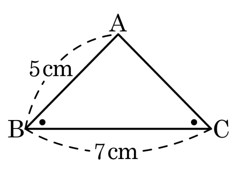
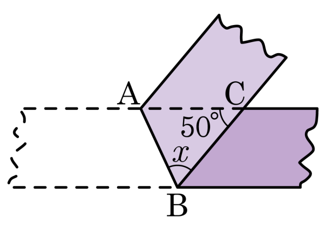
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm
④ 5.5cm ⑤ 6cm

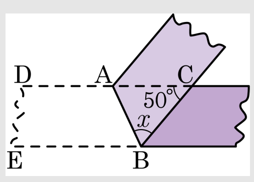
해설
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = \overline{AB} = 5\mathrm{cm}$

2. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



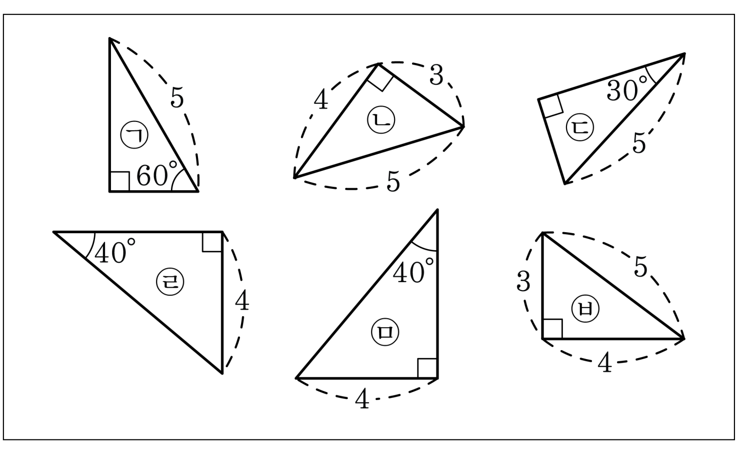
① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)
$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로
$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$
$\angle x = 65°$

3. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 아닌 것을 모두 고르면?



① ㉠과 ㉡　② ㉠과 ㉢　③ ㉡과 ㉤
④ ㉡과 ㉥　⑤ ㉣과 ㉤

해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 30° ,60° 로 같으므로 RHA 합동이다.
㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.
㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 40° , 90° 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

4. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

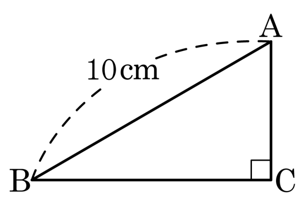
> [증명]
> $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle POA =$ (①) $\cdots\cdots$ ㉠
> (②) 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
> (③) $= \angle OBP = 90^\circ$ $\cdots\cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
> $\therefore$ (⑤) $= \overline{PB}$

① $\angle POB$　② $\overline{OP}$　③ $\angle OAP$
④ RHS　⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA =$ ($\angle POB$) $\cdots\cdots$ ㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90^\circ$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
$\therefore$ ($\overline{PA}$) $= \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는?

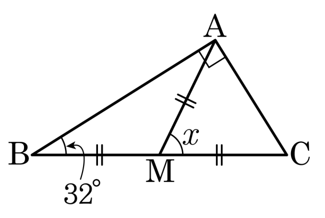


① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

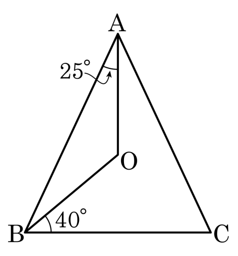


① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{MB} = \overline{MA}$)
$\angle MBA = \angle MAB = 32°$
두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로
$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$

④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

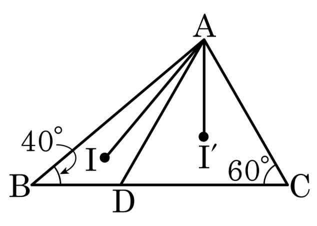
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로

$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$

$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

8. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle$B $=$ 40°, $\angle$C $=$ 60° 일 때, $\angle$IAI′ 의 크기는?

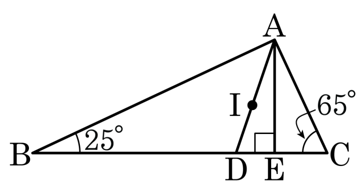


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle \mathrm{IAI'} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} = \frac{1}{2} \times 80\,° = 40\,°$

9. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, ∠DAE 의 크기는?



① 15°　② 17°　③ 18°　④ 20°　⑤ 22°

해설

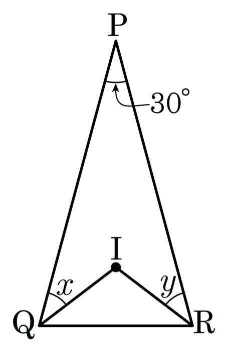
$\angle A = 180° - (25° + 65°) = 90°$

$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

$\angle EAC = 25°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 45° - 25° = 20°$

10. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30°$일 때, $x + y$의 값을 구하면?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

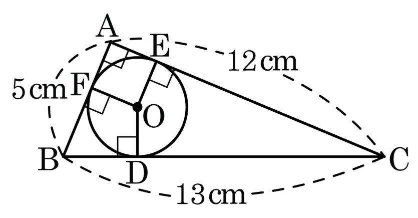
해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P = 90° + \frac{1}{2} \times 30° = 105°$이다.

