1. 점 P를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(3,\ -5)$라 할 때, 점 P의 좌표는?

① $(0,\ -3)$ ② $(-3,\ 0)$ ③ $(6,\ -7)$
④ $(-7,\ 6)$ ⑤ $(-6,\ 7)$

해설

$P(a,\ b)$를 조건에 의하여 이동하면 $(a+3,\ b-2)=(3,\ -5)$
따라서 $a=0,\ b=-3$

2. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2 는 반드시 포함하고, 5 는 포함하지 않는 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 A 의 부분집합 중에서 1, 2 를 반드시 포함하고, 5 를 포함하지 않는 집합의 개수는 집합 $\{3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.

3. $U = \{2, 4, 5, 8, 9, 10\}$ 에 대하여 $A = \{4, 5, 8\}, B = \{2, 4, 8, 9\}$ 일 때, $A^c - B^c$ 은?

① $\{2\}$ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{2, 9\}$

④ $\{2, 4, 8\}$ ⑤ $\{2, 4, 9\}$

해설

$A^c - B^c = B - A = \{2, 4, 8, 9\} - \{4, 5, 8\} = \{2, 9\}$ 이다.

4. 다음 세 직선 l, m, n 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

$$l : y = -2x + 2$$
$$m : 2x + y - 1 = 0$$
$$n : x - 2y - 2 = 0$$

① $l//m$ ② $l//n$ ③ $m\perp n$ ④ $l\perp m$ ⑤ $m//n$

해설

$l : y = -2x + 2$
$m : y = -2x + 1$
$n : y = \frac{1}{2}x - 1$ 이므로
$l//m$, $l\perp n$, $m\perp n$ 이다.
따라서, 옳은 것은 ①, ③이다.

5. 좌표평면 위의 두 점 A$(-1,\ 4)$, B$(3,\ 2)$ 를 이은 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식은?

① $y=-2x-5$ ② $y=-2x+5$ ③ $y=2(x-5)$

④ $y=2x+1$ ⑤ $y=2x-1$

해설

선분 AB 의 기울기 : $\dfrac{2-4}{3-(-1)}=-\dfrac{1}{2}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선의 기울기는 2 이다.

또, 선분 AB 의 수직이등분선은 두 점 A, B 의 중점을 지난다.

중점의 좌표는 $\left(\dfrac{-1+3}{2},\ \dfrac{4+2}{2}\right)=(1,\ 3)$ 이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-3=2(x-1)$

$\therefore\ y=2x+1$

6. 두 점 A(−3, 4), B(1, 2) 를 잇는 선분 AB 의 수직 이등분선의 방정식은?

① $2x-y+5=0$ ② $2x+y-2=0$ ③ $2x+y-1=0$

④ $x-2y+3=0$ ⑤ $x-2y+7=0$

해설

선분 $\overline{AB}$ 의 기울기 $= \dfrac{4-2}{-3-1} = -\dfrac{1}{2}$

선분 $\overline{AB}$ 의 중점 : $\left(\dfrac{-3+1}{2}, \dfrac{4+2}{2}\right) = (-1, 3)$

선분 $\overline{AB}$ 에 수직인 기울기 m 은

$m \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1 \quad \therefore m = 2$

$\therefore y = 2 \cdot (x+1) + 3 \rightarrow 2x-y+5=0$

7. 직선 $(k+1)x-(k-2)y-3=0$에 대하여 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, k는 실수)

< 보 기>

㉠ $k=-1$이면 점 $(1,\ 0)$을 지난다.

㉡ $k=2$이면 y축에 평행이다.

㉢ k의 값에 관계없이 점 $(1,\ 1)$을 지난다.

① ㉢ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $k=-1$이면 $y=1$이므로 점 $(0,\ 1)$을 지난다.
㉡ $k=2$이면 $x=1$이므로 y축에 평행이다.
㉢ $(x-y)k+(x+2y-3)=0$이므로 k의 값에 관계없이 점 $(1,\ 1)$을 지난다.

8. 두 원 $x^2+(y-2)^2=4, (x-a)^2+(y-1)^2=1$에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a=\sqrt{3}$이면 두 원은 서로 다른 원의 내부에 있다.

㉡ $a=0$이면 두 원은 서로 접한다.

㉢ a의 값에 관계없이 한 원이 다른 원의 내부에 놓일 수 없다.

① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 원 $x^2+(y-2)^2=4, (x-a)^2+(y-1)^2=1$의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{a^2+1}$이고 반지름의 길이는 각각 $2, 1$이다.

