

1. 다음 1보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은?

① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

2. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는?

- ① 8 ② 22 ③ 26 ④ 100 ⑤ 103

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수인 것은 103 이다.

3. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉰다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

4. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2층 ② 3층 ③ 5층 ④ 7층 ⑤ 9층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.
- ② 17 은 소수이다.
- ③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.
- ④ 2 는 소수이다.
- ⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

7. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
 - ㉡ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
 - ㉣ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
- 따라서 옳은 것은 ㉡이다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 83 은 소수이다.
- ② 모든 합성수는 약수가 2 개이다.
- ③ 1 은 소수이다.
- ④ 15 이하의 소수의 개수는 6 개이다.
- ⑤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

- ② 모든 합성수는 약수가 3 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 소수가 아닌 자연수는 1, 합성수이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

10. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

11. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

12. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① 360의 소인수는 2개다.
- ② 420의 소인수는 3개다.
- ③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.
- ④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.
- ⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
360의 소인수는 2, 3, 5
420의 소인수는 2, 3, 5, 7

13. 252를 소인수분해한 후, 소인수의 합을 바르게 구한 것은?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7, \text{ 소인수 : } 2, 3, 7$$
$$2 + 3 + 7 = 12$$

14. x 는 108의 소인수이고, y 는 147의 소인수일 때, x, y 의 값을 모두 구하면?

① $x = 2, y = 3$

② $x = 2, 3, y = 3$

③ $x = 2, 3, y = 3, 5$

④ $x = 2, 3, y = 3, 7$

⑤ $x = 3, 4, y = 3, 8$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $147 = 3 \times 7^2$ 이므로
 $x = 2, 3$, $y = 3, 7$ 이다.

15. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

- ① 15 ② 18 ③ 24 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

16. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 같은 것은?

- ① 144 ② 60 ③ 72 ④ 160 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
- ② $2^2 \times 3 \times 5$
- ③ $2^3 \times 3^2$
- ④ $2^5 \times 5$
- ⑤ 2×7^2

17. 200 의 소인수들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 10 ④ 12 ⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 소인수는 2, 5 이다.
 $\therefore 2 + 5 = 7$

18. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?

- ① 144 ② 216 ③ 72 ④ 96 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
② $2^3 \times 3^3$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 3$
⑤ 2×7^2

19. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

20. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3$$

$$a + b + c = 9$$

21. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

$$\text{따라서 } a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$$

$$a + b + m + n = 13$$

22. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

23. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

$540 \times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는 $3 \times 5 = 15$

24. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

25. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

- ① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

26. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

- ① 9 ② 12 ③ 36 ④ 54 ⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

27. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

28. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되지 않는 수는?

- ① $2 \times 3 \times 3$ ② $2^2 \times 5^2$ ③ 16
④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ 81

해설

① 지수가 모두 짝수가 아니므로 자연수의 제곱이 되지 않는 수이다.

29. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

- ① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

30. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

31. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024 ② 1280 ③ 1440 ④ 1680 ⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서 n 은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수 n 은 1680 이다.

32. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2,$$

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

33. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5, n = 2 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

34. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

- ① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2, b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2, b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2, b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2, b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

35. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로
 a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

36. 자연수 $\frac{540}{n}$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 고르면?

- ① 15, 60, 135, 540 ② 5, 60, 180, 540
③ 5, 45, 180, 270 ④ 3, 15, 90, 270
⑤ 5, 15, 180, 270

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$,
 $\frac{540}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 자연수 n 은
 $n = 3 \times 5, n = 2^2 \times 3 \times 5, 3^3 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이다.

37. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{)252}$$

$$2 \overline{)126}$$

$$3 \overline{)63}$$

$$3 \overline{)21}$$

$$7$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값
중에서 가장 큰 자연수는 $A = 7$ 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

38. 24 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

39. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$\begin{aligned} 2^4 \times 3 \times x &= y^2 \\ \text{가장 작은 } x &= 3, \\ 2^4 \times 3 \times 3 &= 2^4 \times 3^2 = y^2 \\ y &= 2^2 \times 3 = 12 \\ \frac{x}{y} &= \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

40. 108 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 곱해야 할 가장 작은 자연수는 3

41. 24에 가능한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 제곱수가 되려면
 $2 \times 3, 2^3 \times 3, 2^3 \times 3^3, \dots$ 을 곱해야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 6이다.

42. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

- ① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, \quad x = 10, \quad y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

43. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

44. 75 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

45. 90 에 가능한 한 작은 수 a 를 곱하여 어떤 수 b^2 이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는

$2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$90 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$= (2 \times 3 \times 5)^2$$

$$\therefore b = 30$$

따라서 $a+b = 10+30 = 40$ 이다.

46. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

① 5×2^3

② 80

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

47. 다음 중 63의 약수가 아닌 것을 고르면?

- ① 1 ② 3^2 ③ 7 ④ 3×7 ⑤ 7^2

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

48. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은?

- ① 2×5 ② $2^2 \times 5^2$ ③ 2×5^3
④ $2^3 \times 5$ ⑤ 5^2

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

49. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3

② $2^2 \times 7$

③ 3^2

④ 3×7

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7)$ 의 약수는 (2^2) 의 약수 \times (3) 의 약수 \times (7) 의 약수이다.

50. x 는 96의 약수일 때, x 값이 될 수 없는 것은?

① 2

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 2×3^3

⑤ 2^5

해설

④ $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$ 이므로 2×3^3 은 96의 약수가 아니다.

51. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

- ①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

52. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 15 ② 30 ③ 50 ④ 60 ⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$, 세 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 = 20$ 이므로, $a+b = 30+20 = 50$ 이다.

53. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

- ① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1 ④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

54. 다음 중 360의 약수가 아닌 것은?

① 3^2

② 2×3

③ $2^3 \times 5$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360의 약수가 아니다.

55. 720의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수는 $(2^4 \text{의 약수}) \times (3^2 \text{의 약수}) \times (5 \text{의 약수})$ 이다.

56. 다음 중 100의 약수는?

① 30

② $5^2 \times 7^2$

③ 80

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100을 소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100이다.

×	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
5^2	$5^2 \times 1 = 25$	$5^2 \times 2 = 50$	$5^2 \times 2^2 = 100$

57. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 200

② 2×5^3

③ $3^2 \times 7^2$

④ 150

⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

② $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)

③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

58. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

- ① $19^3 \times 31$ ② 2×5^4 ③ $3^2 \times 7 \times 11$
④ $3^2 \times 11^2 \times 13$ ⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)
② $(1+1) \times (4+1) = 10$ (개)
③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)
④ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
⑤ $9+1 = 10$ (개)

59. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

- ① $8, 3^3$ ② $21, 5 \times 7$ ③ $45, 2^2 \times 3$
④ $100, 2^{10}$ ⑤ $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

- ① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3 + 1 = 4$ (개)이다.
② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다.
③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.
④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10 + 1 = 11$ (개)이다.
⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

60. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

- ① 5^8 ② $2^2 \times 3^5$ ③ $5^2 \times 11 \times 19$
④ $3^5 \times 5^2$ ⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $8 + 1 = 9$ (개)
② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)
③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
④ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)
⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

61. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 5^3

② 2×3

③ $2^2 \times 7^2$

④ $5^2 \times 7$

⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $3 + 1 = 4$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

62. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③ 2×3^3

④ $3^2 \times 7^3$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

① $35 = 5 \times 7$,

$(1+1) \times (1+1) = 2 \times 2 = 4$ (개)

② $88 = 2^3 \times 11$,

$(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

③ $(1+1) \times (3+1) = 2 \times 4 = 8$ (개)

④ $(2+1) \times (3+1) = 3 \times 4 = 12$ (개)

⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

63. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$

㉡ $2^4 \times 5^2$

㉢ $2 \times 3 \times 7$

㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$

㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉠, ㉣, ㉤

③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉡, ㉣, ㉤, ㉠

⑤ ㉣, ㉠, ㉣, ㉡, ㉤

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

64. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면?

① $2^4 \times 3^2$

② $2 \times 5 \times 7$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

65. 180 과 약수의 개수가 다른 수는?

