

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 10보다 작은 짝수의 모임 ② 눈이 큰 사람의 모임
- ③ 애국가 1절의 모임 ④ 착한 사람의 모임
- ⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

- ① 2, 4, 6, 8이므로 집합이다.
- ② ‘큰’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ ‘애국가 1절’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ ‘착한’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
- ⑤ ‘키가 크다’는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 11$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 가 알맞게 짝지어진 것은?

① $n(A - B) = 18$, $n(B - A) = 12$

② $n(A - B) = 12$, $n(B - A) = 18$

③ $n(A - B) = 19$, $n(B - A) = 12$

④ $n(A - B) = 11$, $n(B - A) = 19$

⑤ $n(A - B) = 19$, $n(B - A) = 11$

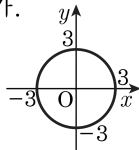
해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 11 = 19$$

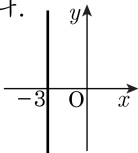
$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 11 = 12$$

3. 다음 중 함수의 그래프인 것을 모두 고른 것은?

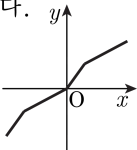
가.



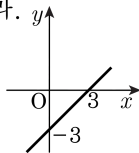
나.



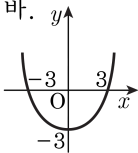
다.



라.



마.



① 가, 나, 다

② 가, 나, 마

③ 다, 라, 마

④ 나, 마

⑤ 가, 마

해설

주어진 x 에 y 값이 하나만 대응되어야 한다.

$\therefore$ 다, 라, 마 가 함수이다.

4. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$

② $\frac{1}{6x}$

③ $\frac{5}{6x}$

④ $\frac{11}{6x}$

⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

5. $\frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - \sqrt{10}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 를 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})} \\ &= \frac{9 - 3\sqrt{10}}{5 - 2} = 3 - \sqrt{10}\end{aligned}$$

6. 건호는 집에서 학교에 가는 길에 서점에 들러 문제집을 구입하려고 한다. 집에서 학교까지 가는 방법은 모두 몇 가지인가?



▶ 답 :

개

▶ 정답 : 6 개

해설

집에서 서점까지 가는 길의 가지수는 3 가지, 서점에서 학교까지 가는 길의 가지수는 2 가지집에서 반드시 서점에 들러 학교를 가야하므로 곱의 법칙을 이용하여

$$\therefore 3 \times 2 = 6 \text{ (가지)}$$

해설

집에서 서점까지 가는 길을 a, b, c 라 하고 서점에서 학교에 가는 길을, 이라고 하면집에서 서점을 들러 학교에 가는 방법은

$(a, \uparrow), (a, \downarrow), (b, \uparrow),$
 $(b, \downarrow), (c, \uparrow), (c, \downarrow)$

$$\therefore 6 \text{ (가지)}$$

7. 집합 $\{1, 3, 5, 7\}$ 에서 원소 1 을 포함하고 5 를 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

$$2^{(1, 5\text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(답 2 개)

① $A \cup A = A$

② $A \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $B \subset (A \cup B)$

해설

② $A \cup \emptyset = A$

④ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

9. $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}, B - A = \{1, 7, 13\}, (A \cup B)^c = \{9\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 는?

① $\{2\}$

② $\{4\}$

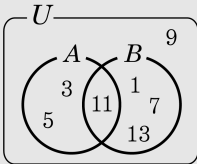
③ $\{11\}$

④ $\{2, 4\}$

⑤ $\{2, 7\}$

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같고 $A \cap B = \{11\}$ 이다.



10. 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A - B = \{5, 7\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

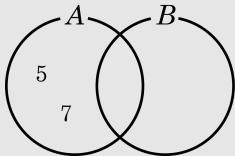
③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 9\}$

⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 집합 $B = \{1, 3, 9\}$ 이다.



11. $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ 이고 A, B 가 보기를 만족할 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

보기

$$\neg. A \cap B = \{3, 5\}$$

$$\neg. B - A = \{1\}$$

$$\neg. (A \cup B)^c = \{4\}$$

① $\{2\}$

② $\{3\}$

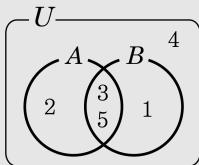
③ $\{2, 3\}$

④ $\{2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다. 따라서 A 의 부분집합인 것은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}$ 이다.



12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $B - A = \emptyset$

② $A \cup B = A$

③ $A \cap B^C = B$

④ $A^C \cup B = A$

⑤ $B^C \subset A^C$

해설

① $A - B = \emptyset$

② $A \cup B = B$

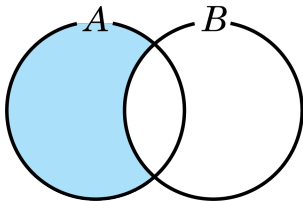
③ $A \cap B^C = \emptyset$

④ $A^C \cup B = U$

13. 다음 벤 다이어그램이 보기의 조건을 만족할 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.

보기

$$n(A) = 25, n(B) = 27, n(A \cap B) = 12$$



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

색칠한 부분은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 25 - 12 = 13$ 이다.

14. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
따라서 X 에서 Y 로의 함수의 개수는
 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$

15. 함수 $y = \frac{bx+2}{ax-1}$ 의 정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,

$a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

16. 다음 세 집합 A , B , C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$$A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 9\}, C = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $B \subset C \subset A$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$B = \{3, 9\}$$

$$C = \{1, 3, 9\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

17. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 14 \text{ 이하의 짝수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \cap A^c = \{4, 8, 12\}, A - B = \{14\}, A \cap B = \{2, 6\}$ 일 때, $(A \cup B)^c$ 는?

