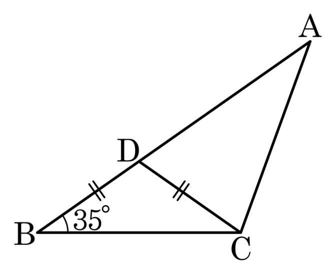
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 35°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?

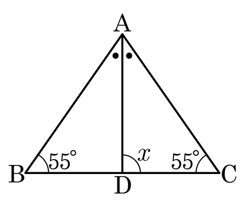


① $65°$ ② $75°$ ③ $85°$ ④ $95°$ ⑤ $105°$

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle CAB = 35°$
$\angle BCA = 180° - 2 \times 35° = 110°$
또 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle BCD = 35°$
$\therefore \angle ACD = 110° - 35° = 75°$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\angle B = \angle C = 55°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

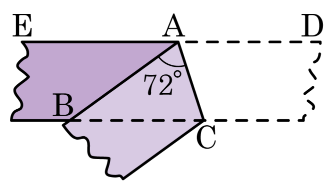


① $70\,°$　② $75\,°$　③ $80\,°$　④ $85\,°$　⑤ $90\,°$

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형
이등변삼각형의 성질 중 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\angle x = 90\,°$ 이다.

3. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



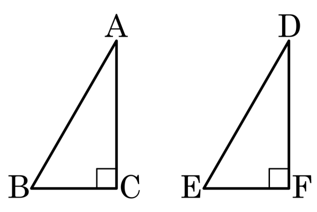
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

4. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

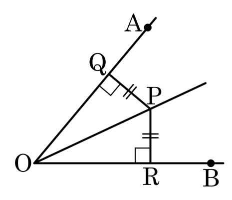


① $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$ ② $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
③ $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$ ④ $\angle B=\angle E$, $\angle A=\angle D$
⑤ $\angle B=\angle E$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

5. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

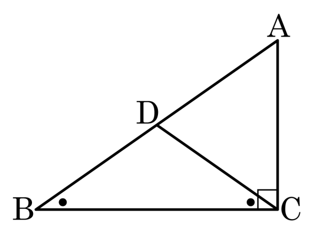


① $\triangle QPO = \triangle RPO$
② $\overline{QO} = \overline{RO}$
③ $\overline{QO} = \overline{PO}$
④ $\angle OPQ = \angle OPR$
⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.
$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.
그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

6. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



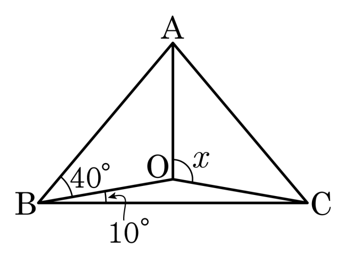
> $\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
> 따라서 $\overline{BD} = \boxed{(나)}$ 이다.
> 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
> $\angle ACD + \boxed{(다)} = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
> $\angle ACD = 90° - \boxed{(라)}$ 이다.
> 그런데 $\angle B = \boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
> 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
> $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

① (가) :$\angle ADC$　② (나) : $\overline{BC}$　③ (다) : $\angle BDC$
④ (라) : $\angle BCD$　⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



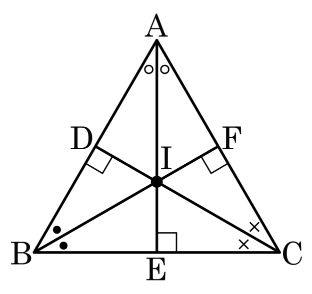
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\circ}$

▷ 정답: $100\underline{\circ}$

해설

$\angle x = 50° \times 2 = 100°$

8. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



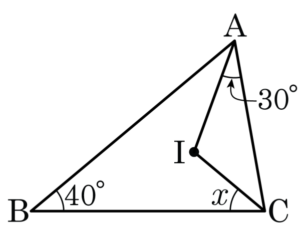
$\triangle IBE$와 $\triangle IBD$에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{\quad\quad} \cdots$ ①
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{\quad\quad} = \overline{IF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle ABC = 40°$, $\angle CAI = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



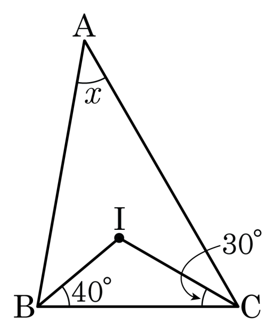
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 40°

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle B = 2 \times \angle IBA = 40°$
$\angle IBA = 20°$
$\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90°$이므로
$\angle x + 20° + 30° = 90°$
$\therefore x = 40°$

