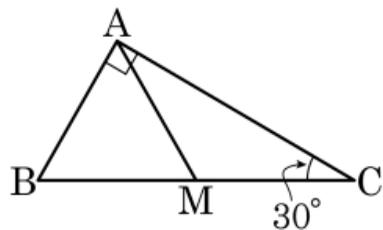


1. 다음 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ABM$ 은 무슨 삼각형인지 말하여라.



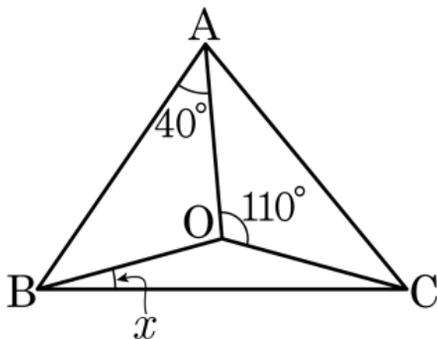
▶ 답:

▷ 정답: 정삼각형

해설

$\overline{AM} = \overline{CM}$, $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형,
 $\angle MAC = \angle MCA = 30^\circ$, $\angle BAM = 60^\circ$
 $\angle MBA = 60^\circ$, $\angle BAM = 60^\circ$, $\angle AMB = 60^\circ$
이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.

2. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

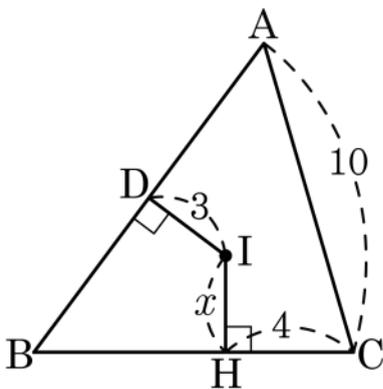
⑤ 30°

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180^\circ$
 , $\angle OCA = 35^\circ$

$\angle OAB + \angle OCA + \angle x = 90^\circ$, $\angle x = 90^\circ - 40^\circ - 35^\circ = 15^\circ$

3. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, x 의 값을 구하여라.



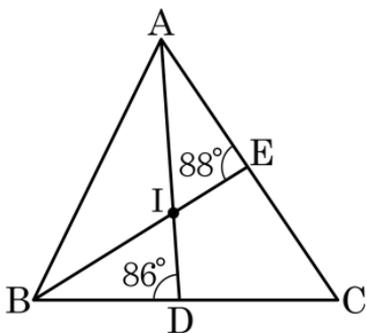
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{IH} = 3$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A$ 의 내각의 이등분선과 \overline{BC} 의 교점을 D, $\angle B$ 의 내각의 이등분선과 \overline{AC} 의 교점을 E라고 할 때, $\angle AEB = 88^\circ$, $\angle ADB = 86^\circ$ 이다. $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



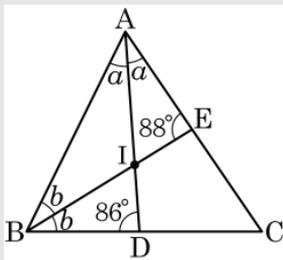
▶ 답 :

◡

▷ 정답 : 56°

해설

$\angle A = 2\angle a$, $\angle B = 2\angle b$ 라고 하면,



$$\triangle ABE \text{ 에서 } 2\angle a + \angle b + 88^\circ = 180^\circ, \quad 2\angle a + \angle b = 92^\circ \dots \textcircled{1}$$

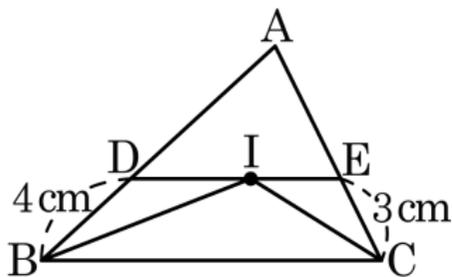
$$\triangle ABD \text{ 에서 } \angle a + 2\angle b + 86^\circ = 180^\circ, \quad \angle a + 2\angle b = 94^\circ \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 를 연립방정식으로 풀면, } \angle a = 30^\circ, \angle b = 32^\circ$$

$$\therefore \angle A = 60^\circ, \angle B = 64^\circ \text{ 이므로,}$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (60^\circ + 64^\circ) = 56^\circ$$

5. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 \overline{DE} 는 내심을 지나면서 \overline{BC} 에 평행일 때, \overline{DI} 의 길이는?