- ① 210 ② 300 ③ 2450 ④ 700 ⑤ 1575

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

① $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

② $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

③ $2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (개)

④ $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

⑤ $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

66. 소인수분해를 이용하여 50의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수} : (a+1) \times (b+1) = c \text{ (개)}$$

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

67. 자연수 120 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 27 ② 16 ③ 29 ④ 18 ⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3, b = 3, c = 5$,
약수의 개수 $d = (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$
 $\therefore a+b+c+d = 27$

68. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

- ㉠ 10 ㉡ 13 ㉢ 15 ㉣ 16 ㉤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.
 $75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.
 $\therefore 8 \times 6 = 48$
따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

69. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35의 배수의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로
약수 중 35의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.
 $\therefore (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

70. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (a+1) = 12$ (개)
즉, $3 \times (a+1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

71. 자연수 135의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n+m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$(\text{약수의 개수}) = 4 \times 2 = 8(\text{개})$$

$$(1+1) \times (n+1) \times (m+1) = 8, n=1, m=1$$

$$\text{그러므로 } n+m = 1+1 = 2$$

72. $2^2 \times 5^a \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 안에 들어갈 수는?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^a \times 7$ 이므로

약수의 개수는

$$(2+1) \times (\square+1) \times (1+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore \square = 2$$

73. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는
 $(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.
 $\therefore x = 3$

74. 882의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$$

$$\therefore x = 2$$

75. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

76. 10 부터 100 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
10 이상 100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $5^2, 7^2$ 의 2 개

77. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.
 x 는 1 이상이고 150 이하이고, $f(x) = 3$ 일 때, x 의 값의 개수는?

- ① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는
(소수)² 이므로
150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$ 의 5 개

78. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 \square 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

79. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 2 ② 2^2 ③ 2^3 ④ 3 ⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

80. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 4 ② 8 ③ 9 ④ 25 ⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8+1) \times (1+1)$ 이므로
 $\square = 2^6 = 64$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2+1) \times (a+1) \times (1+1)$
 $a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

\therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

81. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

82. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 \square 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

83. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는
 $(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수) +
 $1 = 3$ 이 되어야 한다.
그러므로 $9 = 3^2$ 이다.

84. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$
(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$
그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.
(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^5 \times (2 \text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2 \text{가 아닌 소수}))$
 $\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$
(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^3 \times A = 2^3 \times (2 \text{가 아닌 소수})^2$
 $\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$
따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

85. 한 자리 소수 a 에 대하여 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 8을 곱하였더니 약수의 개수가 2배가 되었다. 이때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

a 는 한 자리 소수 중 하나이므로 2 또는 7이다.
 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 이다.
 $a = 2$ 일 때 2^3 을 곱하면 약수의 개수는
 $6 \times 3 \times 3 = 54$ 이므로 $a = 2$ 이다.

86. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

- ① $2^3 \times 6 \times 7$ ② $2^2 \times 3 \times 7^2$ ③ $2^4 \times 3 \times 7$
④ $2^2 \times 3^3 \times 7$ ⑤ $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 336} \\ 2 \overline{) 168} \\ 2 \overline{) 84} \\ 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ \quad 7 \\ \hline 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \end{array}$$

87. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① 2×3^3

② $2^3 \times 7$

③ 2×5^2

④ $2^2 \times 13$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 52}$$

$$2 \overline{) 26}$$

$$13$$

$$52 = 2^2 \times 13$$

88. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

89. 다음 중 소인수분해 한 것으로 옳지 않은 것은?

① $124 = 2^2 \times 31$

② $54 = 2 \times 3^3$

③ $72 = 2^3 \times 3^3$

④ $196 = 2^2 \times 7^2$

⑤ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

해설

③ $2^3 \times 3^2$

90. $2^5 = a$, $3^b = 243$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 16, b = 4$ ② $a = 16, b = 5$ ③ $a = 32, b = 4$

④ $a = 32, b = 5$ ⑤ $a = 32, b = 6$

해설

$2^5 = 32$, $3^5 = 243$ 이므로 $a = 32$, $b = 5$ 이다.