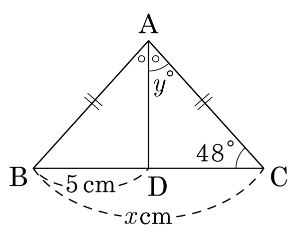
10. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$　② $30°$　③ $40°$　④ $50°$　⑤ $60°$

해설
$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하자. 이 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\angle ADC = 90°$, $\angle ACD = 48°$

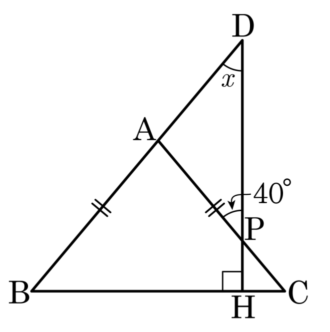
$\therefore\ \angle y = 180° - (90° + 48°) = 42°$

$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{CD} = 5(\text{cm})$

$\therefore\ x = 10(\text{cm})$

$\therefore\ x + y = 42 + 10 = 52$

12. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\triangle$PHC 에서 맞꼭지각의 성질에 의해 $\angle CPH = 40°$
따라서 $\angle PHC = \angle CPH + \angle C$ 이므로
$90° = 40° + \angle C$
$\therefore \angle C = 50°$
$\angle BAC = \angle x + 40°$ 이고 $\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = 50°$
삼각형 내각의 합은 180° 이므로

$$\begin{aligned} 180° &= \angle BAC + \angle B + \angle C \\ &= (\angle x + 40°) + 2\angle C \\ &= \angle x + 40° + 100° \\ &= \angle x + 140° \end{aligned}$$

$\therefore \angle x = 40°$

13. 다음은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 라 할 때, $\triangle PBC$ 는 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다.

> $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로
> $\angle PBC = \boxed{(나)} \times \angle B = \frac{1}{2} \times \boxed{(다)} = \boxed{(라)}$
> 따라서 $\triangle PBC$ 는 $\boxed{(마)}$ 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle C$
② (나) 2
③ (다) $\angle C$
④ (라) $\angle PCB$
⑤ (마) 이등변삼각형

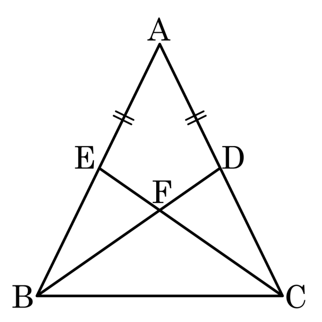
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = (\angle C\ )$ 이므로

$\angle PBC = \left(\frac{1}{2}\right) \times \angle B = \frac{1}{2} \times (\angle C\ ) = (\angle PCB\ )$

따라서 $\triangle PBC$ 는 (이등변삼각형) 이다.

14. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

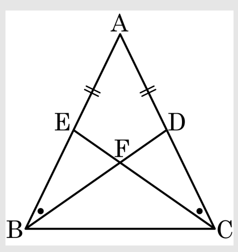


▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

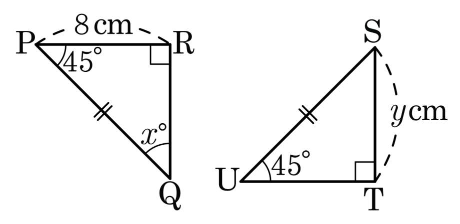
해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

15. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x - y$ 의 값은?



① 35　② 37　③ 40　④ 45　⑤ 48

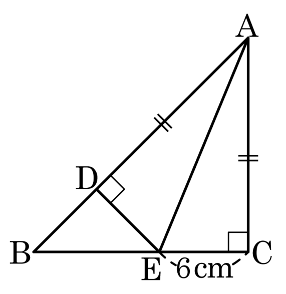
해설

$\triangle$PRQ, $\triangle$STU 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90° - 45° = 45°$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8\text{cm} = y\text{ cm}$

$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$

16. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡고 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 인 점 E를 잡았다.
$\overline{EC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



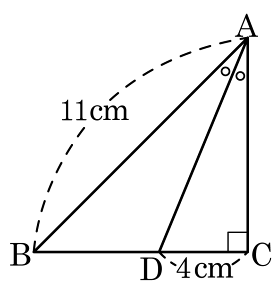
▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 6 cm

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS합동) 이다.
그러므로 $\overline{DE} = \overline{EC} = 6(\text{cm})$

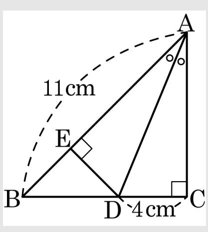
17. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이$\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $22\,\text{cm}^2$

