

1. $4\sqrt{7} = \sqrt{a}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 112$

해설

$$\begin{aligned} 4\sqrt{7} &= \sqrt{4^2 \times 7} = \sqrt{112} = \sqrt{a} \\ \therefore a &= 112 \end{aligned}$$

2. 다음 중 계산 결과가 옳은 것의 개수는?

㉠ $2\sqrt{3} \div \sqrt{6} = \sqrt{2}$

㉡ $5\sqrt{2} \div \sqrt{5} = 5$

㉢ $\frac{9\sqrt{15}}{3\sqrt{15}} = \sqrt{3}$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{7}$

㉤ $8\sqrt{7} \div \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

㉠ $2\sqrt{3} \div \sqrt{6} = \sqrt{2}$

㉡ $5\sqrt{2} \div \sqrt{5} = \sqrt{10}$

㉢ $\frac{9\sqrt{15}}{3\sqrt{15}} = 3$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{7}$

㉤ $8\sqrt{7} \div \sqrt{2} = 4\sqrt{14}$ 이므로
옳은 것은 ㉠, ㉣ 두 개이다.

3. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$ 일 때,
 $\sqrt{360} = 6(\quad)$ 로 나타낼 때, ($\quad$)에 들어갈 것은?

① ac

② $\sqrt{a}\sqrt{c}$

③ $\sqrt{b}\sqrt{c}$

④ bc

⑤ abc

해설

$$\sqrt{360} = \sqrt{3^2 \times 2^3 \times 5} = 6\sqrt{2}\sqrt{5} = 6ac$$

4. 밑변의 길이가 $a\sqrt{5} + \sqrt{3}$, 높이가 $2\sqrt{3}$ 인 삼각형의 넓이가 $2\sqrt{15} + 3$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{삼각형의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (\text{높이}) \\ &= \frac{1}{2}(a\sqrt{5} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$a\sqrt{15} + \sqrt{9} = 2\sqrt{15} + 3$$

$$\therefore a = 2$$

5. 다음 중 $\sqrt{30} = 5.477$ 을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은?

① $\sqrt{0.003}$

② $\sqrt{0.03}$

③ $\sqrt{0.3}$

④ $\sqrt{3000}$

⑤ $\sqrt{300000}$

해설

① $\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = 0.01 \sqrt{30}$

② $\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = 0.1 \sqrt{3}$

③ $\sqrt{0.3} = \sqrt{30 \times 0.01} = 0.1 \sqrt{30}$

④ $\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = 10 \sqrt{30}$

⑤ $\sqrt{300000} = \sqrt{30 \times 10000} = 100 \sqrt{30}$

6. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① -7 의 제곱근은 없다.
- ② 3 의 제곱근은 2 개이다.
- ③ $\sqrt{16^2}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.
- ④ $(-5)^2$ 의 제곱근은 -5 이다.
- ⑤ 제곱근 4 는 2 이다.

해설

④ $((-5)^2$ 의 제곱근) $= (25$ 의 제곱근) $= \pm 5$

7. $3.\dot{9}$ 의 음의 제곱근을 a 라고 할 때, a 의 값을 구하면?

① -12

② -6

③ -4

④ -2

⑤ $-\sqrt{3.9}$

해설

$$3.\dot{9} = \frac{39-3}{9} = 4, 4 \text{의 음의 제곱근은 } -2$$

8. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낸 것 중 잘못된 것은 모두 몇 개인가?

25의 제곱근=±5

$\sqrt{0.9}=0.3$

0.1의 제곱근=± $\frac{1}{9}$

$-\sqrt{\frac{4}{49}}=-\frac{2}{7}$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 없다

해설

$\sqrt{0.9} \rightarrow 0.9$ 가 제곱수가 아니므로 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

0.1의 제곱근 $\rightarrow 0.1 = \frac{1}{9}$ 이므로 제곱근은 $\pm\frac{1}{3}$ 이다.

9. $\frac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6}, a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4, b = 4$$

$$\therefore a + b = 10$$

10. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

11. 다음 무리수 중 가장 작은 것은?

- ① $2\sqrt{7}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{4}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$ 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

12. 다음 중 옳은 것은?

- ① 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ② 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ③ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ④ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ② $\sqrt{1} = 1$
- ③ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ④ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

13. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

14. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ $3 > \sqrt{13}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$

$\therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면

(좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13$

$\therefore 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면

(좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

15. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

16. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{aligned} 2 &< \sqrt{3n} < 4 \\ 4 &< 3n < 16 \\ \therefore n &= 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

18. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$

- ① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
①과 ⑤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

19. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

20. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$
- ④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

21. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10A = 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= |-3a| \times |a| \div |2a| \div |-5a| \\ &= (-3a) \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

22. $-1 < a < b < 0 < c$ 일 때,
 $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2}$ 의 값을 구하
여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2b + 1$

해설

$$\begin{aligned} & -1 < a < b < 0 < c \text{에서} \\ & a+1 > 0, -b > 0, a-b < 0, -2c < 0 \\ & \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2} \\ &= \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{(2c)^2} \\ &= (a+1) - (-b) - (a-b) - 2c + 2c \\ &= a+1+b-a+b-2c+2c \\ &= 2b+1 \end{aligned}$$

23. $x = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - \sqrt{3}$

해설

$x - 2 = \sqrt{3}$ 에서 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 - 4x = -1$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식}) &= x(x^2 - 4x) + 2x + 1 \\ &= x + 1 = 2 - \sqrt{3} + 1 \\ &= 3 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

24. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$

25. $5\sqrt{11!}$ 의 정수 부분의 자릿수를 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 5자리

해설

$1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 11 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11 = (720)^2 \times 7 \times 11$
 $\therefore 5\sqrt{11!} = 3600\sqrt{77}$
그런데 $8 < \sqrt{77} < 9$ 이므로 $28800 < 3600\sqrt{77} < 32400$ 이다.
따라서 정수 부분의 자릿수는 5 자리이다.