① $\{6\}$

② $\{8\}$

③ $\{10\}$

④ $\{2, 6\}$

⑤ $\{10, 12\}$

해설

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, $B \cap A^c = \{4, 8, 12\}, A - B = \{14\}, A \cap B = \{2, 6\}$

이므로 $(A \cup B)^c = \{10\}$ 이다.

18. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. 명제 ' $\sim p$ 이면 q 이다.' 가 참일 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $P^c \subset Q$

② $P^c \cap Q = P^c$

③ $P^c \cup Q = Q$

④ $P^c - Q = \emptyset$

⑤ $(P^c \cap Q)^c = Q^c$

해설

$P \subset Q$ 이므로 ①, ②, ③, ④는 성립.

⑤ $(P^c \cap Q)^c = (P^c)^c = P$

19. $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{a}{b} = p + \sqrt{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 = 2. \times \times \times$$

$$a = 2, b = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore p = 1, q = 3$$

$$\therefore p + q = 4$$

20. 1부터 800까지의 자연수 중에서 800과 서로소인 수의 개수를 구하면?

① 310 개

② 320 개

③ 330 개

④ 340 개

⑤ 350 개

해설

800 = $2^5 \times 5^2$ 으로 소인수분해가 된다.

800과 서로소가 되려면 2나 5를 인수로 가져서는 아니되므로 1부터 800까지의 수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수를 계산하여 여사건을 이용하면 된다.

2의 배수의 집합을 A , 5의 배수의 집합을 B 라 하면

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\&= 400 + 160 - 80 = 480\end{aligned}$$

따라서 800과 서로 소인수의 개수는

$$800 - 480 = 320(\text{개}) \text{ 이다.}$$

21. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128

② 256

③ 512

④ 1024

⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

22. 18000 의 양의 약수 중에서 짝수의 개수는?

① 32

② 36

③ 40

④ 44

⑤ 48

해설

$$18000 = 2^4 \times 3^2 \times 5^3$$

따라서 양의 약수 중에서 짝수인 것의 개수는

$$4 \times (2 + 1) \times (3 + 1) = 48 \text{ (개)}$$

23. 180 과 600 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8개

② 9개

③ 10개

④ 11개

⑤ 12개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이고,

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 에서

최대공약수 $G.C.D. = 2^2 \times 3 \times 5$ 이고

따라서 공약수의 개수는 12

24. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24

② 30

③ 60

④ 72

⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

25. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 34 개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로

$\times \times 0$ 의 꼴 $\rightarrow 4 \times 4$, $\times \times 2$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$, $\times \times 4$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$

따라서 짝수의 개수는 $4 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 3 = 34$ (개)

26. $6 \cdot {}_n C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 11$

해설

$6 \cdot {}_n C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$ 에서

$$6 \cdot \frac{n(n-1)}{2!} = 5 \cdot \frac{(n+1)n}{2!}$$

$$6n^2 - 6n - 5n^2 - 5n = 0$$

$$n^2 - 11n = 0, n(n-11) = 0$$

$$\therefore n = 11 (\because n \geq 2)$$

27. n 명의 학생들이 두 명씩 짝을 지었더니 1명이 남았다. 짝을 지은 두 명끼리 가위바위보를 하여 이긴 학생들과 나머지 1명을 한 교실에 모이게 한 다음, 모든 사람끼리 한 번씩 악수를 시켰더니 모두 190번의 악수가 이루어졌다. 이 때, n 의 값은?

① 35

② 37

③ 39

④ 41

⑤ 43

해설

두 명씩 짝을 지었더니 1명의 학생이 남았으므로 n 은 홀수이다. $n = 2k + 1$ (k 는 자연수)이라 하면 가위바위보를 하여 이긴 학생의 수는

$$\frac{n-1}{2} = k(\text{명}) \text{ 이므로 교실에 모인 사람은}$$

$(k+1)$ 명이다. $(k+1)$ 명이 모두 악수를 한 횟수는 $(k+1)$ 명 중에서 서로 다른 두 명을 뽑는 조합의 수와 같으므로

$${}_{k+1}C_2 = \frac{(k+1)k}{2} = 190$$

$$k(k+1) = 380 = 19 \times 20$$

$$\therefore k = 19$$

따라서, n 의 값은 $2 \times 19 + 1 = 39$

28. 남자 5명과 여자 4명 중에서 3명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남자 1명이 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80가지

해설

전체의 경우에서 여자만 뽑히는 경우의 수를 뺀다.

$$\therefore {}_9C_3 - {}_4C_3 = 80$$

29. 여자가 3명 포함된 10명의 국회 의원 모임에서 3명의 대표를 선출할 때, 적어도 2명의 여자 국회 의원이 대표가 되는 경우의 수는?



① 22

② 26

③ 32

④ 34

⑤ 45

해설

전체의 경우의 수에서 여자 대표가 1명만 뽑히는 경우와 한 명도 뽑히지 않은 경우의 수를 빼준다.

$$\therefore {}_{10}C_3 - ({}_3C_1 \times {}_7C_2 + {}_7C_3) = 22$$

30. 육각형에서 대각선의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

구하는 대각선의 개수는 6개의 꼭짓점 중에서
2개를 택하는 경우의 수에서 변의 개수인 6개를
뺀 값과 같으므로 ${}_6C_2 - 6 = 9$