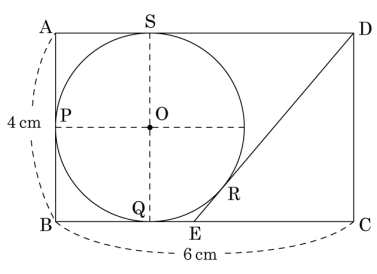
1. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 △CDE 가 접하고 있다. △CDE 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



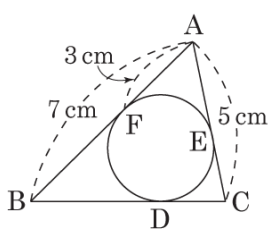
$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$
$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$
(△CDE 의 둘레)$= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$
$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + ①$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (② + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (③ + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + ④$
$= ⑤$

① $\overline{EC}$ ② $\overline{RE}$ ③ $\overline{EQ}$ ④ $\overline{CQ}$ ⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{ cm})$

2. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 △ABC 의 내접원의 세 접점이고, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AF} = 3\,\text{cm}$ 때, 변 BC 의 길이를 구하여라.

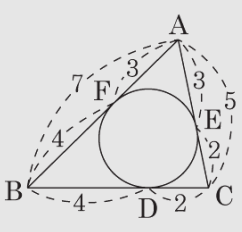


▶ 답 : cm

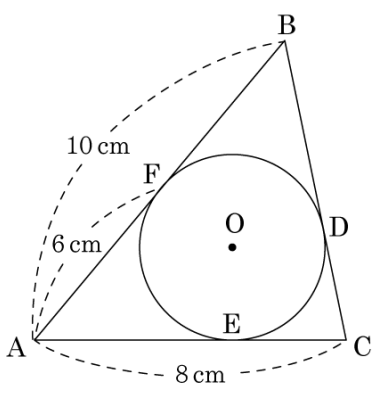
▷ 정답 : 6 cm

해설

$\overline{BD} = \overline{BF} = 7 - 3 = 4\ (\text{cm})$
$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AE} = 5 - 3 = 2\ (\text{cm})$
$\therefore\ \overline{BC} = 4 + 2 = 6\ (\text{cm})$



3. △ABC 와 만나는 내접원의 접점을 각각 점 D, E, F 라 하고, 나머지 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{BC}$ 길이는?



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

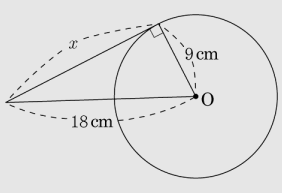
해설

$\overline{BD} = \overline{BF} = 10 - 6 = 4$ (cm)
$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AE} = 8 - 6 = 2$ (cm)
$\therefore\ \overline{BC} = 4 + 2 = 6$ (cm)

4. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

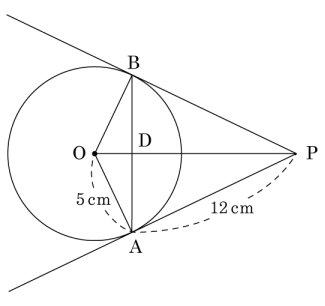
① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{3}$cm ③ $11\sqrt{3}$cm
④ $12\sqrt{3}$cm ⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2\,(4-1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 24cm ② $\frac{192}{2}$cm ③ $\frac{120}{13}$cm
④ $\frac{124}{5}$cm ⑤ 25cm

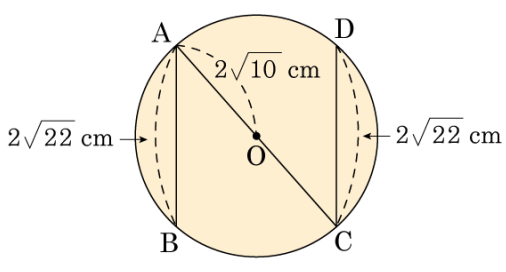
해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.
또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \ \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

6. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$cm 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}$cm 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



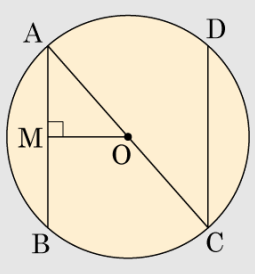
① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$cm ② $3\sqrt{2}$cm ③ $6\sqrt{2}$cm

④ 6cm ⑤ $2\sqrt{11}$cm

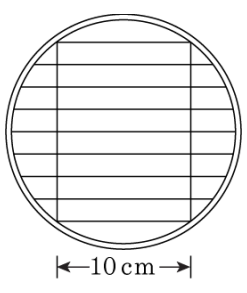
해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}$cm, $\overline{MO} = x$ cm 이면 두 현 사이의 거리는 $2x$cm 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - \left(\sqrt{22}\right)^2} = \sqrt{40-22} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\,(\text{cm})$



7. 미영이는 야영을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 24 cm 로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 10 cm 였다. 미영이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이를 구하여라.



