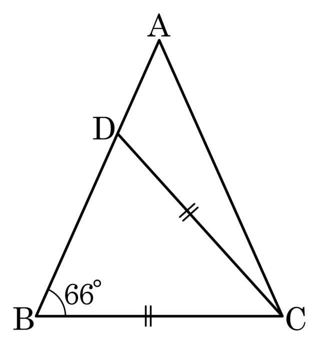
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 66°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?

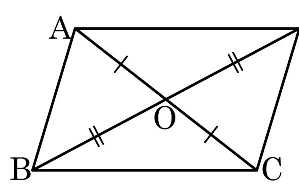


① $10°$ ② $15°$ ③ $18°$ ④ $23°$ ⑤ $25°$

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\angle BCD = 180° - 2 \times 66° = 48°$
또한 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 66°$
$\therefore \angle ACD = 66° - 48° = 18°$

2. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄱ}$)
따라서, △OAB ≡ △OCD (SAS 합동)
$\angle OAB = \boxed{ㄴ}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
$\therefore \overline{AD} \,//\, \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAB

② ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAD

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠ODA

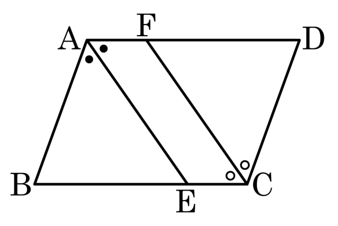
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : ∠OAD

해설

ㄱ: 맞꼭지각, ㄴ: ∠OCD

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}}, \overline{\mathrm{CF}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{A}, \angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다. □AECF 가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

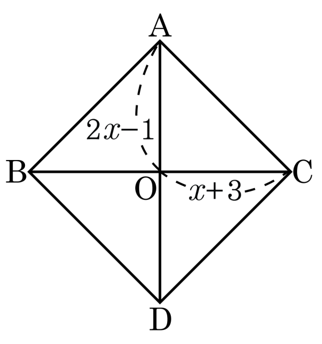
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{C}$ 이므로 $\angle\mathrm{FAE} = \angle\mathrm{ECF}$
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{CFD}$ 이므로 $\angle\mathrm{AEC} = \angle\mathrm{CFA}$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

4. 다음 그림과 같은 마름모ABCD 가 정사각형이 될 때, x 의 값으로 알맞은 것은?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

정사각형은 두 대각선의 길이가 같다.

$2x-1=x+3 \quad \therefore \ x=4$

5. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것은?

① 평행사변형은 직사각형이다.

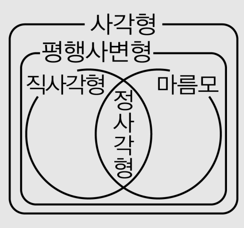
② 평행사변형은 직사각형 또는 마름모이다.

③ 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

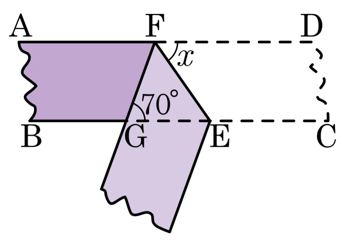
④ 마름모는 평행사변형이면서 직사각형이다.

⑤ 마름모는 직사각형이면서 정사각형이다.

해설



6. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle FGE = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

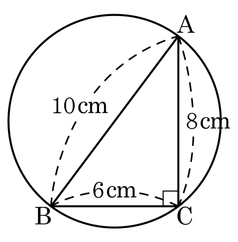


① $70°$ ② $65°$ ③ $60°$ ④ $55°$ ⑤ $50°$

해설

종이 테이프를 접으면
$\angle DFE = \angle EFG = \angle x$ 이고
$\angle DFE = \angle GEF = \angle x$ (엇각)
$\triangle EFG$ 의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\therefore\ \angle x = \dfrac{180° - 70°}{2} = 55°$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 이다. 외접원의 넓이는?



