

1. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \times \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 4}$ 을 간단히 하면 ?

- ① $\frac{4}{x-3}$ ② $\frac{1}{x+4}$ ③ $\frac{2}{x+2}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1
 \end{aligned}$$

2. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

3. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} = \frac{(\quad)}{x(x+4)}$ 를 성립시키는 ()속에 들어갈 알맞은 수는?
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{AB} &= \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) \text{이므로} \\ (\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4-x}{x(x+4)} \\ &= \frac{4}{x(x+4)} \end{aligned}$$

4. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

① $\frac{8x^4}{1-x^4}$

② $\frac{8}{1-x^4}$

③ $\frac{8x^4}{1-x^8}$

④ $\frac{8}{1-x^8}$

⑤ $\frac{8x^4}{1+x^8}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} \\ &= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} \\ &= \frac{4}{1-x^4} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{8x^4}{1-x^8} \end{aligned}$$

5. 유리식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{1}{x-1}$
④ $\frac{2x}{x+1}$

② $\frac{1}{x-1}$
⑤ 0

③ $\frac{1}{x+1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x}{x+1} + \frac{x}{x-1} - \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1} \\ &= \frac{2x(x-1) + x(x+1) - (3x^2-2x+1)}{x^2-1} \\ &= \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

6. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $A-B$ 의 값을 구하면? (단, A, B 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)}$$

따라서 $\frac{(A+B)x + A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$$A+B=0, A=1$$

$$\therefore B=-1$$

$$\therefore A-B=1-(-1)=2$$

7. 다음 식의 최댓값을 구하면?

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$$

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{2}{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}, \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \dots \frac{1}{(x+9)(x+10)} \\ &= \frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10} \\ \therefore (\text{준식}) \quad &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} = \frac{x+10-x}{x(x+10)} \\ &= \frac{10}{x(x+10)} = \frac{10}{(x+5)^2-25} \\ \therefore \text{최댓값은 } x &= -5 \text{ 일 때 } \frac{10}{-25} = -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

8. $a + \frac{1}{b} = c$, $b + \frac{1}{c} = d$, $c + \frac{1}{d} = a$ 일 때, ab 의 값은 ?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$c = a + \frac{1}{b}$ 을 $b + \frac{1}{c} = d$ 에 대입하면

$$d = b + \frac{1}{a + \frac{1}{b}} = b + \frac{b}{ab + 1} = \frac{ab^2 + 2b}{ab + 1}$$

c 와 d 를 $a = c + \frac{1}{d}$ 에 대입하면

$$a = a + \frac{1}{b} + \frac{ab + 1}{ab^2 + 2b} \text{ 에서 } \frac{ab + 2 + ab + 1}{ab^2 + 2b} = 0$$

$$\therefore \frac{2ab + 3}{ab^2 + 2b} = 0$$

따라서 $2ab + 3 = 0$ 이므로 $ab = -\frac{3}{2}$

9. $2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{37}{13}$ 을 만족시키는 정수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

2를 우변으로 이항하고 정리하면

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{11}{13}$$

역수를 취하면 $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{13}{11} = 1 + \frac{2}{11}$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{또, } y + \frac{1}{z} = \frac{11}{2} = 5 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = 5, z = 2$$

$$\text{따라서 } x + y + z = 8$$

10. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

$$(\text{주어진 식}) = (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2}$$

$$= -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2}$$

$$= -\frac{-x + 1}{x^2} = \frac{x - 1}{x^2} = 1$$

11. 실수 x, y 가 $xy > 0$, $x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$ 을 만족할 때, $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)(x + y) = 0$$

$$x = 3y, x = -y \text{ 그런데 } xy > 0 \text{ 이므로 } x = 3y$$

$$\therefore \frac{x+y}{x-y} = \frac{3y+y}{3y-y} = 2$$

12. $a+b = \frac{b+c}{2} = \frac{c+a}{3}$ 일 때, $\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$ 의 값은? (단, $a^2+b^2+c^2 \neq 0$)

- ① $\frac{5}{6}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 3

해설

$$a+b = \frac{b+c}{2} = \frac{c+a}{3} = k \text{라 두면}$$

$$a+b=k, \quad b+c=2k, \quad c+a=3k$$

$$a+b+c=3k$$

$$a=k, \quad b=0, \quad c=2k$$

$$\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} = \frac{2k^2}{5k^2} = \frac{2}{5}$$

13. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{y+3z}{2x} = \frac{3z+2x}{y} = \frac{2x+y}{3z}$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 1, -2