㉠ $a=\sqrt{3}$이면 $2-1<\sqrt{a^2+1}<2+1$이므로 두 원은 서로 다른 두 점에서 만난다. (거짓)

㉡ $a=0$이면 $\sqrt{a^2+1}=2-1$이므로 두 원은 서로 내접한다. (참)

㉢ $\sqrt{a^2+1}\geq 1$이므로 $\sqrt{a^2+1}<2-1$이 될 수 없다. 즉, 한 원이 다른 원의 내부에 놓을 수 없다. (참)

따라서, 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

9. 함수 $f : X \to Y$ 에 대하여 $X = \{x|0 \le x \le 1\}$ 이고 $f(x) = \begin{cases} x & (x\text{는 유리수}) \\ 1-x & (x\text{는 무리수}) \end{cases}$ 일 때, $f(x)+f(1-x)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

(i) x가 유리수일 때 $f(x)+f(1-x) = x+1-x = 1$
(ii) x가 무리수일 때 $f(x)+f(1-x) = 1-x+1-(1-x) = 1$
(i), (ii)에서 $f(x)+f(1-x) = 1$

10. 등식 $\dfrac{225}{157} = a + \dfrac{1}{b + \dfrac{1}{c + \dfrac{1}{d + \dfrac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$ 를 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $b = 2$

▷ 정답: $c = 3$

▷ 정답: $d = 4$

▷ 정답: $e = 5$

해설

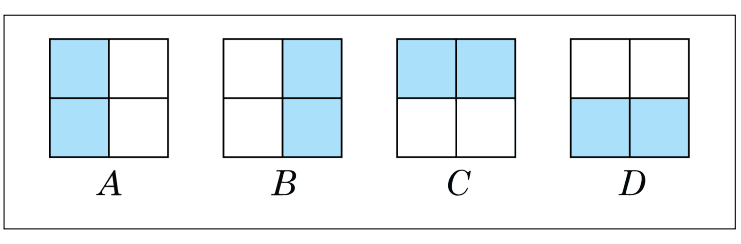
$$\frac{225}{157} = 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}}$$

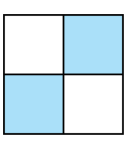
$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}$$

$\therefore a = 1,\ b = 2,\ c = 3,\ d = 4,\ e = 5$

11. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



① $(A-B)\cup(B-A)$ ② $(A\cup B)-(B\cap C)$

③ $(B-C)\cup(C-B)$ ④ $(A\cup C)-(A\cap C)$

⑤ $(B-C)\cup(C-B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A\cup C)-(A\cap C)$ 이다.

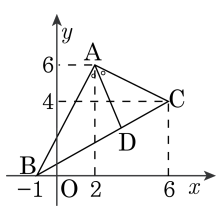
12. 양의 실수 전체의 집합 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = x^2 + 2x, h(x) = \dfrac{3x+1}{f(x)}$ 에 대하여, $(h \circ f^{-1})(3)$ 의 값은?

① 0 ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{4}{3}$

해설

$f^{-1}(3) = a$라 하면 $f(a) = 3$
$f(a) = a^2 + 2a = 3$
$a^2 + 2a - 3 = 0, (a+3)(a-1) = 0$
$a > 0$ 이므로 $a = 1$
$\therefore f^{-1}(3) = 1, f(1) = 3$
$\therefore (h \circ f^{-1})(3) = h(f^{-1}(3)) = h(1)$
$h(1) = \dfrac{3+1}{f(1)} = \dfrac{4}{3}$

13. 다음 그림과 같이 세 점 A(2, 6), B(−1, 0), C(6, 4)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 점 D의 좌표는?



① $\left(2, \frac{6}{5}\right)$ ② $\left(\frac{12}{5}, \frac{8}{5}\right)$ ③ $\left(\frac{14}{5}, 2\right)$
④ $\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$ ⑤ $\left(\frac{18}{5}, \frac{14}{5}\right)$

해설

점 D는 ∠A의 이등분선과 변 BC의 교점이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이다.
$\overline{AB} = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = 3\sqrt{5}$,
$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}$ 이므로
$\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$
따라서 점 D는 선분 BC를 3 : 2로 내분하는 점이므로
점 D의 좌표는 $\left(\frac{18-2}{3+2}, \frac{12+0}{3+2}\right)$
$\therefore \left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$

14. 전체집합 $S = \{x | x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \varnothing$, $B^c = \{1, 7, 8, 9\}$, $S - (A^c \cup B) = \{1, 7\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$S = \{x \mid x$는 10이하의 자연수$\} = \{1, 2, 3, \cdots, 10\}$
$B^c = \{1, 7, 8, 9\}$ 이면 $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 10\}$
$S - (A^c \cup B) = S \cap (A^c \cup B)^c$
$(A^c \cup B)^c = A \cap B^c = A - B$
$A \cap B = \varnothing$ 이므로 $A - B = A$
따라서 $S - (A^c \cup B) = S \cap A = \{1, 7\}$
$\therefore n(A \cup B) = 8$