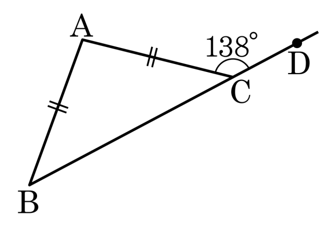
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACD = 138°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?

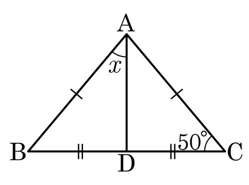


① 40°　② 42°　③ 44°　④ 46°　⑤ 48°

해설

$\angle ACB = 180° - 138° = 42°$
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 42°$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

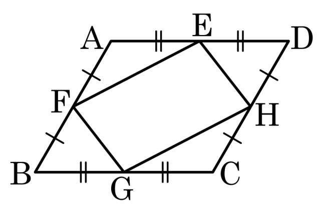


① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $55°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = 180° - 2 \times 50° = 80°$
또 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 를 이등분하고 $\overline{BC}$ 와 수직 (이등변삼각형의 각의 이등분선의 성질)
따라서 $x = \dfrac{1}{2} \times 80° = 40°$

3. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AFE \equiv \triangle CHG$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$

$\triangle BGF \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{FG} = \overline{HE}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$이다.

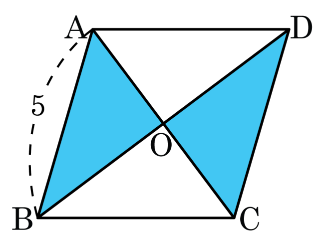
① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

4. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?

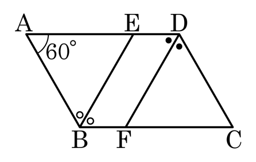


① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{\mathrm{AO}}+\overline{\mathrm{CO}}=\overline{\mathrm{AC}},\ \overline{\mathrm{BO}}+\overline{\mathrm{OD}}=\overline{\mathrm{BD}}$이므로
어두운 부분의 둘레는 $2\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BD}}=10+14=24$이다.

5. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



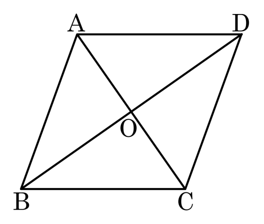
① 60° ② 80° ③ 100°

④ 120° ⑤ 140°

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$
$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.
사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$
$\therefore \angle BFD = 120°$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점을 O 라고 하자. $\triangle AOD = 20cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

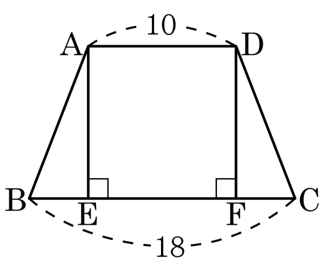


① $40cm^2$ ② $60cm^2$ ③ $80cm^2$ ④ $100cm^2$ ⑤ $120cm^2$

해설

$\triangle BOC$ 와 $\triangle AOD$ 는 같다.
$\triangle AOD + \triangle BOC = \triangle AOB + \triangle DOC$ 이다.
그러므로 평행사변형 ABCD 는 $80\,cm^2$ 이다.

7. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. 점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내려 만나는 점을 각각 E, F 라고 한다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 18$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 는 RHA 합동이다.
따라서 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EC} = (18 - 10) \div 2 = 4$ 이다.

8. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 옳게 나타낸 것은?

① 평행사변형은 마름모이다.

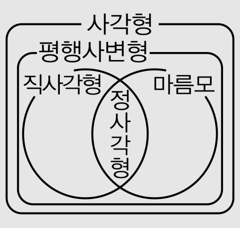
② 정사각형은 평행사변형이다.

③ 직사각형은 마름모이다.

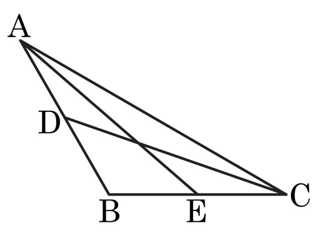
④ 평행사변형은 정사각형이다.