④ -1, 2

⑤ 2

해설

$$\frac{y+3z}{2x} = \frac{3z+2x}{y} = \frac{2x+y}{3z} = k \text{라 놓는다.}$$

$$\begin{cases} y+3z=2kx & \cdots \textcircled{1} \\ 3z+2x=ky & \cdots \textcircled{2} \\ 2x+y=3kz & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① + ② + ③을 하면

$$2(2x+y+3z) = k(2x+y+3z)$$

(i) $2x+y+3z \neq 0$ 일 경우 $k=2$

(ii) $2x+y+3z=0$ 일 경우

$$y+3z=-2x \text{를 } \textcircled{1} \text{식에 대입하면}$$

$$-2x=2kx, \quad k=-1$$

$$\therefore k=-1, 2$$

14. 한 변의 길이가 a 인 정삼각형과 반지름의 길이가 b 인 원의 넓이가 같을 때, $a^4 : b^4$ 의 값은?

① $8\pi^2 : 3$

② $8\pi^2 : 5$

③ $4\pi^2 : 1$

④ $12\pi^2 : 5$

⑤ $16\pi^2 : 3$

해설

정삼각형과 원의 넓이가 각각 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, πb^2 이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \pi b^2, a^2 : b^2 = 4\pi : \sqrt{3}$$

$$\therefore a^4 : b^4 = 16\pi^2 : 3$$

15. 어떤 오렌지 주스 제조 공장에서 오렌지 주스 원액 $w\%$ 가 포함되어 있는 100kL 의 혼합 주스가 있다. 지금 여기에 오렌지 주스 원액 $y\%$ 가 포함되어 있는 x kL 의 혼합 주스를 섞어 원액 $z\%$ 가 들어 있는 혼합 주스를 만들려고 한다. 이때, x 의 값을 나타내는 식을 고르면?

- ① $\frac{100(100z-w)}{y}$
- ② $\frac{100(100z-w)}{y+100z}$
- ③ $\frac{10000z}{y+100w}$
- ④ $\frac{100(z-w)}{y-z}$
- ⑤ $\frac{(z-w)}{100(y-z)}$

해설

원액의 전체의 양은 $w + \frac{xy}{100}$ kL

또, 혼합 주스 전체의 양은 $100 + x$ kL

$\therefore \frac{z}{100} = \frac{w + \frac{xy}{100}}{100 + x} \Leftrightarrow x = \frac{100(z-w)}{y-z}$

16. x, y, z 는 양수일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{(x^{-1} + y^{-1} + z^{-1})\{ (xy)^{-1} + (yz)^{-1} + (zx)^{-1} \}}{(x + y + z)(xy + yz + zx)}$$

- ① $x^{-2}y^{-2}z^{-2}$

② $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}$
- ③ $(x + y + z)^{-2}$

④ $\frac{1}{xyz}$
- ⑤ $\frac{1}{xy + yz + zx}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{x + y + z} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \left(\frac{1}{xy + yz + zx} \right) \\ &\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right) \\ &= \frac{1}{x + y + z} \left(\frac{xy + yz + zx}{xyz} \right) \left(\frac{1}{xy + yz + zx} \right) \\ &\left(\frac{x + y + z}{xyz} \right) \\ &= \left(\frac{1}{xyz} \right)^2 = x^{-2}y^{-2}z^{-2} \end{aligned}$$

17. 다음은 $\frac{x^2-x-3}{x-1} - \frac{x^2+x-1}{x+1}$ 를 계산하는 과정이다. 다음 중 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 차례대로 구하고 풀이를 완성하여 그 값을 바르게 구한 것은?

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = (\text{㉠}) + \frac{(\text{㉡})}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = (\text{㉢}) + \frac{(\text{㉣})}{x+1}$$

- ① $-x, +3, x, -1, \frac{2x+4}{x^2-1}$ ㉡ $x, -3, x, -1, -\frac{2x+4}{x^2-1}$
 ③ $x, 3, x, 1, -\frac{2x+4}{x^2+1}$ ④ $x, -1, x, -3, -\frac{2x-4}{x^2-1}$
 ⑤ $x, 1, x, 3, -\frac{2x+4}{x^2+1}$

해설

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = \frac{x(x-1)-3}{x-1} = x + \frac{-3}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = \frac{x(x+1)-1}{x+1} = x + \frac{-1}{x+1}$$

∴ ㉠ = x , ㉡ = -3 , ㉢ = x , ㉣ = -1

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x - \frac{3}{x-1} - \left(x - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-1} \\ &= \frac{x-1-3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= -\frac{2x+4}{x^2-1} \end{aligned}$$

18. $A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$, $B = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}}$, $C = \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{x}}}$ 에 대하여 $x = \frac{2}{5}$

일 때의 A, B, C 의 대소 관계를 순서대로 옳게 나타낸 것은?

