의 두 실근이다.

$2x^2 + (a - 5)x + 12 - b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -\frac{a-5}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또, 선분 PQ의 중점의 x 좌표가 3이므로

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 3 \text{에서 } \alpha + \beta = 6 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } -\frac{a-5}{2} = 6$$

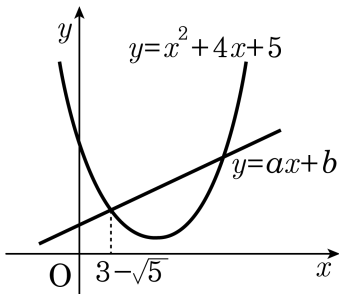
$$\therefore a = -7$$

또, 점 (3, 17)은 직선 $y = 5x + b$ 위의 점이므로 $17 = 5 \cdot 3 + b \quad \therefore$

$$b = 2$$

$$\therefore a + b = -7 + 2 = -5$$

12. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?



① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$, $y = ax + b$ 에서

y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$

$$x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

이 때, 계수가 유리수인 방정식 ①의 한 근이

$3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.

$$\therefore (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$$

$$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore a + b = 3$$

13. x 에 대한 방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \geq 3$

② $k > 4$

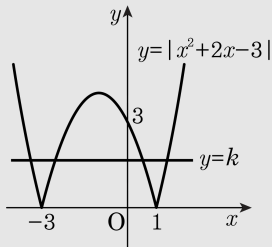
③ $3 \leq k < 4$

④ $0 < k < 3$

⑤ $0 < k < 4$

해설

방정식 $|x^2 + 2x - 3| = k$ 의 근은
두 함수 $y = |x^2 + 2x - 3|$, $y = k$ 의
그래프의 교점의 x 좌표와 같다.
따라서 그림에서 교점의 x 좌표가 양
수 2개,
음수 2개가 되려면 $0 < k < 3$



14. 함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 상수 a 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② 0

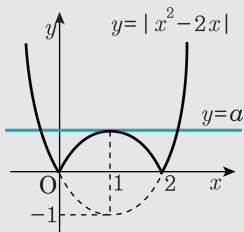
③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

해설

함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프를 그리면
아래 그림과 같다.



이때, 직선 $y = a$ 와 서로 다른 세 점에서 만나려면
직선 $y = a$ 가 포물선 $y = -x^2 + 2x$ 의
꼭지점을 지나야 한다.

$y = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1$ 에서
꼭지점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 $y = 1$
 $\therefore a = 1$

15. x 에 관한 방정식 $|x^2 - 1| - x - k = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, k 의 값의 범위를 구하면?

① $1 < k < \frac{5}{4}$

② $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

③ $-5 < k < -\frac{5}{4}$

④ $k < 1, k > \frac{5}{4}$

⑤ $\frac{4}{5} < k < 1$

해설

$|x^2 - 1| - x - k = 0$ 을 변형하여
분리하면

$$|x^2 - 1| = x + k, y = |x^2 - 1|, y = x + k$$

이 두 함수가 4개의 교점을 가지
려면

다음그림과 같아야 한다.

$$y = -x^2 + 1, y = x + k \text{가}$$

두 점에서 만나야하므로

$x^2 + x + k - 1 = 0$ 의 판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$D = 1 - 4k + 4 > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{4}$$

또, 직선 $y = x + k$ 는 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 위에 존재해야
하므로

$$0 < -1 + k \quad \therefore k > 1$$

$$\therefore 1 < k < \frac{5}{4}$$

