방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면? 1.

①
$$x = -1 \ (\stackrel{\angle}{\circ} \stackrel{\neg}{-}), \ -\frac{1}{2}, \ 2$$
 ② $x = -1 \ (\stackrel{\angle}{\circ} \stackrel{\neg}{-}), \ \frac{1}{2}, \ 1$ ③ $x = -1 \ (\stackrel{\angle}{\circ} \stackrel{\neg}{-}), \ \frac{1}{2}, \ 2$ ④ $x = -1, \frac{1}{2}, \ 2 \ (\stackrel{\angle}{\circ} \stackrel{\neg}{-})$ ⑤ $x = -1, \frac{1}{2} \ (\stackrel{\angle}{\circ} \stackrel{\neg}{-}), \ 2$

$$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$$
 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

 $(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$ $(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

①0 2 1 3 2 4 3 5 4

 $x^3 + 3^3 = 0$, $(x+3)(x^2 - 3x + 9) = 0$

의해 세 근의 합은 0

 $x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에

- 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면? 3.

 - ① 5 ② 4 ③ 3

(x-1)(x-2)(x+1) = 0

x = -1, 1, 2

 $\therefore -1+1+2=2$

4. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

 $x^4 = 16$

답:

➢ 정답: 0

해설

 $x^4 - 16 = 0$ 에서

 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$

 $(x-2)(x+2)(x^2+4) = 0$

∴ x = ±2 또는 x = ±2i
 ∴ 모든 해의 합은 (-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0

_ _ (,

5. 다음 방정식을 만족하는 x, y의 값을 차례대로 구하여라.

2x - y = 4x + 10 = x + y - 5

답:

▶ 답:

> 정답: x = -5 ➢ 정답: y = 0

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

해설

 $\int 2x - y = 4x + 10$

$$\begin{cases} 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 & \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 & \cdots \\ & \\ \bigcirc & \\ \end{vmatrix} x = 2y - 5 & \cdots \\ \bigcirc & \\ \bigcirc$$

□을 → 에 대입하면 2(2y-5) + y + 10 = 0 $\therefore y = 0$

y = 0 을 ⓒ 에 대입하면 x = −5 $\therefore x = -5, y = 0$

6. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

 $\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \bigcirc \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \bigcirc \end{cases}$

- ① (2,3) ② (-2,3)4 (3,-2) 5 (-3,-2)
- (3,2)

⊙, ⓒ의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

해설

 $\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \end{cases}$

© - @×3을 하면 -4y = -8 ∴ y = 2를 @대입하면 x = 3

 $\therefore x = 3, y = 2$

- 7. 연립방정식 ax + by = 8, 2ax by = -2의 근이 x = 1, y = 2일 때, a, b의 값은?
 - ① a = -2, b = -3
- ② a = 3, b = 2
- ③ a = 2, b = -3⑤ a = -3, b = -2
- $\bigcirc a = 2, \ b = 3$

ax + by = 8 , 2ax - by = -2근이 x = 1, y = 2이므로

 $\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$

 $\therefore a = 2, b = 3$

8. 연립방정식

 $\begin{cases} 2x + ay = 10\\ x - y = b \end{cases}$

의 해가 x = 2, y = -3일 때, a + b의 값은?

① 1

②3 3 5 4 7 5 9

x=2, y=-3두 방정식

2x + ay = 10, x - y = b에 대입하면

모두 성립시키므로 4 - 3a = 10

 $\therefore a = -2$

2 - (-3) = b $\therefore b = 5$

 $\therefore a+b=3$

- 9. $x^4 5x^2 14 = 0$ 의 두 허근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?
 - ① 4 ②-4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -16

 $x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로 두 하근 α , β 는 각각 $\sqrt{2}i$, $-\sqrt{2}i$ 이므로 $\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$

10. x에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1일 때, 상수 k의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1



해설

 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1이므로 x = -1을 대입하면 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$ $\therefore k = 3$

- **11.** 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 -3, $1 \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b의 합 a+b의 값은?
 - 10-10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여 $a = (1 - \sqrt{2}) \left(1 + \sqrt{2}\right) + (-3) \left(1 - \sqrt{2}\right) + (-3) \left(1 + \sqrt{2}\right) = -7$

 $b = -\left(1 - \sqrt{2}\right)\left(1 + \sqrt{2}\right)(-3) = -3$ $\therefore a + b = -10$

12. 다음 중 1+i가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

①
$$(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

- $(x^2 1)(x^2 2x 1)$
- $(x^2+1)(x-1)(x+1)$
- $(x^2+1)(x^2-2x+1)$

한 근이 1+i이면

해설

다른 한 근은 1 - i이다.