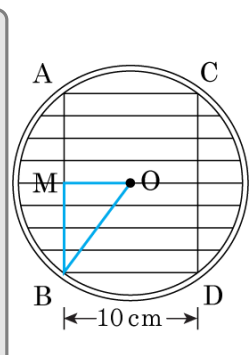
▶ 답: cm

▷ 정답: 13 cm

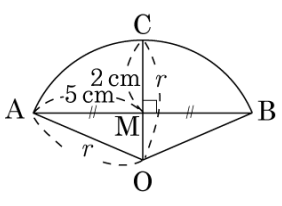
해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 5\,\text{cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm})$ 이다.

석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$ 이다.



8. 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 5\,\text{cm}$, $\overline{CM} = 2\,\text{cm}$, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이는?



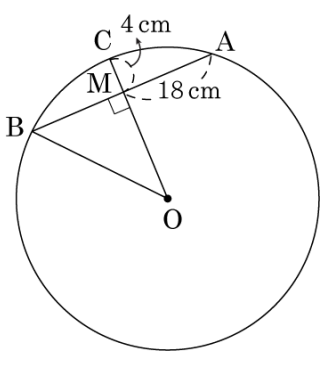
① $\frac{13}{4}\,\text{cm}$ ② $\frac{19}{4}\,\text{cm}$
③ $\frac{23}{4}\,\text{cm}$ ④ $\frac{25}{4}\,\text{cm}$
⑤ $\frac{29}{4}\,\text{cm}$

해설

직각삼각형 AOM 에서

$r^2 = (r-2)^2 + 5^2$, $r = \frac{29}{4}\,\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림을 보고, 원 O 의 반지름의 길이를 구하면?



① 40 (cm)　② 41.5 (cm)　③ 42.3 (cm)

④ 42.5 (cm)　⑤ 42.7 (cm)

해설

원 O 의 반지름의 길이를 x라 할 때

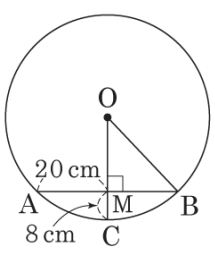
$x^2 = (x-4)^2 + 18^2$

$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 324$

$8x = 340$

$\therefore\ x = 42.5$ (cm)

10. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이고, $\overline{AM} = 20\,\text{cm}$, $\overline{CM} = 8\,\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

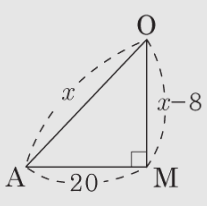


▶ 답 : cm

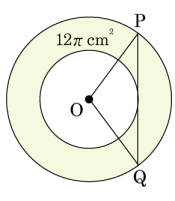
▷ 정답 : 29 cm

해설

$x^2 = (x-8)^2 + 20^2$
$x^2 = x^2 - 16x + 64 + 400$
$16x = 464$
$\therefore\ x = 29\ (\text{cm})$

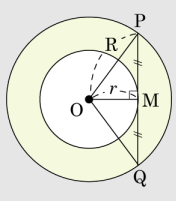


11. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가 12π 이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각 R, r 이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이)= 12π 이다.

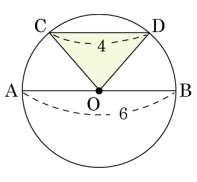
$\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi$, $R^2 - r^2 = 12$

또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\overline{PM}^2 = \overline{OP}^2 - \overline{OM}^2 = R^2 - r^2 = 12$

$\therefore \overline{PM} = 2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{PQ} = 4\sqrt{3}$

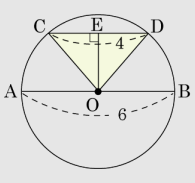
12. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 3

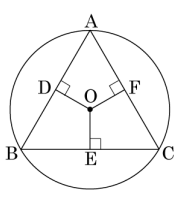
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 16π

