

1. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

2. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$

② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$

③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$

④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$

⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

3. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$

② $-72a^7x^8$

③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$

⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

4. $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x + 1$

② $-x + 1$

③ $5x + 1$

④ $x + 1$

⑤ $-7x + 1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$ 을 $x^2 + 2$ 로 직접 나누어서 구한다.

몫 : $2x$, 나머지 : $-7x + 1$

5. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$$\therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$$\therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$$\therefore c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

6. 다음 중 다항식의 전개가 잘못 된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= x^4 + x^2y^2 + y^4 \end{aligned}$$

7. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ = x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4\end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $= (x^3$ 의 계수) $= 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

$$\text{따라서 } a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -1$$

8. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

9. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

10. x 에 대한 다항식 $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5 = 32$

11. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9

② 4

③ -9

④ -3

⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

13. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

14. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$

② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$

④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

15. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x + y + z = 1 \text{ 에서}$$

$$x + y = 1 - z$$

$$y + z = 1 - x$$

$$z + x = 1 - y$$

$$(x + y)(y + z)(z + x) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

16. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

①

11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$ab + bc + ca = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11$$

17. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

$$\begin{aligned}\text{대각선 : } d^2 &= x^2 + y^2 + z^2 & \therefore d &= \sqrt{14} \\ &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\ &= 6^2 - 22 = 14\end{aligned}$$

18. 등식 $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

19. x 에 관계없이 $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{x-a}{2x-b} = k \text{라 놓으면,}$$

$$(2k-1)x + (a-bk) = 0$$

$$\therefore 2k-1=0, a=bk \text{이므로}$$

$$k = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 2$$

20. $\frac{2x + ay - b}{x - y - 1}$ 가 $x - y - 1 \neq 0$ 인 어떤 x, y 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\frac{2x + ay - b}{x - y - 1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x + ay - b = k(x - y - 1)$$

x, y 에 대하여 정리하면,

$$(2 - k)x + (a + k)y - b + k = 0$$

위의 식이 x, y 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2 - k = 0, a + k = 0, -b + k = 0$$

$$\therefore k = 2, a = -2, b = 2$$

$$\therefore a - b = -4$$

21. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, $m-n$ 의 값은?

① -2

② -3

③ -4

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + mx^2 + nx + 1 &= (x-1)Q(x) \\ &= (x+2)Q'(x) + 3\end{aligned}$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 + m + n + 1 = 0$$

$$\therefore m + n = -2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

양변에 $x=-2$ 을 대입하면

$$-8 + 4m - 2n + 1 = 3$$

$$\therefore 2m - n = 5 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡에서 $m=1, n=-3$

$$\therefore m - n = 4$$

22. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

23. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x+1$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\&= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\&= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\&= (x^2+2x-3)Q'(x) + 2x+1\end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

24. 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax + b(a \neq 0)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때,
 $xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① R

② aR

③ bR

④ $-\frac{b}{a}R$

⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \quad \therefore R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$g(x) = xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지는

$$g\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}R$$

25. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	b	1
		c	d	1
	1	3	-1	2

- ① $a = 3$ ② $b = 2$ ③ $c = -1$
 ④ $d = -3$ ⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

-1	1	a	b	1
		-1	$-a + 1$	$-b + a - 1$
	1	$a - 1$	$b - a + 1$	$-b + a$

이때 $k = -1$, $c = -1$, $d = -a + 1$, $b - a + 1 = -1$, $-b + a = 2$
 이므로

$k = -1$, $c = -1$, $a = 4$, $b = 2$, $d = -3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.