1. 다음 중 x에 대한 이차다항식은?

① $2x+2$ ② x^2y+x-y ③ $2x^3+x-2$
④ x^3-x ⑤ xy^2+y^2

해설
①, ⑤는 x에 대한 일차식
③, ④는 x에 대한 삼차식

2. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$에 대하여 $A - 2B$를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$
② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$
③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$
④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$
⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

3. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$ ② $-72a^7x^8$ ③ $72a^{12}x^{12}$
④ $-72a^{12}x^{12}$ ⑤ $48a^8x^7$

해설

$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$

4. $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x + 1$　② $-x + 1$　③ $5x + 1$
④ $x + 1$　⑤ $-7x + 1$

해설
$2x^3 - 3x + 1$을 $x^2 + 2$로 직접 나누어서 구한다.
몫 : $2x$, 나머지 : $-7x + 1$

5. 다음 등식 $a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)=2x^2-3x-2$가 x의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에 $x=0$을 대입하면, $2a=-2$
$\therefore\ a=-1$
양변에 $x=1$을 대입하면, $-b=-3$
$\therefore\ b=3$
양변에 $x=2$을 대입하면, $2c=0$
$\therefore\ c=0$
$\therefore\ abc=0$

6. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)\left(x^2-x+1\right)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=x^3+8$

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

해설

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)$
$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$
$=x^4+x^2y^2+y^4$

7. $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, x^2과 x^3의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$
$=x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$
(x^2의 계수)=(x^3의 계수)=0이므로
$ab+2=0,\ a+2=0$
따라서 $a=-2,\ b=1$
$\therefore a+b=-1$

8. x에 대한 항등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$에서 a, b, c의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

▷ 정답 : $c=1$

해설

계수비교법에 의하여

$$\begin{aligned} x^2-2x+3 &= a+b(x-1)+cx(x-1) \\ &= cx^2+(b-c)x+a-b \end{aligned}$$

$x^2-2x+3=cx^2+(b-c)x+a-b$에서

$c=1,\ b-c=-2,\ a-b=3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=1$

9. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore\ a=1, b=-2$

10. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0　　② 16　　③ 32　　④ 64　　⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

11. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 $x - 2$, $x - 1$로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b라 할 때, $a + b$의 값은?

① -8　② -2　③ -16　④ 4　⑤ 2

해설

$f(x) = (x-2)Q(x) + a$
$f(x) = (x-1)Q'(x) + b$
$f(2) = 4 = a,\ f(1) = -2 = b$
$\therefore a + b = 2$

12. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9　　② 4　　③ −9　　④ −3　　⑤ −12

해설

$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$

$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$

$p = -3,\ q = -12,\ \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$

13. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$

$A = (x + p)$

$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$

$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a = -2,\ b = 3$

$\therefore ab = -6$

14. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x+1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 R을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$
② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$
④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$

따라서 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + x + 1$
$= x(4x^2 + 4x + 1) + 1$
$= x(2x+1)^2 + 1$

$2x+1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

15. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x+y+z=1$에서
$x+y=1-z$
$y+z=1-x$
$z+x=1-y$
$(x+y)(y+z)(z+x)=(1-z)(1-x)(1-y)$
$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$
$=1-1+2-3=-1$

16. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=2$, $a^2+b^2+c^2=6$, $abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11　　② 12　　③ 13　　④ 14　　⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$

$ab+bc+ca=-1$

$a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=2\times(6-(-1))-3=11$

17. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24 인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$　　② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$　　④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$　　$\therefore\ d = \sqrt{14}$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

18. 등식 $2x^2-3x-1=a(x-1)(x-2)+bx(x-1)+cx(x-2)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$x=0$ 대입, $a=-\frac{1}{2}$

$x=2$ 대입, $b=\frac{1}{2}$

$x=1$ 대입, $c=2$

$\therefore\ a+b+c=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2=2$

19. x에 관계없이 $\dfrac{x-a}{2x-b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $\dfrac{b}{a}$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\dfrac{x-a}{2x-b} = k$라 놓으면,

$(2k-1)x + (a-bk) = 0$

$\therefore\ 2k-1=0,\ a=bk$이므로

$k = \dfrac{1}{2},\ a = \dfrac{1}{2}b$이다.

$\therefore \dfrac{b}{a} = 2$

20. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1 \neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$라 놓으면

$2x+ay-b = k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0$, $a+k=0$, $-b+k=0$

$\therefore\ k=2$, $a=-2$, $b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

21. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x-1$로 나누면 나누어떨어지고, $x+2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, $m-n$의 값은?

① -2　　② -3　　③ -4　　④ 2　　⑤ 4

해설

$$x^3+mx^2+nx+1=(x-1)Q(x)$$
$$=(x+2)Q'(x)+3$$

양변에 $x=1$을 대입하면

$1+m+n+1=0$

$\therefore m+n=-2\cdots$㉠

양변에 $x=-2$을 대입하면

$-8+4m-2n+1=3$

$\therefore 2m-n=5\cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $m=1, n=-3$

$\therefore m-n=4$

22. 다항식 $f(x)$를 $x-2,\ x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 각각 $1,\ -4$이다. $f(x)$를 x^2+x-6으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(5)$의 값을 구하면?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$f(2)=1,\ f(-3)=-4$
$R(x)=ax+b$라 하면
$f(x)=(x+3)(x-2)Q(x)+ax+b$
$2a+b=1,\ -3a+b=-4$
$\therefore\ a=1,\ b=-1$
$R(x)=x-1$
$R(5)=5-1=4$

23. $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$를 x^2+2x-3으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x)+3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x)+2\}+3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x)+2(x-1)+3 \\ &= (x^2+2x-3)Q'(x)+2x+1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

24. 다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b(a \neq 0)$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때,
$xf(x)$를 $ax+b$로 나눈 나머지를 구하면?

① R ② aR ③ bR ④ $-\frac{b}{a}R$ ⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$f(x)=(ax+b)Q(x)+R \quad \therefore \ R=f(-\frac{b}{a})$

$g(x)=xf(x)$를 $ax+b$로 나눈 나머지는

$g(-\frac{b}{a})=-\frac{b}{a}f(-\frac{b}{a})=-\frac{b}{a}R$

25. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & \boxed{2} \end{array}$$

① $a=3$　　② $b=2$　　③ $c=-1$

④ $d=-3$　　⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & a & b & 1 \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & \boxed{-b+a} \end{array}$$

이때 $k=-1$, $c=-1$, $d=-a+1$, $b-a+1=-1$, $-b+a=2$ 이므로

$k=-1$, $c=-1$, $a=4$, $b=2$, $d=-3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.