⑤ 평행사변형은 직사각형이다.

해설



9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 대변의 중점과의 교점을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉮~㉰ 에 들어갈 말을 알맞게 쓴 것을 고르면?



[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
(㉮)는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle DAC = \angle ECA \cdots$ ㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
(㉯)$\cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 (㉰)

① $\overline{AE}, \overline{AD} = \overline{CE}, \overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

② $\overline{AE}, \overline{AE} = \overline{CD}, \overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

③ $\overline{AC}, \overline{AD} = \overline{CE}, \overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

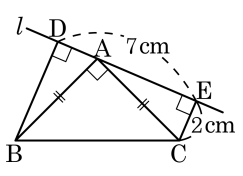
④ $\overline{AC}, \overline{AE} = \overline{CD}, \overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

⑤ $\overline{AC}, \overline{AD} = \overline{CE}, \overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

해설

[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
($\overline{AC}$)는 공통$\cdots$ ㉠
$\angle DAC = \angle ECA\cdots$ ㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
($\overline{AD} = \overline{CE}$)$\cdots$ ㉠
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 ($\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.)

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{CE} = 2cm$, $\overline{DE} = 7cm$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서

$\angle D = \angle E = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡

$\angle DBA = \angle EAC \cdots$ ㉢

$(\because \ \angle DBA + \angle DAB = 90°, \angle EAC + \angle DAB = 90°)$

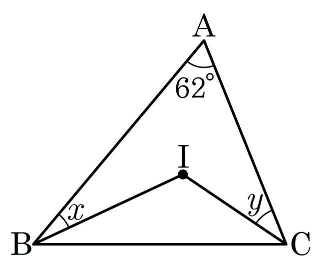
㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle DBA \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동)

$\overline{AD} = \overline{CE} = 2(cm)$, $\overline{AE} = \overline{BD}$ 이므로

$\overline{BD} = \overline{AE} = 7 - \overline{AD} = 5(cm)$

11. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $59°$　② $60°$　③ $61.5°$　④ $62°$　⑤ $62.5°$

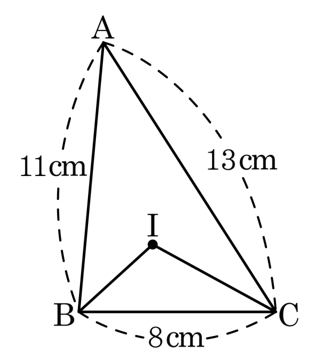
해설

$\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$ 에서 $\angle \mathrm{A} = 121°$

그리고 $\angle \mathrm{IBC} + \angle \mathrm{ICB} = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{ACB} = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

12. 삼각형ABC 에서 점 I 는 내심이고 $\triangle\mathrm{ABC} = 48\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{IBC}$ 의 넓이는?

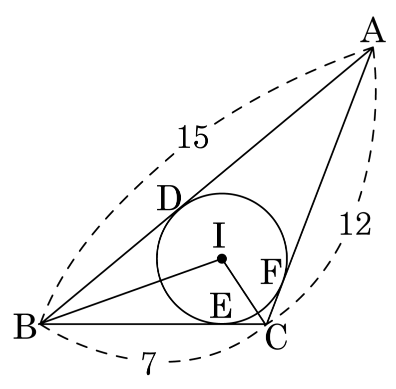


① $8\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $14\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $18\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$
$= \frac{1}{2}r(11+13+8) = 48$
$r = 3\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{IBC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12(\,\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}$ 는?



① 14 ② 16 ③ 17 ④ 20 ⑤ 22

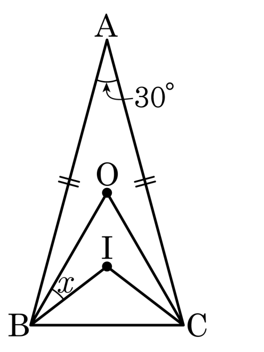
해설

각 꼭짓점에서 접점까지의 길이는 같으므로 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AD}}=x$, $\overline{\mathrm{BE}}=y$, $\overline{\mathrm{CF}}=z$라 두면

$$\begin{cases} x+y=15 \\ y+z=7 \\ z+x=12 \end{cases}$$

이므로 양변을 각각 더하면, $2(x+y+z)=34$
$\therefore x+y+z=17$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}=17$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15　② 22.5　③ 25　④ 27.5　⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30°$ 이므로