① 1 cm

② 2 cm

③ 3 cm

④ 4 cm

⑤ 5 cm

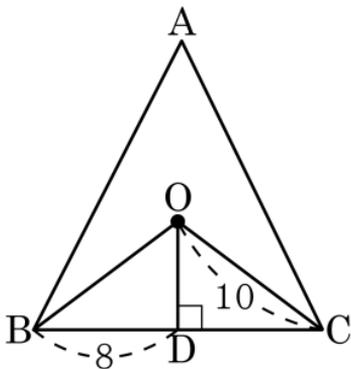
해설

점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$, $\angle CBI = \angle DIB$ (엇각)

즉, $\angle DBI = \angle DIB$

따라서 $\overline{BD} = \overline{DI} = 4 \text{ cm}$

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, \overline{OB} 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

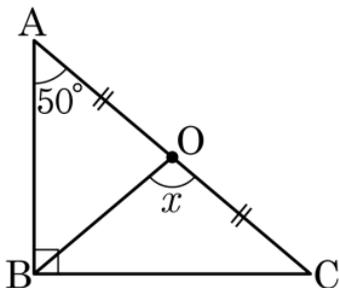
⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 의 중점을 O 라고 할 때, $\angle BAC = 50^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?



① 60°

② 70°

③ 80°

④ 90°

⑤ 100°

해설

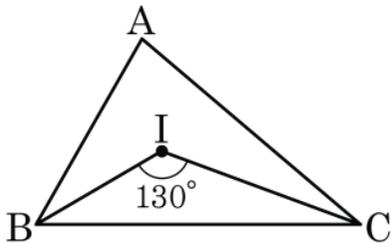
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$ 이다.
 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OAB = 50^\circ$ 이고, $\angle OAB = \angle OBA$

따라서 $\angle OBA = 50^\circ$ 이다.

$$x = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 130^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 80° ② 70° ③ 60° ④ 50° ⑤ 75°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle BIC = 130^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ$$

10. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

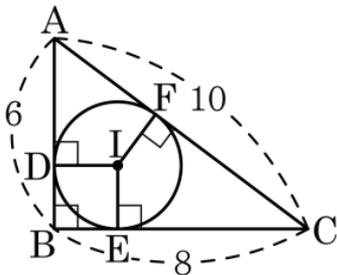
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

11. 다음 그림에서 원 I는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 10$)



① 1

② 1.5

③ 2

④ 2.5

⑤ 3

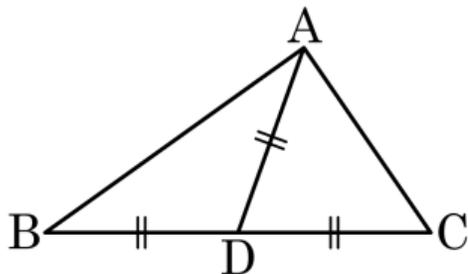
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

$$\frac{1}{2} \times (6 + 8 + 10) \times r = 24 \therefore r = 2$$

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 \overline{BC} 의 중점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이면 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



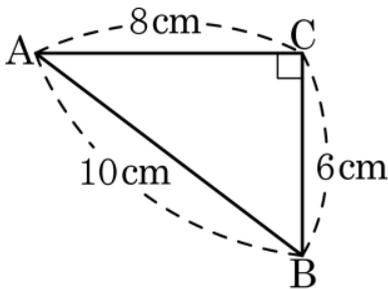
▶ 답: $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답: $90 \circ$

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 직각삼각형의 외심이다.

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① $36\pi\text{cm}^2$

② $25\pi\text{cm}^2$

③ $22\pi\text{cm}^2$

④ $20\pi\text{cm}^2$

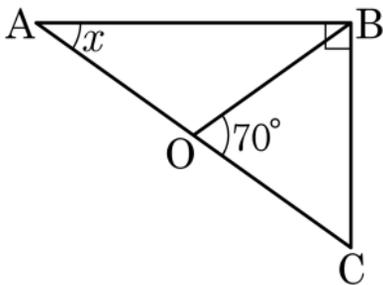
⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\frac{10}{2} = 5(\text{cm})$

따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O는 \overline{AC} 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 32°

② 35°

③ 38°

④ 42°

⑤ 45°

해설

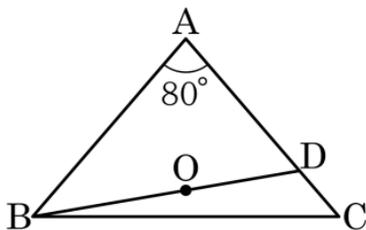
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle COB = 110^\circ$$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$$

17. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에 대해서 점 B에서 외심 O를 거쳐 변 AC까지 선분 \overline{BD} 를 그었다. $\angle A = 80^\circ$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

⑤ 50°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB$$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 50^\circ$

보조선 \overline{OC} 를 그으면

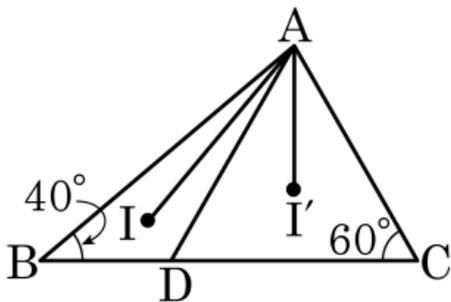
$$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 160^\circ$$

점 O가 외심이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OBC = \angle OCB = 10^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$$

18. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?