 $(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$.. ① 이 조건에 맞다

- 13. 삼차방정식 $x^3 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a,b는 유리수)
- ① $1 \sqrt{2}$, 2 ② $-1 + \sqrt{2}$, -3 ③ $1 \sqrt{2}$, 3

해설

 $\textcircled{4} \ 1 - \sqrt{2} \ , \ -3 \qquad \qquad \textcircled{5} \ -1 + \sqrt{2} \ , \ 3$

한 근이 $1+\sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$ 이다.

- 삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \ \alpha = 3$
- ∴ 다른 두 근은 3,1 √2

- 14. $x^3-1=0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3+\overline{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)
 - ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

 $x^{3} - 1 = (x - 1)(x^{2} + x + 1) = 0$ $x = 1 또는 x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \stackrel{=}{=} \omega$ 라 하면 $\overline{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ $\therefore \ \omega^3 = 1, \ \overline{\omega}^3 = 1, \ \omega^3 + \overline{\omega}^3 = 2$

$$\overrightarrow{\omega} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \ \omega^3 = 1, \ \overline{\omega}^3$$

15. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 *a* 값은?

① a = -1③ $a = \pm 1$

② a = 1

⑤ 없다.

④a ≠ ±1 인 모든 실수

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면 $\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$

∴ a ≠ ±1따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

②3 3 5 4 7 § 9 ① 1

①을 ⓒ에 대입하면

 $x^{2} + (x+1)^{2} = 5$, $2x^{2} + 2x - 4 = 0$,

2(x+2)(x-1) = 0 $\therefore x = 1, -2$ x = 1일 때, y = 2,

x = -2일 때, y = -1

∴ $\alpha = 1$, $\beta = 2$ 또는 $\alpha = -2$, $\beta = -1$ ∴ $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$

17. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 x + y값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$

2 4

③ $-3\sqrt{2}$

해설

(4) -4 (5) $4\sqrt{2}$

 $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ (x-y)(x-2y) $\Rightarrow (x-y)(x-2y) = 0$ $\Rightarrow x = y \pm x = 2y$ i) x = y $x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$ $x = \pm 2 \implies y = \pm 2$ ii) x = 2y $x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$ $y = \pm \sqrt{2} \implies x = \pm 2\sqrt{2}$ $x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$ 18. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를 x = a, y = b라 할 때, ab의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1

해설

$$x^{2} + y^{2} = 5 \cdots \bigcirc$$

$$x^{2} - xy + y^{2} = 3 \cdots \bigcirc$$
①을 ©에 대입하면 $5 - xy = 3$, $xy = 2$

- $\therefore ab = 2$

19. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답: ▷ 정답: -3

해설

 $(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$ 에서 $x^2 - 2x = t$ 로 놓으면 t(t-2) - 3 = 0,

 $t^2 - 2t - 3 = 0$

(t-3)(t+1) = 0

 $\therefore t = 3 \stackrel{\smile}{\to} t = -1$ (i) t=3, 즉 $x^2-2x=3$ 일 때

 $x^2 - 2x - 3 = 0$ (x-3)(x+1) = 0

 $\therefore x = -1 \stackrel{\mathbf{L}}{=} x = 3$ (ii) t=-1 , 즉 $x^2-2x=-1$ 일 때

 $x^2 - 2x + 1 = 0$

 $(x-1)^2 = 0$ ∴ x = 1 (중근)

따라서, $-1 \times 3 \times 1 = -3$

20. $x^2+x+1=0$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, $\omega^{2012}+\omega^{2013}+\omega^{2014}$ 의 값은?