$\angle ABC = 75°$, $\angle BOC = 60°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

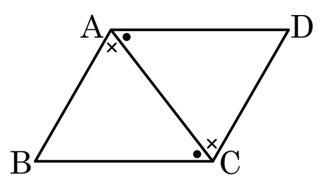
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

15. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

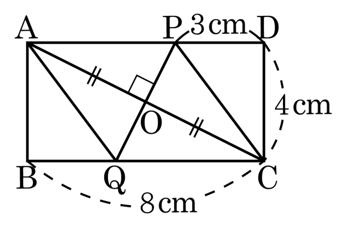
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



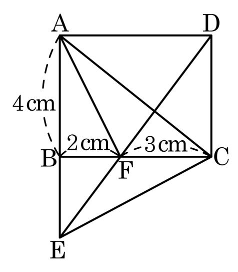
① $16\,cm^2$ ② $18\,cm^2$ ③ $20\,cm^2$
④ $24\,cm^2$ ⑤ $28\,cm^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로
△ABQ ≡ △CDP (RHS)

$$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ = 8\times4-2\times\frac{1}{2}\times3\times4 = 32-12=20(\,cm^2)$$

17. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점이 F 이다. 이때 $\triangle FEC$ 의 넓이는?



① $1\,cm^2$ ② $1.5\,cm^2$ ③ $2\,cm^2$

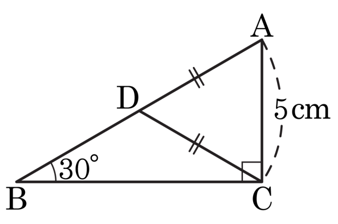
④ $3\,cm^2$ ⑤ $4\,cm^2$

해설

그림에서 $\overline{BD}$ 를 그으면, $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로

$\triangle FEC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4\ (cm^2)$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

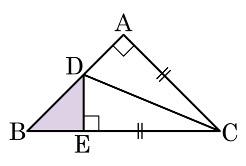


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$
또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

19. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



① $10\,\text{cm}^2$ ② $14\,\text{cm}^2$ ③ $18\,\text{cm}^2$

④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.

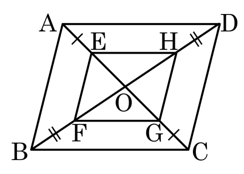
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.

$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.

그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{CG}, \overline{BF}=\overline{DH}$ 일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

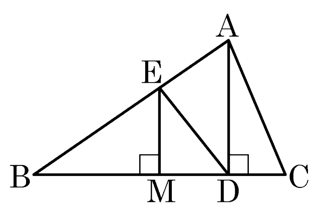
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\overline{AO}=\overline{CO}, \overline{AE}=\overline{CG}$ 이므로 $\overline{EO}=\overline{GO}$
$\overline{BO}=\overline{DO}, \overline{BF}=\overline{DH}$ 이므로 $\overline{FO}=\overline{HO}$
따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

21. 다음 그림에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{EM}\perp\overline{BC}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 $60cm^2$일 때, $\square AEDC$ 의 넓이는?

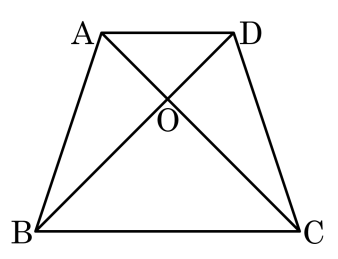


① $20cm^2$　② $25cm^2$　③ $30cm^2$　④ $35cm^2$　⑤ $40cm^2$

해설

$\overline{EM}$과 $\overline{AD}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{EM}\,/\!/\,\overline{AD}$
따라서 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle AED=\triangle AMD$이다.
$\square AEDC=\triangle AED+\triangle ADC=\triangle AMD+\triangle ADC=\triangle AMC$
$\therefore \square AEDC=\dfrac{1}{2}\triangle ABC=30cm^2$

22. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO}:\overline{CO}=1:2$ 이고 사다리꼴 ABCD 의 넓이가 27cm^2 일 때, $\triangle$ABO 의 넓이는?