① $22\pi\,\text{cm}^2$　② $25\pi\,\text{cm}^2$

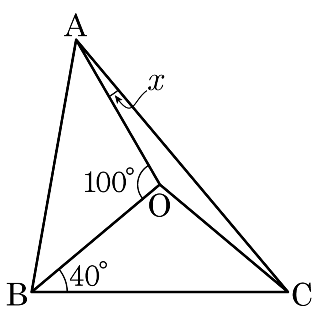
③ $26\pi\,\text{cm}^2$　④ $28\pi\,\text{cm}^2$

⑤ $30\pi\,\text{cm}^2$

해설

반지름이 $5\,\text{cm}$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

8. 다음 $\triangle$ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

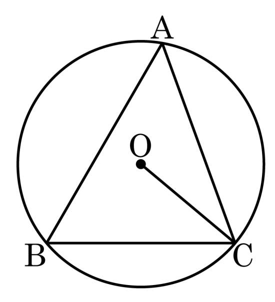


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle$AOB 에서 $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{BO}}$ 이므로, $\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA}$, $100^\circ + \angle\mathrm{OAB} + \angle\mathrm{OBA} = 180^\circ$, $\angle\mathrm{OBA} = 40^\circ$
$\angle\mathrm{OBC} = \angle\mathrm{OCB} = 40^\circ$, $\angle x + \angle\mathrm{OBA} + \angle\mathrm{OCB} = 90^\circ$, $x + 40^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore\ \angle x = 10^\circ$.

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?



① $50°$　② $55°$　③ $60°$　④ $65°$　⑤ $70°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,
$\angle BOC = 100°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

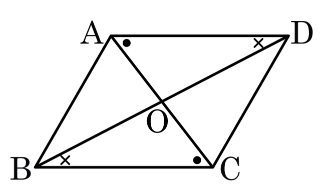
10. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

11. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

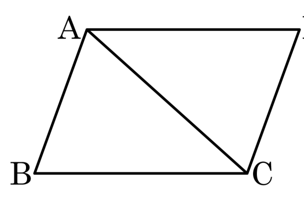
④ □ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{AD}$, $\overline{CD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

12. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 알맞지 <u>않은</u> 것은?

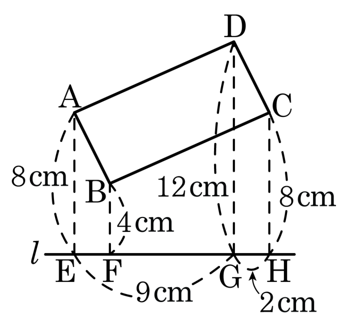


가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : 대각선 AC 를 그으면
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB =$(①)(엇각)
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC =$(②)(엇각)
$\overline{AC}$ (공통)
$\triangle ABC \equiv$ (③)(④ 합동)
$\therefore \angle B = \angle D$
같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv$ (⑤) $\therefore \angle A = \angle C$

① $\angle CAD$　② $\angle DCA$　③ $\triangle CDA$
④ SAS　⑤ $\triangle CDB$

해설
④ 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 같으면 ASA 합동이다.

13. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 네 꼭짓점 A, B, C, D 와 직선 l 사이의 거리가 각각 8cm, 4cm, 12cm, 8cm 일 때, □ABCD 의 넓이로 옳은 것은?

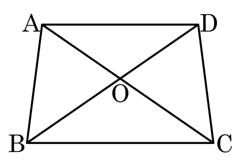


① 26cm^2　② 29cm^2　③ 33cm^2　④ 44cm^2　⑤ 48cm^2

해설

□ABCD
= (□AEGD + □DGHC) − (□AEFB + □BFHC)
$= \left\{(8+12)\times 9\times\frac{1}{2}+(8+12)\times 2\times\frac{1}{2}\right\}$
$- \left\{(4+8)\times 2\times\frac{1}{2}+(8+4)\times 9\times\frac{1}{2}\right\}$
$= (90+20)-(12+54)$
$= 44(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD이 있다. $\angle BAD = \angle CDA$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$　② $\angle ABC = \angle DCB$

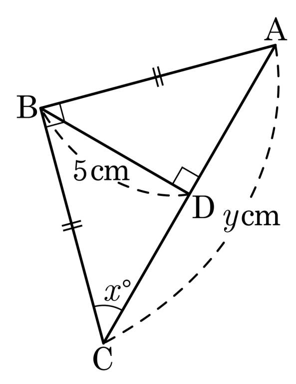
③ $\overline{OA} = \overline{OD}$　④ $\overline{AD} = \overline{DC}$

⑤ $\angle BAC = \angle CDB$

해설

사다리꼴 ABCD에서 $\angle BAD = \angle CDA$ 이므로 ABCD는 등변사다리꼴이 된다.
한편 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이고 $\triangle OAD$는 이등변삼각형이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 D 라 하자. 이 때, $x-y$ 의 값은?



