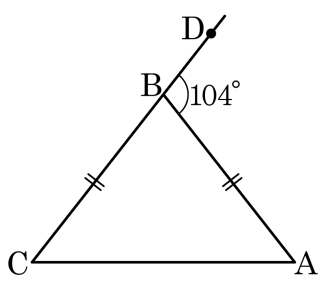
1. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 104°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



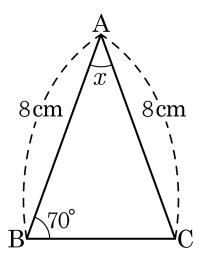
① 46° ② 48° ③ 50° ④ 52° ⑤ 55°

해설

$2 \times \angle BAC = 104°$

$\therefore \angle x = 52°$

2. 다음과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$일 때, $\angle x$의 크기는?

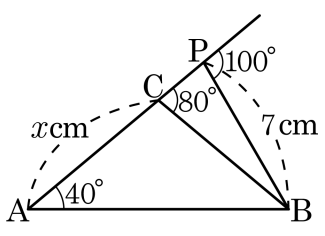


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 70°$
따라서 $x = 180° - 2 \times 70° = 40°$

3. 다음 그림에서 x 의 길이는?

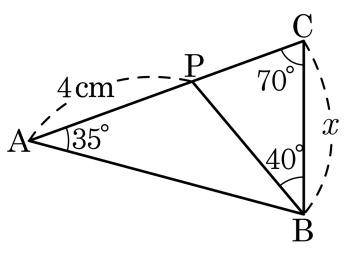


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle BPC = 180° - 100° = 80°$ 이므로
$\triangle BPC$ 는 이등변 삼각형
또 $\angle BCA = 180° - 80° = 100°$ 이고
$\angle ABC = 180° - (100° + 40°) = 40°$ 이므로
$\triangle ABC$ 는 이등변 삼각형
따라서 $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{BP} = 7\text{cm}$

4. 다음 그림에서 x 의 길이는?



① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

④ 4.5cm ⑤ 5cm

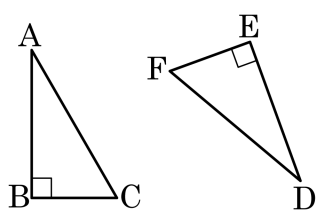
해설

△BPC 에서 $\angle BPC = 180° - 70° - 40° = 70°$ 이므로 이등변삼각형

△BPA 에서 $\angle BPA = 110°$, $\angle ABP = 35°$ 이므로 이등변삼각형

$\therefore \overline{AP} = \overline{BP} = \overline{BC} = 4cm$

5. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

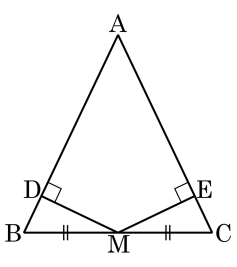


① $\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{BC}=\overline{EF}$
② $\overline{AB}=\overline{DE},\ \angle A=\angle D$
③ $\angle A=\angle D,\ \angle C=\angle F$
④ $\angle A=\angle D,\ \overline{AC}=\overline{DF}$
⑤ $\overline{AC}=\overline{DF},\ \overline{BC}=\overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?

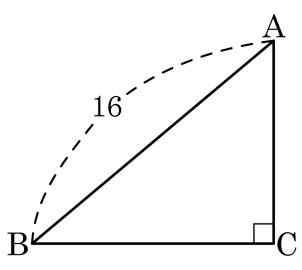


① $\overline{BM} = \overline{CM}$
② $\angle B = \angle C$
③ $\overline{BD} = \overline{CE}$
④ $\angle BDM = \angle CEM$
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B = \angle C$, $\angle BDM = \angle CEM = 90°$, $\overline{BM} = \overline{MC}$
$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

7. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

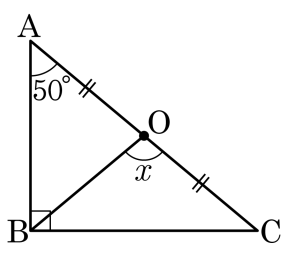


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

8. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 의 중점을 O 라고 할 때, $\angle BAC = 50°$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?