- ① $A > B > C$

② $A \geq B = C$

③ $A < B < C$

④ $A \leq B = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{2}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{5}{2}} = \frac{1}{\frac{7}{2}} = \frac{2}{7}$$

$$B = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{x}}} = \frac{1}{\frac{8}{7}} = \frac{7}{8}$$

$$C = \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{21}{2}}} = \frac{1}{\frac{23}{21}} = \frac{21}{23}$$

$$\therefore A = \frac{2}{7}, B = \frac{7}{8}, C = \frac{21}{23}$$

$$\therefore A < B < C$$

19. 서로소인 두 자연수 $m, n (m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

의 값은?

$$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \cdots}}}$$

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{18}{18} + \frac{5}{18}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{3}{3}}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$

20. $\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35}$ 에서 $\frac{x^2+y^2}{z^2}$ 의 값은? (단, x, y, z 는 모두 양수이다.)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35} = k(k \neq 0)$ 라 하면
 $xy + zx = 27k$, $zy + xy = 32k$, $zx + yz = 35k$ 이므로
 $2(xy + yz + zx) = 94k$, $\therefore xy + yz + zx = 47k$ 이므로
 $yz = 20k$, $zx = 15k$, $xy = 12k$
또, $x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 3600k^3$ 이므로
 $x^2 \cdot 400k^2 = 3600k^3$ 에서 $x^2 = 9k$
 $225k^2 \cdot y^2 = 3600k^3$ 에서 $y^2 = 16k$
 $144k^2 \cdot z^2 = 3600k^3$ 에서 $z^2 = 25k$
 $\therefore \frac{x^2+y^2}{z^2} = \frac{9k+16k}{25k} = 1$

21. 어느 대학의 입학시험에서 영문과와 수학과의 지원자 수의 비는 3 : 4 이고, 합격자의 수의 비는 5 : 6, 불합격자의 수의 비는 5 : 8이다. 이 대학의 수학과와 경쟁률을 구하면?

① 10 : 3 ② 5 : 3 ③ 4 : 1 ④ 5 : 2 ⑤ 4 : 3

해설

영문과 합격자 수를 5α 라 하면,
수학과 합격자 수는 6α

영문과 불합격자 수를 5β 라 하면,
수학과 합격자 수는 8β

$$\therefore (5\alpha + 5\beta) : (6\alpha + 8\beta) = 3 : 4$$

$$\Rightarrow 18\alpha + 24\beta = 20\alpha + 20\beta$$

$$\therefore \alpha = 2\beta$$

$$\therefore \text{수학과 경쟁률} = \frac{\text{지원자 수}}{\text{합격자 수}} = \frac{6\alpha + 8\beta}{6\alpha}$$

$$= \frac{10\alpha}{6\alpha} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow 5 : 3$$

22. 어느 회사원의 연간 소득은 Y 원이다. 이 소득의 $a\%$ 에 대해서는 세금이 부과되지 않고, 그 나머지 소득에 대해서만 $b\%$ 의 세금이 부과된다. 이 사람은 세금을 납부하고 난 후의 소득 중 C 원을 소비하고 나머지는 모두 저축한다. 이 사람의 연간 저축액 S 원은?

① $S = \left(1 - \frac{a}{100} - \frac{b}{100}\right)Y - C$

② $S = \left(1 - \frac{a}{100} - \frac{b}{100}\right)Y + C$

③ $S = \left(1 - \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} + \frac{b}{100}\right)Y - C$

④ $S = \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right)Y + C$

⑤ $S = \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right)Y - C$

해설

비과세 소득은 $Y \times \frac{a}{100}$ 원이고 나머지 금액 $Y \left(1 - \frac{a}{100}\right)$ 에 대한 $b\%$ 의 세금을 납부하고 C 원을 소비한 후 저축하므로

$$S = Y \times \frac{a}{100} + Y \left(1 - \frac{a}{100}\right) \left(1 - \frac{b}{100}\right) - C$$

$$= \left(1 + \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} - \frac{b}{100}\right)Y - C$$

23. $\frac{1}{2} < \frac{17}{a} < 1$ 을 만족하고, 기약분수 $\frac{17}{a}$ 이 유한소수가 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은?