① 3 ② -1 ③ 1 ④0 ⑤ 2

해설

문제의 조건에서 ω는 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 를 만족시키므로 윗식의 양변에 ω – 1을 곱하면 $\omega^3 - 1 = 0$ $\therefore \omega^3 = 1$

 $\therefore \omega^{2012} + \omega^{2013} + \omega^{2014}$

 $= (\omega^3)^{670} \cdot \omega^2 + (\omega^2)^{671} + (\omega^3)^{671} \cdot \omega$

 $=\omega^2+\omega+1=0$

21. 방정식 $x^4 - ax^2 + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, 정수 a의 값들의 합은?

① 30

② 25

③ 23

4)18

⑤ 13

해설 $x^4 - ax^2 + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가지려면 $x^2 = y$

라고 치환하여 $y^2-ay+8-a=0$ 이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다. i) $D=a^2-4(8-a)=a^2+4a-32=(a+8)(a-4)>0$

∴ a < -8 또는 a > 4

ii) a > 0

iii) $8 - a > 0 \Rightarrow a < 8$

∴ 4 < a < 8 이므로 a = 5, 6, 7

22. 어떤 공장에서 A, B의 두 제품을 생산하고 있다. A제품의 생산량은 작년에 비하여 20%증가하였고, B제품은 25%증가하였다. 올해 총생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B제품의 생산량을 구하면?

개

답:

➢ 정답: 40<u>개</u>

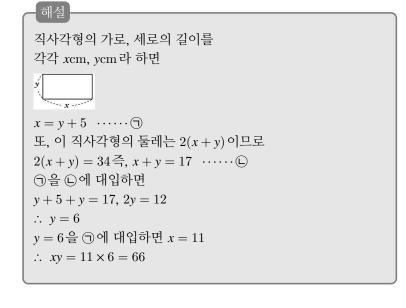
 → 해설

 작년 두 제품의 생산량을 차례로 a, b라고 하면,

올해는 각각 1.2a, 1.25b이다. a+b=70, 1.2a+1.25b=86연립하여 풀면, a=30, b=40 23. 가로의 길이가 세로의 길이보다 $5\,\mathrm{cm}$ 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 $34\,\mathrm{cm}$ 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

답:

▷ 정답: 66



 $24. \ \ 200 \, \mathrm{m} \, \mathcal{E}$ 동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한 다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

① $8 \,\mathrm{km/h}$ ② $9 \,\mathrm{km/h}$ ③ $10 \,\mathrm{km/h}$

④ 11 km/h ⑤ 12 km/h

빠른 학생의 분속 : x3분간 간 거리 : 3x느린 학생의 분속: y 3분간 간 거리 : 3y 같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로 거리의 차는 200 3x - 3y = 200반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로 거리의 합은 200 x + y = 200 $\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$ 연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3}$ m/분 $\Rightarrow \frac{400m}{3} / 분 = \frac{0.4 \text{ km}}{3} \times 60 / \land ? ? = 8 \text{ km/h}$

25. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, x + y

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

⑤5

해설

 $x^{2} - 4xy + 5y^{2} + 2x - 8y + 5$ $= x^{2} - 2(2y - 1)x + 4y^{2} - 4y + 1 + y^{2} - 4y + 4$ $= x^{2} - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^{2} + (y - 2)^{2}$ $= (x - 2y + 1)^{2} + (y - 2)^{2} = 0$ x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0이므로 y = 2, x - 4 + 1 = 0 : x = 3

따라서 x + y = 3 + 2 = 5

26. 방정식 $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y의 곱 xy 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

 $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$ 에서

 $(x^{2} + 2xy + y^{2}) + (x^{2} - 4x + 4) = 0$ $(x + y)^{2} + (x - 2)^{2} = 0$ x, y가 실수이므로 x + y = 0, x - 2 = 0

 $\therefore x = 2, y = -2$ $\therefore xy = -4$

 \dots M = \mathbb{I}

27. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k의 최대 정수값을 구하여라.