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.
따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180° - \angle QIR = 180° - 105° = 75°$

11. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?



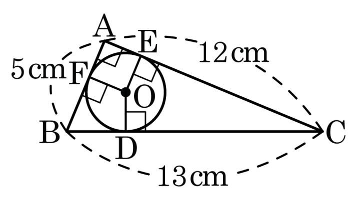
① $2\pi\,\text{cm}^2$ ② $4\pi\,\text{cm}^2$ ③ $9\pi\,\text{cm}^2$

④ $16\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $25\pi\,\text{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면,
$\overline{AF} = \overline{AE} = x$, $\overline{BF} = \overline{BD} = 5 - x$,
$\overline{CE} = \overline{CD} = 12 - x$ 이므로
$(5 - x) + (12 - x) = 13$
$\therefore x = 2$
따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\,\text{cm}^2$

12. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm　② 1 cm　③ 2 cm
④ 2.5 cm　⑤ 3 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 내접원의 반지름을 r ,각 변의 길이를 $a,\ b,\ c$ 라 하면 $\triangle$ABC 의 넓이는

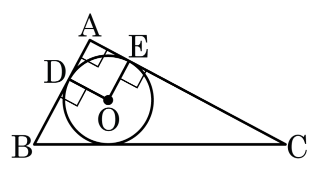
$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

이때, $\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}\times 5\times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a+b+c) = 30$,

$\frac{1}{2}r(5+12+13) = 30$

따라서 $r = 2\,\mathrm{cm}$

13. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이고 $\overline{AE}$ 의 길이가 3이다. $\triangle ABC = 48$ 일 때, 세 변의 길이의 합은?

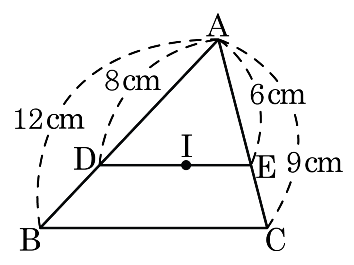


① 16　② 24　③ 28　④ 32　⑤ 36

해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면
$\overline{AE}$ 는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ 에서
$a+b+c = 48 \times \frac{2}{3} = 32$

14. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI}+\overline{IE}$ 를 고르면?

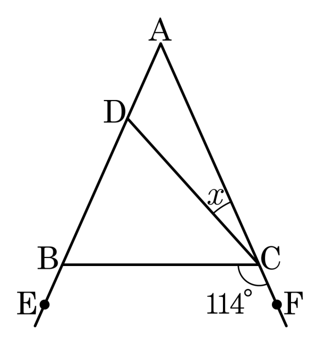


① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}$ 이다. 따라서 $x=\overline{DI}+\overline{IE}=\overline{DE}=(12-8)+(9-6)=4+3=7(\mathrm{cm})$ 이다.

15. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $18°$ ② $24°$ ③ $30°$ ④ $36°$ ⑤ $42°$

해설

$\triangle ABC$ 에서

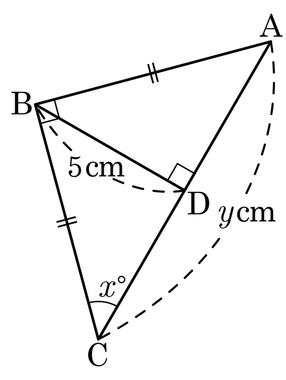
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$ 에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}, \angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x-y$의 값은?



① 30　② 32　③ 35　④ 37　⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

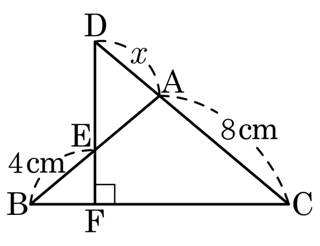
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,cm$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

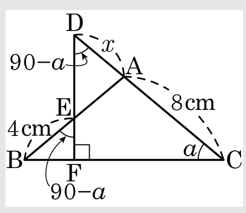
$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

17. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이고 $\angle\mathrm{DFC} = 90^\circ$ 일 때, x 의 길이는?