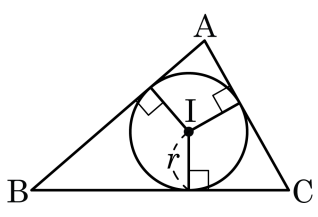


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$ 이다.
$\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OAB = 50°$ 이고, $\angle OAB = \angle OBA$
따라서 $\angle OBA = 50°$ 이다.
$x = 50° + 50° = 100°$

9. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. △ABC 의 둘레의 길이가 40cm 이고 △ABC 의 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



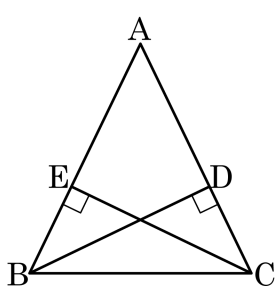
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\frac{1}{2} \times r \times 40 = 60$

따라서 반지름의 길이는 3cm 이다.

10. 다음 그림과 같이$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



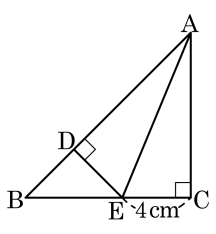
(가정)
(1) ($\overline{AB} =$ (가))
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} =$ (나))
(증명)△EBC 와△DCB 에서
(∠BDC = (다) $= 90°$) $\cdots$㉠
(∠B = (라)) $\cdots$㉡
(마)는 공통 $\cdots$㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$ ② (나) $\overline{CE}$ ③ (다) ∠BDA
④ (라) ∠C ⑤ (마) $\overline{BC}$

해설

(가정)
(1) ($\overline{AB} =$ $\overline{AC}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} =$ $\overline{CE}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
(∠BDC = ∠CEB $= 90°$) $\cdots$㉠
(∠B = ∠C) $\cdots$㉡
$\overline{BC}$는 공통 $\cdots$㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

11. 다음 그림의 △ABC 는 ∠C = 90°, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡고 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 가 되게 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡는다. $\overline{EC} = 4$cm 일 때, $\overline{DB} + \overline{DE}$ 의 길이는?



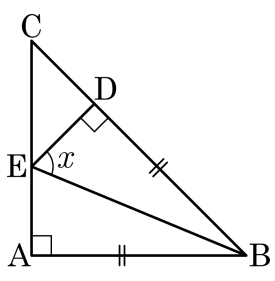
① 7cm ② 7.5cm ③ 8cm

④ 8.5cm ⑤ 9cm

해설

△ADE와 △ACE에서∠ADE = ∠C = 90° ··· ㉠
$\overline{AE}$ 는 공통··· ㉡ $\overline{AD} = \overline{AC}$ ··· ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 △ADE ≡ △ACE(RHS합동)
∴ $\overline{DE} = \overline{EC} = 4$(cm) ··· ㉣
$\overline{AC} = \overline{BC}$, ∠D = 90° 이므로
∠DBE = ∠DEB = 45°
∴ $\overline{DB} = \overline{DE}$ ··· ㉤
㉣, ㉤에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = 4$(cm)
∴ $\overline{DB} + \overline{DE} = 4 + 4 = 8$(cm)

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

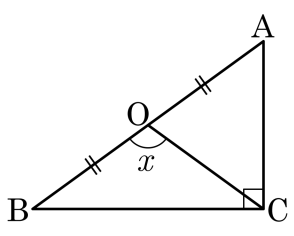
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,
$\angle ABC = 45°$
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.

$$\angle EBD = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$$

$\triangle DBE$ 에서

$$\therefore \ \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$$

13. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

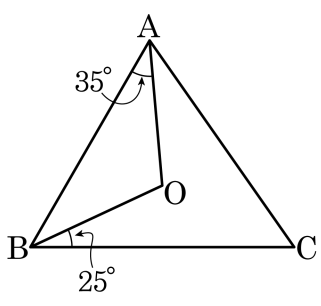
$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90° = \frac{2}{5} \times 90° = 36°$

$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90° = \frac{3}{5} \times 90° = 54°$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,
$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$
$\angle OAC = \angle OCA = 30°$
$\therefore \angle x = 55°$

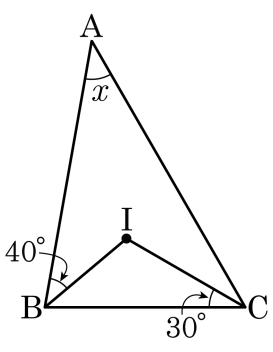
15. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