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 6 = 4\,(\mathrm{cm})$

(원의 넓이)$= \pi \times (4)^2 = 16\pi$

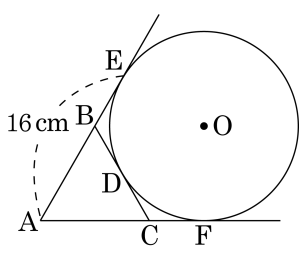
14. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 8$
$1 : 2 = 8 : \overline{OT}$ $\therefore \overline{OT} = 16$
$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

15. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 원 O 의 접점이고 $\overline{AE} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



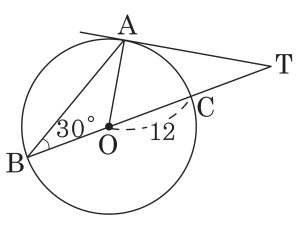
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 32 cm

해설

$\overline{AE}, \overline{AF}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이고 $\overline{BE}, \overline{BD}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이다.
$\overline{CD}, \overline{CF}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $2 \times 16 = 32(\text{cm})$ 이다.

16. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 7 ② 9 ③ 10

④ 12 ⑤ 13

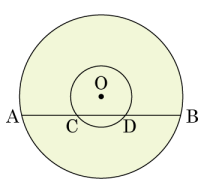
해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 12$

$1 : 2 = 12 : \overline{OT}$ $\therefore \overline{OT} = 24$

$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

17. 다음 그림과 같이 중심이 점 O 이고 반지름의 길이가 다른 두 개의 원이 있다. $\overline{AB} = 10\sqrt{2}$cm , $\overline{CD} = 4\sqrt{2}$cm 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



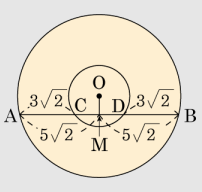
① $5\sqrt{2}$cm ② $4\sqrt{2}$cm ③ $3\sqrt{2}$cm

④ $2\sqrt{2}$cm ⑤ $\sqrt{2}$cm

해설

$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{MA} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5\sqrt{2}(\text{cm}),$

$\therefore \overline{AC} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$



18. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OP}$ 이고 $\overline{AB} = 12$, $\overline{MP} = 3$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

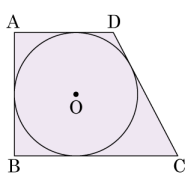
① 2 ② 4 ③ 5.5 ④ 6 ⑤ 7.5

해설

$x^2 = (x-3)^2 + 6^2$

$\therefore \ x = 7.5$

19. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 의 외접사각형이다. $\overline{AD}+\overline{BC}=18cm$ 일 때, $\overline{AB}+\overline{CD}$ 를 구하여라.



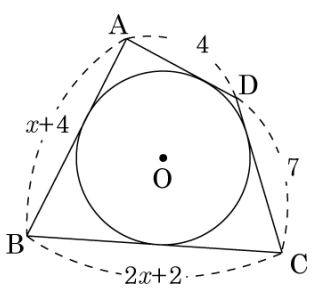
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$이므로 $\overline{AB}+\overline{CD}=18cm$

20. 다음 그림에서 □ABCD가 원 O의 외접사각형일 때, x의 값은?

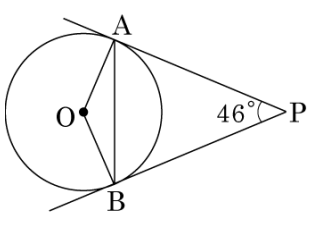


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$ 이므로
$(x+4)+7=4+(2x+2)$ 이다.
따라서 $x=5$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 46°$ 일 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

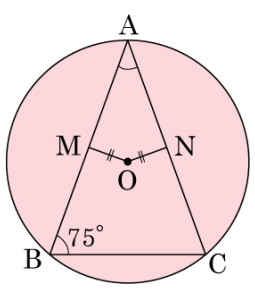
▷ 정답 : 67°

해설

접선의 성질의 의해 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
$\triangle APB$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle PAB = 134° \times \frac{1}{2} = 67°$

22. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?

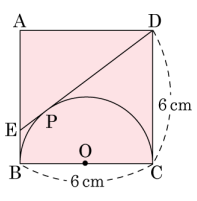


① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $65°$

해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle A + 75° \times 2 = 180°$
$\therefore \angle A = 30°$

23. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 6cm 인 정사각형이다. $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① $\frac{9}{2}$cm ② $\frac{25}{2}$cm ③ 13cm
④ $\frac{27}{2}$cm ⑤ $\frac{15}{4}$cm