① 30 ② 32 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

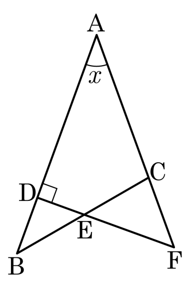
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$ 이므로

$\triangle CBD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형이고, 점 D 는 $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AC 연장선 위에 점 F 를 잡아 F 를 지나면서 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선이 변 AB , 변 BC와 만나는 점을 각각 D, E 이라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle ECF = \angle x$ 이다.

② $\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

③ $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이다.

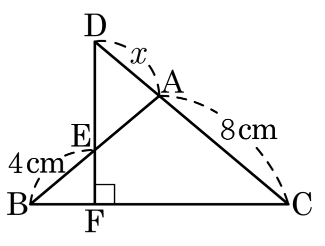
④ $\angle DBE$ 의 크기는 $\angle BED$ 와 항상 같다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 길이는 $\overline{DF}$ 의 길이와 항상 같다.

해설

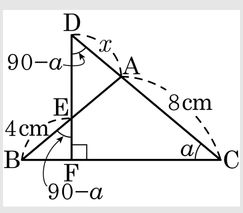
① $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle ABC = \angle x$
$\angle BCF = 2\angle x = \angle ECF$
②, ③ $\triangle ADF$ 에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$,
$\angle CEF = 180° - (2\angle x + 90° - \angle x) = 90° - \angle x$
따라서 $\triangle CEF$는 이등변삼각형이다.
④ $\triangle BDE$ 에서 $\angle DBE = \angle x$ 이고 $\angle BED = 90° - \angle x$ 이므로
$\angle x = 45°$가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 같지는 않다.
⑤ $\triangle ADF$ 에서 $\angle AFD = 90° - \angle x$ 이고 $\angle DAF = \angle x$ 이므로
$\angle x = 45°$가 아닐 때에는 다르다.
그러므로 항상 이등변삼각형인 것은 아니므로 $\overline{AD}$ 의 길이와 $\overline{DF}$ 의 길이는 항상 같지는 않다.

17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이는?



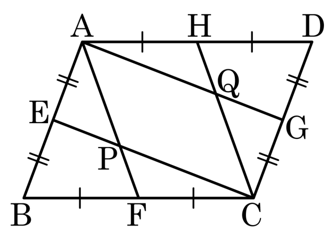
① 3 cm　② 4 cm　③ 5 cm　④ 6 cm　⑤ 7 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90 - a$ 이다.
즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4 + x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{\mathrm{AF}}$ 와 $\overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



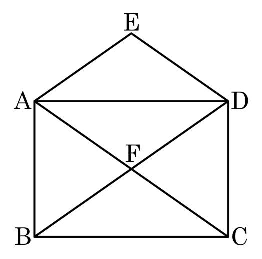
㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉤, ㉢, ㉠ ③ ㉤, ㉤, ㉠
④ ㉠, ㉢, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{\mathrm{AE}} /\!/ \overline{\mathrm{GC}}$이고 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{GC}}$이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{\mathrm{AH}} /\!/ \overline{\mathrm{FC}}$이고 $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{FC}}$이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{\mathrm{AP}} /\!/ \overline{\mathrm{QC}}$이고 $\overline{\mathrm{PC}} /\!/ \overline{\mathrm{AQ}}$이다. (㉠)

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x+2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (14-x)\text{cm}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

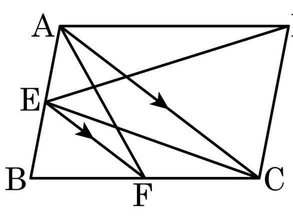


① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x+y = 5$ 이다.

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$이고 $\triangle$AED의 넓이가 20cm^2일 때, $\triangle$ACF의 넓이는?