① 25 ② 32 ③ 77 ④ 85 ⑤ 100

해설

$$\frac{1}{2} < \frac{17}{a} < 1 \text{에서}$$

$$\frac{17}{34} < \frac{17}{a} < \frac{17}{17} \text{이므로}$$

$$17 < a < 34$$

이 중에서 $\frac{17}{a}$ 가 유한소수가 되게하는 정수는

$$20, 25, 32 \text{이므로}$$

$$20 + 25 + 32 = 77$$

24. 비례식 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} (\neq 1)$ 가 성립할 때, 다음 등식 중 성립하는 것의 개수를 구하면? (단, $mb + nd \neq 0, b + d + f \neq 0$)

- ㉠ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$
㉡ $\frac{2a+3b}{a-b} = \frac{2c+3d}{c-d}$
㉢ $\frac{a}{b} = \frac{ma+nc}{mb+nd}$
㉣ $\frac{ab+cd}{a^3-c^3} = \frac{a^2-c^2}{a^2+c^2}$
㉤ $\frac{ab-cd}{b^2+d^2} + \frac{e^3}{f^2} = \frac{(a+c+e)^3}{(b+d+f)^2}$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ 로 놓으면
 $a = bk, c = dk, e = fk$
㉠ (좌변) = $\frac{bk+b}{bk-b} = \frac{k+1}{k-1}$
(우변) = $\frac{dk+d}{dk-d} = \frac{k+1}{k-1}$
∴ (좌변) = (우변)
㉡ (좌변) = $\frac{2bk+3b}{bk-b} = \frac{2k+3}{k-1}$
(우변) = $\frac{2dk+3d}{dk-d} = \frac{2k+3}{k-1}$
∴ (좌변) = (우변)
㉢ (좌변) = $\frac{bk}{b} = k$
(우변) = $\frac{mbk+ndk}{mb+nd} = k$
∴ (좌변) = (우변)
㉣ (좌변) = $\frac{bk \cdot b + dk \cdot d}{bk \cdot b - dk \cdot d} = \frac{b^2 + d^2}{b^2 - d^2}$
(우변) = $\frac{b^2k^2 + d^2k^2}{b^2k^2 - d^2k^2} = \frac{b^2 + d^2}{b^2 - d^2}$
∴ (좌변) = (우변)
㉤ (좌변) = $\frac{b^3k^3}{b^2} + \frac{d^3k^3}{d^2} + \frac{f^3k^3}{f^2} = (b+d+f)k^3$
(우변) = $\frac{(bk+dk+fk)^3}{(b+d+f)^2} = (b+d+f)k^3$
∴ (좌변) = (우변)
따라서, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 성립한다.

25. A, B, C 세 사람은 각각 책 읽는 속도가 다르다. A가 어떤 책을 읽기 시작하고 나서 3시간 지났을 때, B가 같은 책을 읽기 시작하였다. 그로부터 5시간 후에는 A, B가 모두 총 쪽수의 $\frac{1}{3}$ 을 읽었다. C는 이 때부터 같은 책을 읽기 시작하여 B와 동시에 책을 다 읽었다. A가 다른 책을 6시간 걸려서 다 읽는다면 C가 그 책을 모두 읽는 데 걸리는 시간은?
- ① 1시간 50분 ② 2시간 10분 ③ 2시간 30분
④ 2시간 50분 ⑤ 3시간 10분

해설

B는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 5시간 걸려서 읽었으므로 책을 다 읽는 데는 15시간이 걸린다.
A는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 읽는 데 B보다 3시간이 더 걸리므로 책을 다 읽는 데는 $(5 + 3) \times 3 = 24$ (시간)이 걸린다.
또, B가 전체의 $\frac{2}{3}$ 를 읽는 데 걸린 시간과 C가 책 전체를 읽는 데 걸린 시간이 같으므로
C는 책을 다 읽는 데 $15 \times \frac{2}{3} = 10$ (시간)이 걸린다.
따라서 같은 책을 읽을 때, A와 C의 책 읽는 데 걸리는 시간의 비가 $24 : 10$ 이므로
C가 A가 읽은 다른 책을 읽는 데 걸리는 시간을 x 라 하면
 $24 : 10 = 6 : x$
 $\therefore x = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$ (시간)
따라서 2시간 30분이 걸린다.