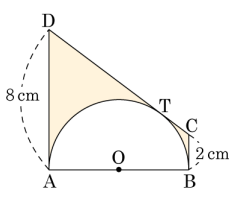
해설

$\overline{EP} = \overline{EB} = x$
$\overline{AE} = 6 - x$

△AED 에서
$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$
$(x+6)^2 = (6-x)^2 + 6^2$
$24x = 36$
$x = \frac{3}{2}$ cm

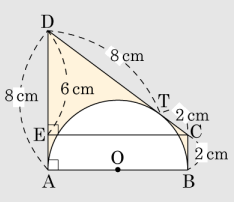
따라서 $\overline{AE} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$(cm)

24. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T 를 지나는 접선이 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는 점을 각각 D, C 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



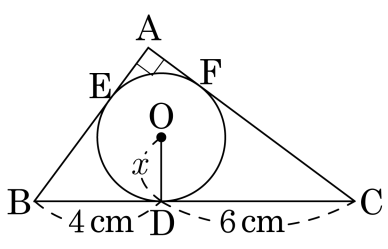
① $(40-8\pi)\text{cm}^2$ ② $(40+8\pi)\text{cm}^2$ ③ $(80-8\pi)\text{cm}^2$
④ $(40-4\pi)\text{cm}^2$ ⑤ $(80-16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는 □ABCD 에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.
그림에서 $\overline{DC}=10\,\text{cm}$, $\overline{DE}=6\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{CE}=8\,\text{cm}$
따라서 $\square ABCD=(8+2)\times 8\times\frac{1}{2}=40(\,\text{cm})$
$\overline{AB}=\overline{CE}=8\,\text{cm}$ 이므로 반원의 반지름은 $4\,\text{cm}$
따라서 (반원의 넓이)$=\pi\times 4^2\times\frac{1}{2}=8\pi(\,\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=(40-8\pi)\,\text{cm}^2$

25. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?



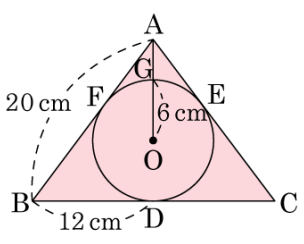
① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$

④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi cm^2$

해설

$\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로
$\overline{AB} = (4+x)\text{cm}$, $\overline{AC} = (6+x)\text{cm}$ 이다.
$(4+x)^2 + (6+x)^2 = 10^2$
$2x^2 + 20x + 52 = 100$
$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x-2)(x+12) = 0$
따라서 $x = 2$ $(x > 0)$ 이므로
원 O 의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

26. 다음 그림에서 원 O 는 반지름의 길이가 6cm 인 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BD} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F 는 접점)

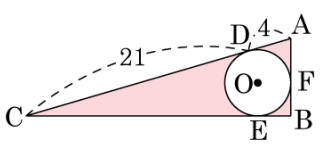


① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

$\overline{BF} = \overline{BD} = 12\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 8\,\text{cm}$, $\overline{OF} = 6\,\text{cm}$
$\triangle AOF$ 에서 $\overline{AO} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\,\text{cm}$
$\therefore \overline{AG} = 10 - 6 = 4\,\text{cm}$

27. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

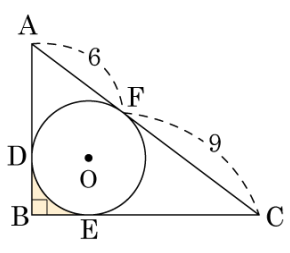


① $64-\frac{9}{4}\pi$ ② $72-4\pi$ ③ $84-9\pi$
④ $90-\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $100-25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF}=\overline{BE}=x$
$\overline{AD}=\overline{AF}=4$ 이므로 $\overline{AB}=4+x$,
$\overline{CE}=\overline{CD}=21$ 이므로 $\overline{BC}=21+x$
$(4+x)^2+(x+21)^2=25^2$
$\therefore\ x=3$
따라서, $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=24$
그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 24\times 7-\pi(3)^2=84-9\pi$

28. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $10-\frac{9}{4}\pi$ ② $9-\pi$ ③ $\frac{44}{9}-\pi$
④ $9-\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20-5\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$
$\overline{AD}=\overline{AF}=6$ 이므로 $\overline{AB}=6+x$,
$\overline{CE}=\overline{CF}=9$ 이므로 $\overline{BC}=9+x$
$(6+x)^2+(x+9)^2=15^2$
$x^2+15x-54=0$
$(x+18)(x-3)=0$
$\therefore\ x=3$
색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE 에서 부채꼴 ODE 의 넓이를 뺀 것과 같다.
$\therefore 3^2-\frac{1}{4}\times 3^2\times\pi=9-\frac{9}{4}\pi$