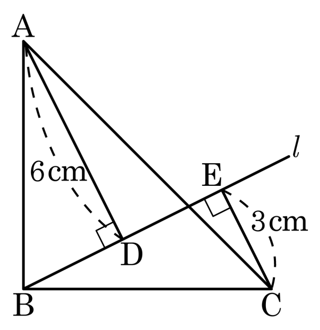


① 16cm^2 ② 18cm^2 ③ 20cm^2
④ 22cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle AED = \triangle ACE$이다.
$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle ACF = \triangle ACE$이다.
$\therefore\ \triangle ACF = 20(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭지점 A, C 에서 꼭지점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}, \overline{CE} = 3\text{cm}$, 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

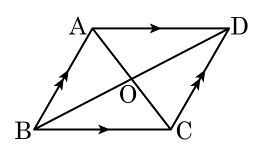


① 2cm　② 3cm　③ 4cm　④ 5cm　⑤ 6cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$
$\overline{AB} = \overline{BC}, \angle ABD = 90° - \angle EBC = \angle BCE$
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{CE} = 3(\text{cm}), \overline{BE} = \overline{AD} = 6(\text{cm})$
$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점일 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3 개)



① $\overline{AO} = \overline{CO}$

② $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle BOC \equiv \triangle CDO$

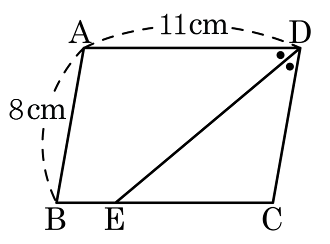
④ $\angle BAO = \angle DAO$

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$

해설

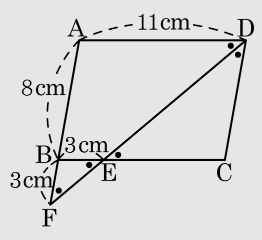
$\triangle ABO$ 와 $\triangle CDO$ 에서 $\angle ABO = \angle CDO$ (엇각)
$\overline{AB} = \overline{CD}$ (평행사변형의 대변)
$\angle BAO = \angle DCO$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

23. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADE = \angle CDE$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



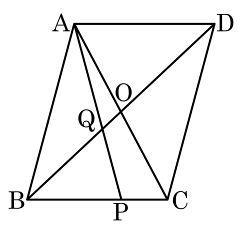
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 F 라 하면
$\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3(\text{cm})$ 이다.

24. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $160\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BC}$ 의 중점을 P, $\overline{AQ}$: $\overline{QP} = 3:2$ 일 때, □QPCO 의 넓이는?



① $22\,\mathrm{cm}^2$　② $24\,\mathrm{cm}^2$　③ $26\,\mathrm{cm}^2$
④ $28\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\triangle APC = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\square ABCD = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 160 = 40(\mathrm{cm}^2)$$

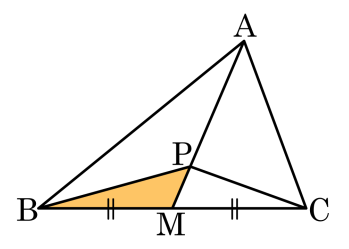
$$\triangle PCO = \triangle APO = \frac{1}{2}\triangle APC = \frac{1}{2}\times 40 = 20(\mathrm{cm}^2)$$

$\overline{AQ}$: $\overline{QP} = 3:2$ 이므로

$$\triangle QPO = \frac{2}{5}\triangle APO = \frac{2}{5}\times 20 = 8(\mathrm{cm}^2)$$

$$\therefore \square QPCO = \triangle PCO + \triangle QPO = 20 + 8 = 28(\mathrm{cm}^2)$$

25. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} = 3\overline{PM}$이다. $\triangle ABC = 80cm^2$일 때, $\triangle PBM$의 넓이는?



① $10cm^2$　② $15cm^2$　③ $20cm^2$　④ $25cm^2$　⑤ $30cm^2$

해설

$\overline{AP} = 3\overline{PM}$이므로 $\triangle ABP = 3\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle ABM = 4\triangle PBM$
또 $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.
따라서 $\triangle ABC = 8\triangle PBM$이므로 $80 = 8\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle PBM = 10(cm^2)$