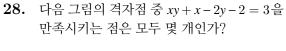
▶ 답:

▷ 정답: 3

근이 유리수이므로, 판별식D ≥ 0 이어야 한다.

 $D=25-8k\geq 0$ 곧, $k\leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

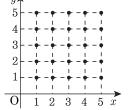
k 는 정수이므로 $k=3,\ 2,\ 1,\ \cdots$ 이고, 이 중 $D\geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 k=3 이다.

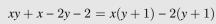


⑤ 4 개

① 0개

②1 개 ③ 2개





해설

④ 3 개

=(x-2)(y+1) 이므로 (x-2)(y+1) = 3 에서 문제의 x, y는

i)x-2=1, y+1=3 일 때, x=3, y=2

ii) x-2=3, y+1=1 일 때, x=5, y=0iii) x-2=-1, y+1=-3 일 때, x=1, y=-4

iv) x-2=-3, y+1=-1 일 때,

x = -1, y = -2

x, y는 자연수이므로 조건을 만족시키는 점은 (3, 2) 뿐이다.

29. 방정식 2xy-4x-y=4를 만족하는 양의 정수 x, y를 구하면 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = \gamma & \text{old} \\ y = \delta & \end{cases}$$

 $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

주어진 식을 변형하면 (2x-1)(y-2)=6

조건에서 x, y가 양의 정수이므로 2x - 1, y - 2도 각각 정수이고 특히 2x - 1은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ y - 2 = 6 \end{cases} \quad \text{If } \begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ y - 2 = 2 \end{cases}$$
$$\therefore \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\int x = 1 \qquad \int x = 2$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

30. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

 □
 □

 □
 □

~ ----

➢ 정답: x = 2

 \triangleright 정답: x = 3

해설

 $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$ $\therefore x = 2 \, \text{\mathref{E}} \cdots x = 3$

31. 방정식 2x + 5y = 84를 만족하는 양의 정수 x, y의 해 중에서 x의 최댓값을 구하면?

① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

준식을 y에 대하여 정리하면 84 - 2x 2(42 - x)

 $y = \frac{84 - 2x}{5} = \frac{2(42 - x)}{5} \quad \cdots$ ① ①에서 y가 양의 정수이므로 42 - x가 5의 배수이다.

따라서, $x = 2, 7, \cdots, 37$

∴ *x*의 최댓값은 37

- **32.** 이차방정식 $x^2 ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a에 대한 설명 중 옳은 것은?
 - ① a는 -10 이상 -2 이하이다.
 - ②a는 −2 이상 6 이하이다.
 - ③ a는 6 이상이다.
 - ④ a는 0 이하이다.⑤ a는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β 라 하면 (단, $\beta \ge \alpha$) $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$

이 두 식에서 a를 소거하면

 $lphaeta-lpha-eta=2,\ (lpha-1)(eta-1)=3$ $lpha-1,\ eta-1$ 이 정수이므로 $lpha=2,\ eta=4$ 또는 $lpha=-2,\ eta=0$

 $\therefore a = 6, -2$

$$0 \quad x = 1 \pm \sqrt{1}$$

$$1 \pm \sqrt{1}$$

$$2 \quad x = 1 \pm \sqrt{1}$$

$$1 \pm \sqrt{1}$$

①
$$x = 1 \pm \sqrt{3}$$
 ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$ ④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

해설
근의 공식을 이용한다.
$$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

34. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, A < B) 라 할 때, 3A + B의 값은?

 $3x^2 - 2x - 1 = 0$

(3x+1)(x-1) = 0

 $x = -\frac{1}{3} \, \, \text{\Psi} \, \, x = 1$ $\therefore 3A + B = 0$

- **35.** 이차방정식 $x^2 mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은? (단, m은 상수)



 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 x = 1을 대입하면

해설

 $1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$ $x^2 + 2x - 3 = 0$, (x+3)(x-1) = 0 $\therefore x = -3, 1$ 따라서, 다른 근은 -3

36. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a의 최솟값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0 $\therefore a > \frac{34}{5}$