① 20°

② 30°

③ 40°

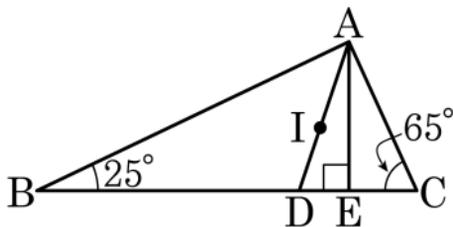
④ 50°

⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



① 15°

② 17°

③ 18°

④ 20°

⑤ 22°

해설

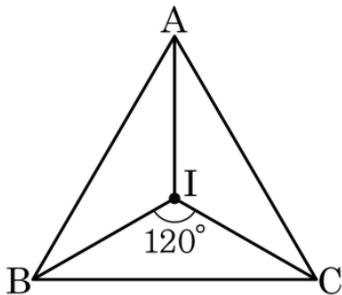
$$\angle A = 180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\angle EAC = 25^\circ \text{ 이므로}$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 120^\circ$ 일 때, $\angle BAI = (\quad)^\circ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle BIC = 120^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\angle A = \angle BAC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAI = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

21. $\triangle ABC$ 의 내접원의 지름의 길이가 18이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 63일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하면?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

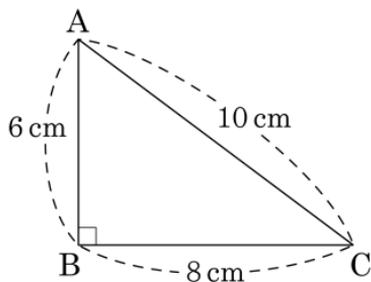
해설

지름이 18이므로 반지름의 길이는 9이다.

$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 9 \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 63$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 14이다.

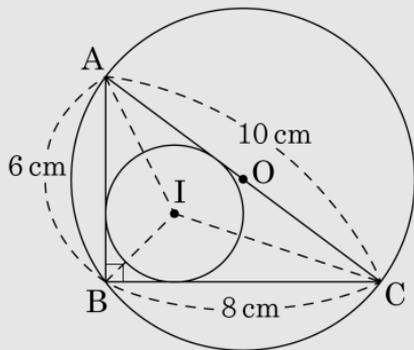
22. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm, 10 cm 인 직각삼각형 ABC에서 외접원과 내접원의 반지름의 길이를 각각 R cm, r cm라고 할 때, $R + r$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설



(1) 단계

다음 그림과 같이 직각 삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외접원의 반지름 R 은 5 cm

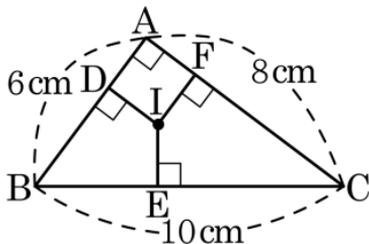
$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} (6r + 8r + 10r), \quad 24 = 12r, \quad r = 2$$

즉, 내접원의 반지름 r 은 2 cm

$$\therefore R + r = 5 + 2 = 7(\text{cm})$$

23. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. \overline{AD} 의 길이는?



① 1.6cm

② 1.8cm

③ 2cm

④ 2.2cm

⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$ 라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$ 이고,

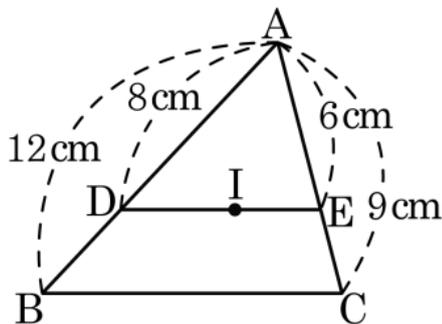
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로

$$10 = (6 - x) + (8 - x)$$

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$

24. 다음 그림에서 점 I가 삼각형 ABC의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI} + \overline{IE}$ 를 고르면?



① 6 cm

② 7 cm

③ 8 cm

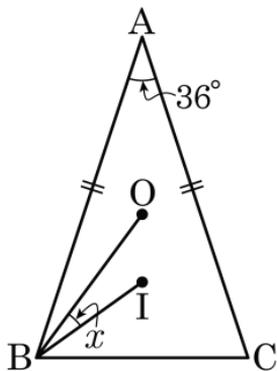
④ 9 cm

⑤ 10 cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이다. 따라서 $x = \overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DE} = (12 - 8) + (9 - 6) = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14°

② 18°

③ 20°

④ 22°

⑤ 24°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36^\circ$
 , $\angle BOC = 72^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC =$
 $\frac{1}{2} \times 36^\circ + 90^\circ = 108^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI =$
 $\angle OBC - \angle IBC = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$ 이다.