16. △ABC에서 점 I가 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

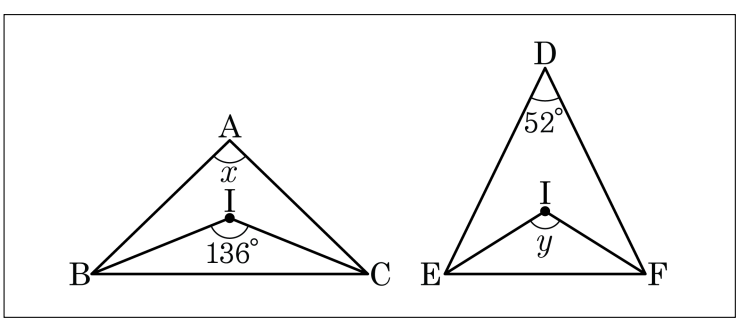


① 20° ② 25° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

17. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



① 178° ② 188° ③ 198° ④ 208° ⑤ 218°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

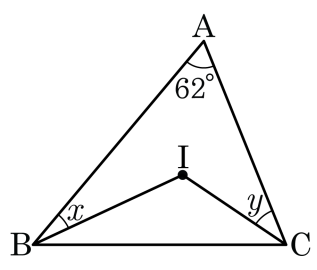
$\angle BIC = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \ \angle x = \angle A = 92°$

또, 점 I′이 삼각형의 내심일 때, $\angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D$ 이다.

$\angle y = \angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

18. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $59°$ ② $60°$ ③ $61.5°$ ④ $62°$ ⑤ $62.5°$

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$

그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

19. △ABC 의 내접원의 지름의 길이가 18 이고 △ABC 의 넓이가 63 일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하면?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

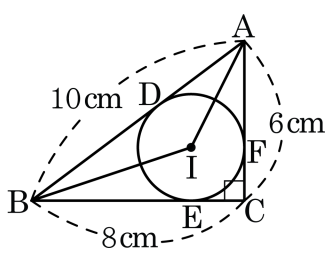
해설

지름이 18 이므로 반지름의 길이는 9 이다.

(△ABC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 9 \times$ (△ABC의 둘레의 길이) $= 63$ 이다.

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 14 이다.

20. 다음 그림에서 △ABC 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 △ABC 의 내심일 때, △IAB 의 넓이는?



① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2

④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

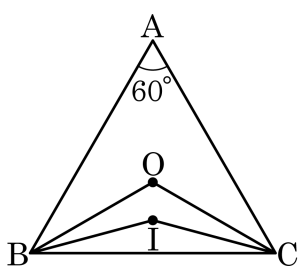
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6$$
$$= \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)$$
$$= 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

21. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



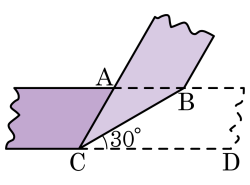
① $0°$ ② $10°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

22. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$

④ $130°$ ⑤ $140°$

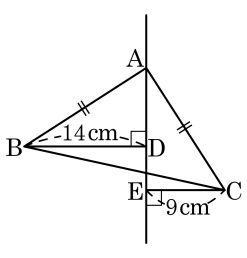
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$

$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

23. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 14cm$, $\overline{CE} = 9cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

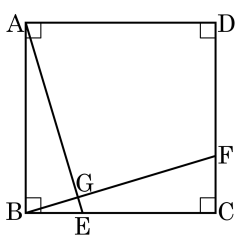
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD} = \overline{AE} = 14cm$, $\overline{AD} = \overline{CE} = 9cm$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 5(cm)$

24. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle GBE + \angle BEG$ 의 크기는?



① 70° ② 80° ③ 90°

④ 100° ⑤ 110°

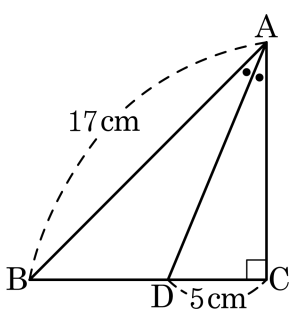
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\angle GBE = \angle FBC = \angle EAB$, $\angle GEB = \angle AEB = \angle BFC$, $\angle EAB + \angle BFC = 90°$

$\therefore 90°$

25. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $\frac{11}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$
④ $33\,\text{cm}^2$ ⑤ 51cm^2