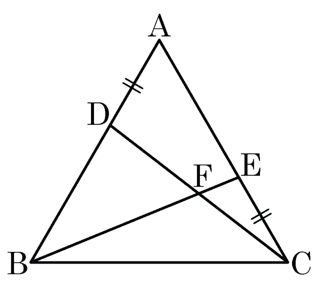


① 6cm^2　② 7cm^2　③ 8cm^2
④ 9cm^2　⑤ 10cm^2

해설

$\square\text{ABCD} = \triangle\text{AOD} + \triangle\text{DOC} + \triangle\text{OBC} + \triangle\text{ABO}$ 이다.
$\triangle$AOD 의 넓이를 a 라고 하면, $1:2 = a:\triangle\text{DOC}$, $\triangle\text{DOC} = 2a$
$\triangle\text{DOC} = \triangle\text{ABO} = 2a$, $1:2 = 2a:\triangle\text{BOC}$, $\triangle\text{BOC} = 4a$
$\square\text{ABCD} = a + 2a + 2a + 4a = 9a = 27\text{cm}^2$, $a = 3\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle\text{ABO} = 2a = 6\text{cm}^2$

23. 정삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고, $\triangle \mathrm{FBC} = 45\mathrm{cm}^2$ 이다. $\square\mathrm{ADFE}$ 의 넓이는?

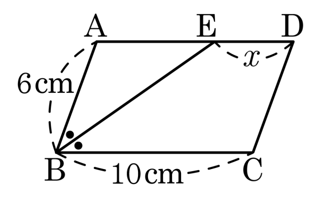


① $35\mathrm{cm}^2$　② $40\mathrm{cm}^2$　③ $45\mathrm{cm}^2$　④ $50\mathrm{cm}^2$　⑤ $55\mathrm{cm}^2$

해설

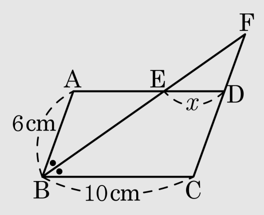
$\triangle\mathrm{ADC}$ 와 $\triangle\mathrm{CEB}$ 에서
$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{CB}}, \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}}, \angle\mathrm{DAC} = \angle\mathrm{ECB} = 60°$
$\therefore \triangle\mathrm{ADC} \equiv \triangle\mathrm{CEB}$(SAS합동)
$\triangle\mathrm{ADC} = \triangle\mathrm{CEB}$
$\square\mathrm{ADFE} + \triangle\mathrm{FCE} = \triangle\mathrm{FBC} + \triangle\mathrm{FCE}$
$\therefore \square\mathrm{ADFE} = \triangle\mathrm{FBC} = 45\ (\mathrm{cm}^2)$

24. 다음 그림에서 사각형 ABCD가 평행사변형이고, $\angle ABE = \angle EBC$일 때, 선분 x의 길이는?



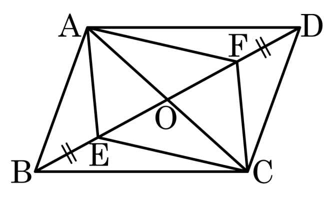
① 2cm　　② 3cm　　③ 3.5cm
④ 4cm　　⑤ 4.5cm

해설



$\overline{BE}$의 연장선을 그어서 $\overline{CD}$와 만나는 점을 F라 하면
$x = \overline{DF} = 10 - 6 = 4$(cm)이다.

25. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE}=\overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 평행사변형이 되는 어떤 조건을 이용한 것인가?



가정) □ABCD 는 평행사변형 $\overline{BE}=\overline{DF}$
결론) □AECF 는 평행사변형
증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}\cdots$ ㉠
$\overline{BE}=\overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE}=\overline{OF}\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF 는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}$ 이고, $\overline{BE}=\overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}$ 이다.
따라서 □AECF 는 평행사변형이다.