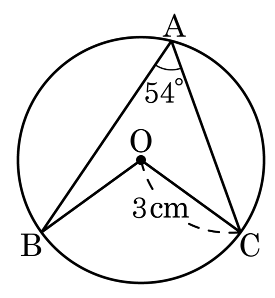
해설



점 D 에서$\overline{AB}$ 에 내린 수선 의 발을 E 라 하면
$\triangle ADC$ 와 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD}$ 는 공통이고 $\angle DAC = \angle DAE$ 이므로
$\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동), $\overline{DE} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$
$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DC}$
$= \frac{1}{2} \times 11 \times 4 = 22\,(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답： $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답： 6.3π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

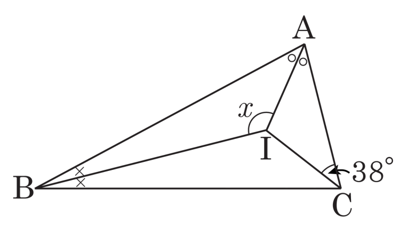
$\angle BOC = 2\angle A = 108°$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252°}{360°}$$

$$= 6.3\pi(\text{cm}^2)$$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



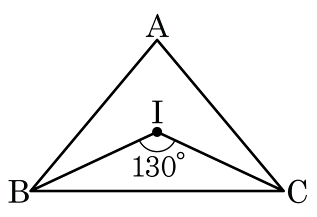
▶ 답:

▷ 정답: $128°$

해설

$38° + \angle IAB + \angle IBC = 90°$이므로
$\angle IAB + \angle IBC = 90° - 38° = 52°$
따라서 $\triangle IAB$에서
$\angle x = 180° - (\angle IAB + \angle IBC)$
$= 180° - 52°$
$= 128°$

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다.



$\angle\mathrm{BIC} = 130°$ 일 때, $\angle\mathrm{BAC}$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답: ______°

▷ 정답: 80°

해설

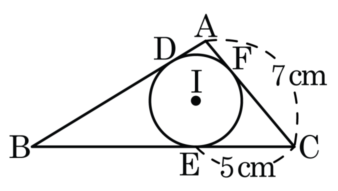
$\angle\mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}$

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}$

$\frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC} = 40°$

$\therefore\ \angle\mathrm{BAC} = 80°$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

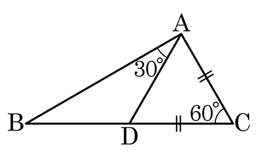
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CE} = 5 = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AF} = 7 - 5 = 2 = \overline{AD}$ 이다.

$\therefore \overline{AD} = 2(\text{cm})$

22. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, 틀린 것을 모두 고르면?



㉠ $\angle ADC = 50°$

㉡ $\angle A = 90°$

㉢ $\angle ABD = 40°$

㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉢　　③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉤　　⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로

$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$

따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.

$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$

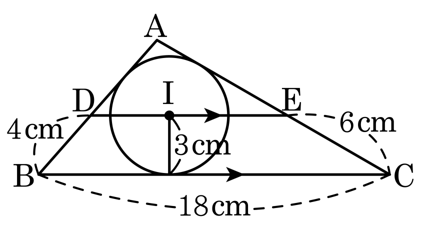
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.

$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$

따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

23. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

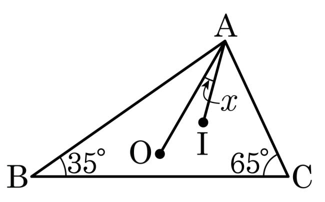
▷ 정답 : $42\ \underline{cm^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\quad \therefore\ \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4cm$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6cm$ 이므로 $\overline{DE} = 10cm$ 가 된다.

사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\,cm^2)$ 이다.

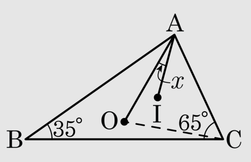
24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

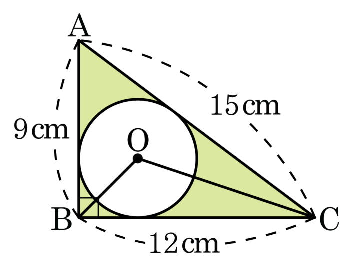


ⅰ) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ⅱ) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

25. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $(54-6\pi)\,\mathrm{cm}^2$　② $(54-7\pi)\,\mathrm{cm}^2$
③ $(54-8\pi)\,\mathrm{cm}^2$　④ $(54-9\pi)\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $(54-10\pi)\,\mathrm{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\frac{1}{2}r\times(9+15+12)=\frac{1}{2}\times9\times12$

$\therefore r=3(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times9\times12-3^2\times\pi=54-9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$