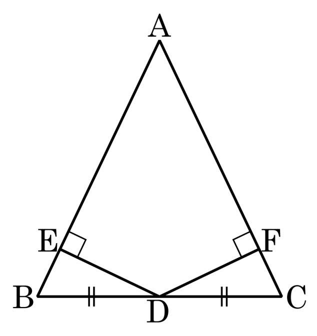
① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{ABC} = a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $\angle\mathrm{ACB} = a$ 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{BEF}$ 에서 $\angle\mathrm{BEF} = 90-a$ 이고 마찬가지로 $\triangle\mathrm{DCF}$ 에서 $\angle\mathrm{CDF} = 90-a$ 이다.
즉, $\angle\mathrm{BEF} = \angle\mathrm{CDF}$, $\angle\mathrm{BEF} = \angle\mathrm{AED}$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle\mathrm{CDF} = \angle\mathrm{AED}$ 이므로 $\triangle\mathrm{AED}$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}} = x(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = 4+x = 8 = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $x = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE}=\overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EB}=\overline{FC}$

② $\angle EBD=\angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

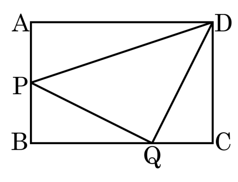
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

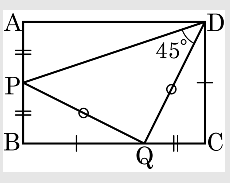
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

19. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형ABCD 에서 점 P 는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q 는 변 BC 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



위의 그림처럼 D 와 Q 를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,

$\overline{PB} = \overline{QC}$

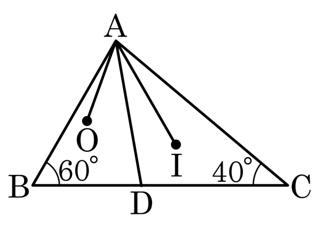
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

20. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?

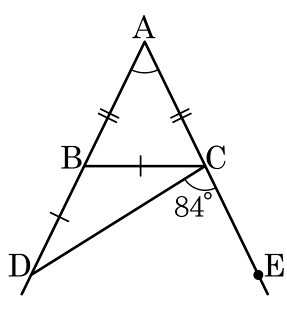


① $18°$　② $46°$　③ $50°$　④ $52°$　⑤ $108°$

해설

$\angle DOA = 2 \times 60° = 120°$ 이므로 $\angle OAD = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ 이고,
$\angle DAC = 44°$ 이므로 $\angle DAI = 40° \div 2 = 20°$
따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50°$

21. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.

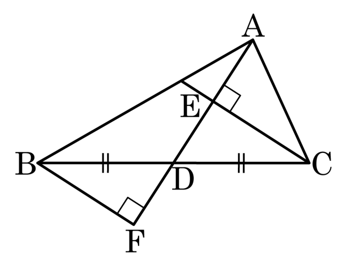


① 32°　② 42°　③ 52°　④ 62°　⑤ 72°

해설

$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면
$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$
$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$
$\therefore \angle a = 32°$

22. $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\angle AEC = \angle AFB = 90°$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

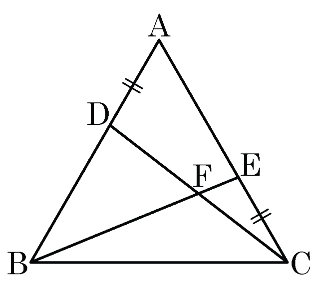


① $\overline{AC} = \overline{CD}$
② $\overline{BF} = \overline{CE}$
③ $\overline{DE} = \overline{DF}$
④ $\triangle BFD \equiv \triangle CED$
⑤ $\angle BAF = \angle ACE$

해설

$\triangle BFD \equiv \triangle CED$ (RHA 합동)

23. 정삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CE}$ 이고, $\triangle FBC = 45\text{cm}^2$ 이다. $\square ADFE$ 의 넓이는?

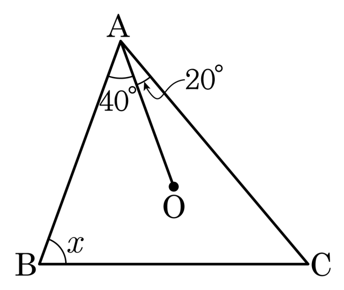


① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 45cm^2
④ 50cm^2 ⑤ 55cm^2

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle CEB$ 에서
$\overline{AC} = \overline{CB}, \overline{AD} = \overline{CE}, \angle DAC = \angle ECB = 60°$
$\therefore \triangle ADC \equiv \triangle CEB$(SAS합동)
$\triangle ADC = \triangle CEB$
$\square ADFE + \triangle FCE = \triangle FBC + \triangle FCE$
$\therefore \square ADFE = \triangle FBC = 45\ (\text{cm}^2)$

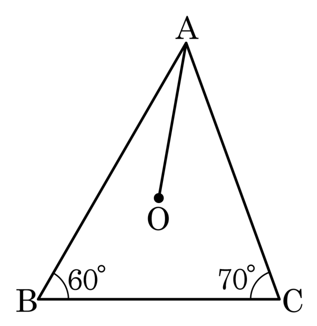
24. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설
보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



① $10°$　② $20°$　③ $30°$　④ $40°$　⑤ $50°$

해설

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$
점 O는 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OCA = \angle OAC$
$\angle OAC = \angle a$ 라 하면
$\angle OCA = \angle OAC = \angle a$
$\angle OCB = 70° - \angle a = \angle OBC$, $\angle OAB = 50° - \angle a = \angle OBA$
$\angle B = (70° - \angle a) + (50° - \angle a) = 60°$
$\therefore \angle a = \angle OAC = 30°$