해설

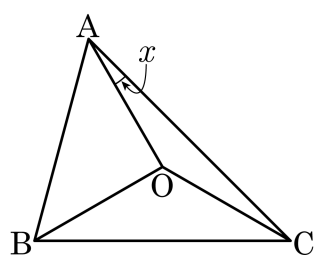
점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5 \times 12 \times \frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\frac{85}{2} - 30 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

26. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

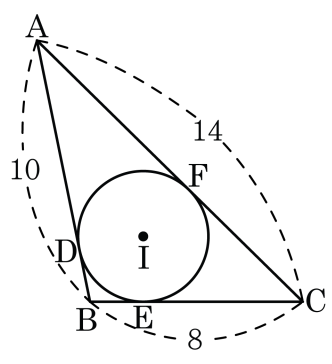
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

27. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}, \overline{BC} = 8\text{cm}, \overline{AC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

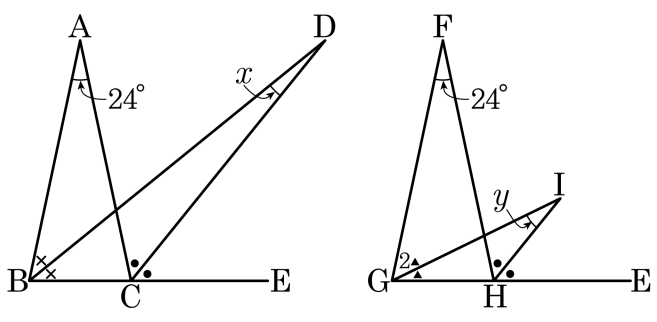
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10, 12 = 2x$ 이다.

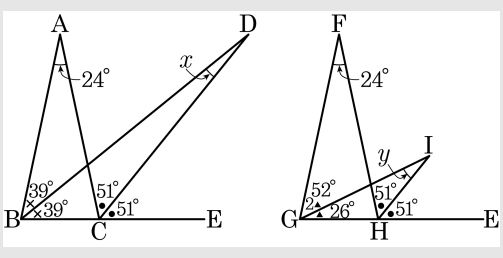
$\therefore x = 6(\text{cm})$

28. $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{FG} = \overline{FH}$ 인 $\triangle ABC, \triangle FGH$ 가 있다. $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle H$ 의 외각의 이등분선과 $\angle G$ 를 그림과 같이 2 : 1 로 나눈 선의 교점을 I 라고 한다. $\angle A = \angle F = 24°$ 일 때, x와 y의 차는?



① 13° ② 14° ③ 15° ④ 16° ⑤ 17°

해설

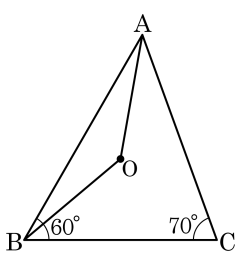


삼각형의 내각의 합은 180° 이고 $\angle BCD$ 와 $\angle GHI$ 의 크기는 같으므로

x 와 y의 차는 $\angle DBC - \angle IGH$ 와 같다.

따라서 x 와 y의 차는 $39° - 26° = 13°$ 이다.

29. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다 $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



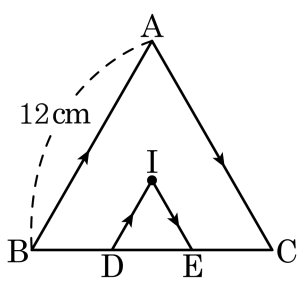
① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$

④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

삼각형 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$\angle BAC$는 $50°$이다.
보조선 $\overline{OC}$를 긋고, $\angle OAC = a$, $\angle OCB = b$, $\angle OBA = c$라고 놓으면
$a + c = 50°$, $a + b = 70°$, $b + c = 60°$ 이므로
세 식을 전부 더하면 $2(a + b + c) = 180°$, $a + b + c = 90°$
그런데 $b + c = 60°$이므로 $a = 30°$이다.

30. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고, 점I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이고 $\overline{AB} = 12\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



① $\frac{5}{2}$cm ② 3cm ③ $\frac{7}{2}$cm ④ 4cm ⑤ $\frac{9}{2}$cm

해설

점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle CBI = 30°$ 또, $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$ 이므로
$\angle ABI = \angle BID = 30°$ (엇각) 같은 방법으로
$\angle ICA = \angle CIE = 30°$ 이므로 $\triangle IDE$ 에서 $\angle IDE = \angle IED = 60°$
따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 4(\text{cm})$