

1. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2 배이다.
- ㉡ $a + 2, b + 2, c + 2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2 만큼 크다.
- ㉢ $2a + 1, 2b + 1, 2c + 1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4 배이다.
- ㉤ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3 배만큼 크다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $2a + 1, 2b + 1, 2c + 1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2 배이다.

2. 다음 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균을 M , 분산을 S^2 이라 할 때, $2x_1 + 3, 2x_2 + 3, 2x_3 + 3, \dots, 2x_n + 3$ 의 평균과 분산을 순서대로 적어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : $2M + 3$

▷ 정답 : 분산 : $4S^2$

해설

평균 : $2M + 3$

분산 : $4S^2$

3. 다음 물음에 답하여라.

- (1) w, x, y, z 의 표준편차가 3일 때, $2w + 1, 2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 표준편차를 구하여라.
- (2) a, b, c, d 의 표준편차가 6일 때, $4a + 1, 4b + 1, 4c + 1, 4d + 1$ 의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 6

▷ 정답 : (2) 24

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

(1) $|2| \cdot 3 = 6$

(2) $|4| \cdot 6 = 24$

4. 변량 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 평균이 4, 분산이 5일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균을 m , 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 50

② 51

③ 52

④ 53

⑤ 54

해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$$

$$(\text{분산}) = 3^2 \cdot 5 = 45 = n$$

$$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$$

5. 세 수 a, b, c 의 평균이 2 이고 분산이 2 일 때, 변량 $2a, 2b, 2c$ 의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 2$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 6$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 18$$

한편, $2a, 2b, 2c$ 의 평균은

$$\frac{2a+2b+2c}{3} = \frac{2(a+b+c)}{3} = \frac{2 \times 6}{3} = 4$$

따라서 분산은

$$\frac{(2a-4)^2 + (2b-4)^2 + (2c-4)^2}{3}$$

$$= \frac{4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 16(a+b+c) + 16 \times 3}{3}$$

$$= \frac{4 \times 18 - 16 \times 6 + 48}{3}$$

$$= \frac{24}{3} = 8$$

6. 세 수 a, b, c 의 평균이 4 이고 분산이 5 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 4 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 4$$

$$\therefore a+b+c = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 5 이므로

$$\frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} = 5$$

$$(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 = 15$$

$$a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + c^2 - 8c + 16 = 15$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8(a+b+c) + 48 = 15$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8 \times 12 + 48 = 15$$

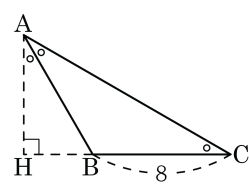
$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 63$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{63}{3} = 21 \text{ 이다.}$$

7. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC의 넓이는?

- ① $15\sqrt{3}$ ② $16\sqrt{3}$ ③ $18\sqrt{3}$
 ④ $20\sqrt{3}$ ⑤ $22\sqrt{3}$

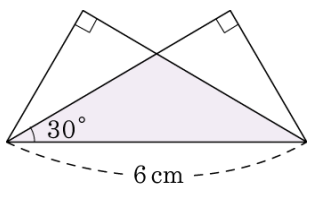


해설

$\angle ACB = \angle BAC = 30^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 120^\circ$, $\overline{AB} = 8$ 이다.

$$\begin{aligned} (\triangle ABC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같이 합동인 두 직각삼각형의 빗변을 겹쳐 놓았을 때, 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : $3\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AE} = \overline{BE}$ 이므로

$\overline{AH} = \overline{BH} = 3 \text{ (cm)}$

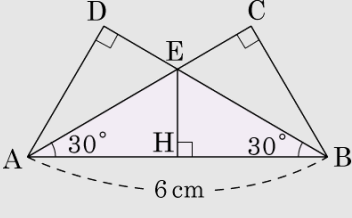
$\overline{EH} = 3 \tan 30^\circ =$

$\sqrt{3} \text{ (cm)}$

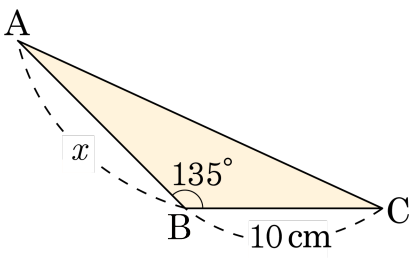
$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{EH}$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$



9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 135^\circ$, $\overline{BC} = 10\text{ cm}$, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $30\sqrt{2}\text{ cm}^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

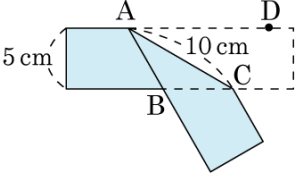
해설

$$\begin{aligned}(\triangle ABC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 10 \times x \times \sin(180^\circ - 135^\circ) \\ &= 30\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2}x = 30\sqrt{2}$$

$$\therefore x = 12(\text{cm})$$

10. 다음 그림과 같이 폭이 5cm 인 종이 테이프를 선분 AC 에서 접었다. $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25\sqrt{3}}{3}$

해설

$\sin C = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\angle C = 30^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle ABH = 60^\circ$ 이므로

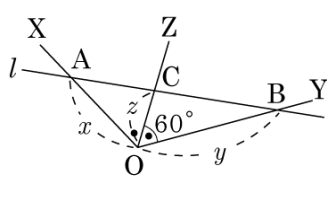
(단, 점 H는 점 A에서 수직으로 내린 점)

$\overline{BC} = \overline{AB} = \frac{5}{\sin 60^\circ} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{10\sqrt{3}}{3} \times \frac{10\sqrt{3}}{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ) =$

$\frac{25\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 세 점 A, B, C는 세 직선 $\overleftrightarrow{OX}$, $\overleftrightarrow{OY}$, $\overleftrightarrow{OZ}$ 가 직선 l 과 만나는 점이다. $\angle AOC = \angle BOC = 60^\circ$ 이고, $\overline{OA} = x$, $\overline{OB} = y$, $\overline{OC} = z$ 라고 할 때, x, y, z 사이의 관계식을 골라라.

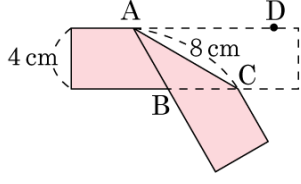


- ① $z = xy$
 ② $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
 ③ $z = x + y$
- ④ $z = \frac{1}{xy}$
 ⑤ $\frac{1}{z} = \frac{xy}{x + y}$

해설

$\triangle AOB = \frac{1}{2}xy \sin (180^\circ - 120^\circ)$
 $= \frac{1}{2}xz \sin 60^\circ + \frac{1}{2}yz \sin 60^\circ$
 $\therefore \frac{1}{2}xy \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}xz \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}yz \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 따라서 $xy = (x + y)z$ 에서 xyz 를 양변에 나누어주면 $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 폭이 4cm 인 종이 테이프를 선분 AC 에서 접었다. $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}^2$ ② $\frac{8\sqrt{3}}{3}\text{cm}^2$
 ③ $\frac{16\sqrt{3}}{3}\text{cm}^2$ ④ $\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3}\text{cm}^2$
 ⑤ $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}\text{cm}^2$

해설

$\sin C = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\angle C = 30^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle ABH = 60^\circ$ 이

므로

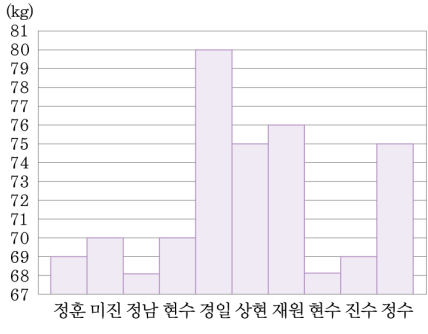
(단, 점 H는 점 A에서 수직으로 내린 점)

$\overline{BC} = \overline{AB} = \frac{4}{\sin 60^\circ} = \frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ) =$

$\frac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음은 10 명의 학생의 몸무게를 나타낸 막대그래프이다. 각 학생의 몸무게의 편차를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3, -2, -4, -2, 8, 3, 4, -4, -3, 3

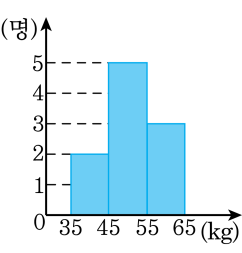
해설

우선 평균을 구한다.

$$\frac{69 + 70 + 68 + 70 + 80 + 75 + 76 + 68 + 69}{10} + \frac{75}{10} = 72$$

	정훈	미진	정남	현수	경일	상현	재원	현수	진수	정수
몸무게 (kg)	69	70	68	70	80	75	76	68	69	75
편차	-3	-2	-4	-2	8	3	4	-4	-3	3

14. 다음 그림은 A 반 학생들의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

전체 학생 수는 $2 + 5 + 3 = 10$ (명) 이므로
학생들의 몸무게의 평균은

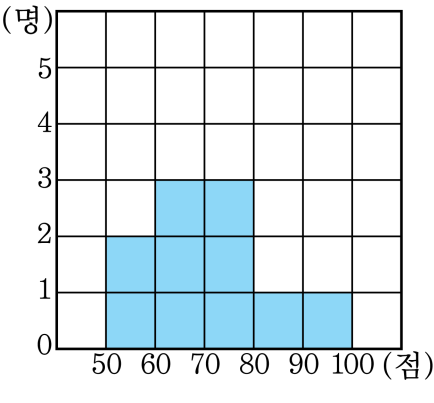
$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{40 \times 2 + 50 \times 5 + 60 \times 3}{10} \\ &= \frac{80 + 250 + 180}{10} = 51(\text{kg}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{10} \{ (40 - 51)^2 \times 2 + (50 - 51)^2 \times 5 + (60 - 51)^2 \times 3 \} \\ &= \frac{1}{10} (242 + 5 + 243) = 49 \end{aligned}$$

이다.

15. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

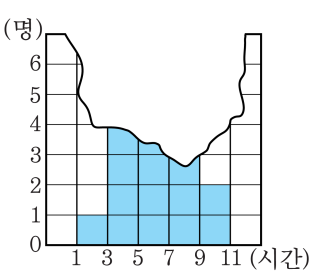
해설

평균: $\frac{55 \times 2 + 65 \times 3 + 75 \times 3 + 85 \times 1}{10} + \frac{95 \times 1}{10} = 71$

편차: -16, -6, 4, 14, 24

분산: $\frac{(-16)^2 \times 2 + (-6)^2 \times 3 + 4^2 \times 3}{10} + \frac{14^2 \times 1 + 24^2 \times 1}{10} = \frac{1440}{10} = 144$

16. 다음은 영웅이네 반 학생 20 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 14명이다. 이 반 학생 20 명의 운동시간의 분산을 구하여라.(단, 소수 첫째자리에서 반올림 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이므로 $20 \times \frac{30}{100} = 6$ (명)

7 시간 미만인 학생은 14 명이므로 $1 + 6 + x = 14$, $x = 7$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $20 - (1 + 6 + 7 + 2) = 4$

$$(\text{평균}) = \frac{2 \times 1 + 4 \times 6 + 6 \times 7 + 8 \times 4 + 10 \times 2}{20}$$

$$= \frac{2 + 24 + 42 + 32 + 20}{20}$$

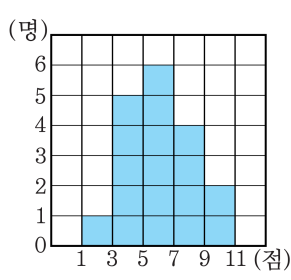
$$= \frac{120}{20} = 6 \text{ (시간)}$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20} \{ (2-6)^2 \times 1 + (4-6)^2 \times 6 + (6-6)^2 \times 7 + (8-6)^2 \times 4 + (10-6)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{1}{20} (16 + 24 + 0 + 16 + 32) = 4.4 \text{ (시간)} \text{ 이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 4이다.}$$

17. 다음은 한결이네 반의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 한결이네 반 학생의 수학 성적의 분산을 구하면 $a.b$ 로 나타낼 수있다. 이때, 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

한결이네 반 학생 수는 $1+5+6+4+2 = 18$ (명) 이므로 학생들의 수학 성적의 평균은

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{2 \times 1 + 4 \times 5 + 6 \times 6 + 8 \times 4 + 10 \times 2}{18} \\ &= \frac{2 + 20 + 36 + 32 + 20}{18} = 6.1 \dots (\text{점}) \end{aligned}$$

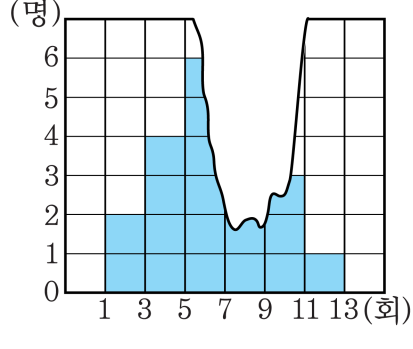
이므로 소수 첫째 자리에서 반올림하면 6 점이다.

한편, 이 자료의 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{18} \{ (2-6)^2 \times 1 + (4-6)^2 \times 5 + (6-6)^2 \times 6 + (8-6)^2 \times 4 + \\ &\quad (10-6)^2 \times 2 \} \\ &= \frac{1}{18} (16 + 20 + 0 + 16 + 32) = 4.\dot{6} \end{aligned}$$

이므로 $a = 4$, $b = 6 \quad \therefore a + b = 10$

18. 다음 그림은 어느 학급 학생 20 명의 턱걸이 횟수를 조사하여 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7.4

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 20 명이므로

$$20 - (2 + 4 + 6 + 3 + 1) = 4 \quad \therefore x = 4$$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 8 \times 4 + 10 \times 3 + 12 \times 1}{20} = \frac{4 + 16 + 36 + 32 + 30 + 12}{20} = 6.5(\text{회}) \text{ 이므로 반올림하면}$$

7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{20} \{ (2 - 7)^2 \times 2 + (4 - 7)^2 \times 4 + (6 - 7)^2 \times 6 \\ & + (8 - 7)^2 \times 4 + (10 - 7)^2 \times 3 + (12 - 7)^2 \times 1 \} \\ & = \frac{1}{20} (50 + 36 + 6 + 4 + 27 + 25) = 7.4 \end{aligned}$$

이다.