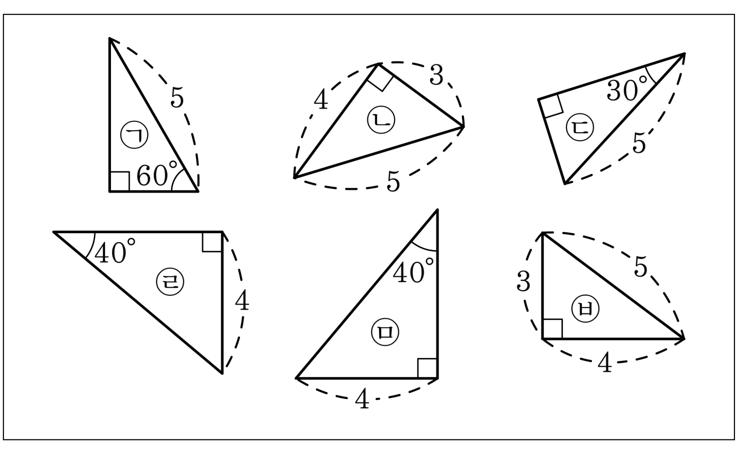
1. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?

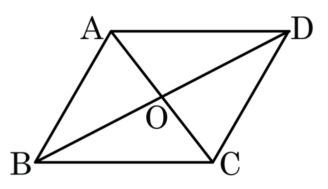


① ㉠과 ㉡　② ㉠과 ㉢　③ ㉡과 ㉤
④ ㉡과 ㉥　⑤ ㉣과 ㉤

해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 30° ,60° 로 같으므로 RHA 합동이다.
㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.
㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 40° , 90° 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD = △OCB (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설
평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

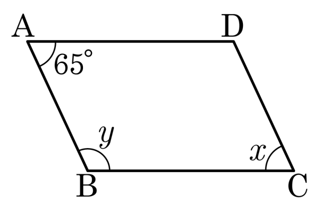
3. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가?

① 마름모　② 직사각형　③ 사다리꼴
④ 정사각형　⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
사각형 → 평행사변형
등변사다리꼴 → 마름모
마름모 → 직사각형
직사각형 → 마름모
정사각형 → 정사각형
따라서 답은 ①이다.

4. 다음 □ABCD가 평행사변형이 된다고 할 때, x, y의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad}$ °

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad}$ °

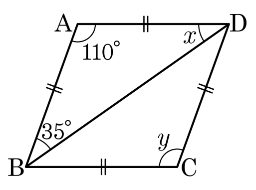
▷ 정답 : $\angle x = 65$°

▷ 정답 : $\angle y = 115$°

해설

$\angle x = 65°$, $\angle y = 180° - 65° = 115°$

5. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 135 ② 140 ③ 145

④ 150 ⑤ 155

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $x = 35°$

$y = \angle BAD$

$\angle BAD = 180° - (35° + 35°) = 110°$

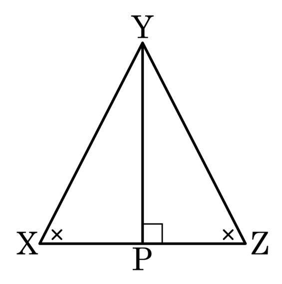
따라서 $y = 110°$ 이고, $\angle x + \angle y = 35° + 110° = 145°$ 이다.

6. 다음 중 거짓인 것은?

① 정사각형은 마름모이다.
② 사다리꼴은 사각형이다.
③ 마름모는 평행사변형이다.
④ 정사각형은 평행사변형이다.
⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

7. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\angle$Y 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면
$\triangle$XYP 와 $\triangle$ZYP 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ $\boxed{(가)}$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle$XYP 와 $\triangle$ZYP 는 $\boxed{(나)}$ 합동이므로
$\boxed{(다)}$
$\therefore$ $\triangle$XYZ 는 이등변삼각형이다.

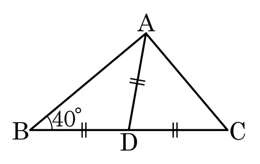
(가),(나),(다) 에 들어갈 말을 차례대로 쓴 것은 ?

① $\angle X = \angle Z$, ASA, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
② $\angle X = \angle Y$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
③ $\angle X = \angle Z$, SAS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
④ $\angle Y = \angle Z$, ASA, $\overline{XP} = \overline{ZP}$
⑤ $\angle X = \angle Z$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

해설

$\angle$Y 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면 $\triangle$XYP 와 $\triangle$ZYP 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ (가)$\angle X = \angle Z$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle$XYP 와 $\triangle$ZYP 는 (나)ASA 합동이므로
(다) $\overline{XY} = \overline{YZ}$
$\therefore$ $\triangle$XYZ 는 이등변삼각형이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

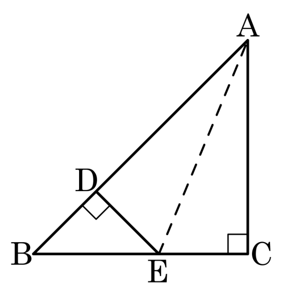


① 75° ② 80° ③ 85° ④ 90° ⑤ 95°

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAD = 40°$
$\angle CDA = 40° + 40° = 80°$
또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$
$\therefore \angle BAC = 40° + 50° = 90°$

9. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle C = 90°$, $\angle ADE = 90°$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle DAE = \angle CAE$

② $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$

③ $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$

④ $\overline{BE} = \overline{EC}$

⑤ $\angle DEB = \angle BAC$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = 90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형

$\Leftrightarrow \angle A = \angle B = 45°$

$\square ADEC$ 에서 $\angle DEC = 360° - (90° \times 2 + 45°) = 135°$

$\angle DEB = 180° - \angle DEC = 45°$

$\angle DEB = \angle BAC = 45°$ (⑤)

$\angle B = \angle DEB = 45°$ 이므로 $\triangle DEB$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow$

$\overline{DB} = \overline{DE} \cdots$ ㉠

$\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서

i) $\overline{AE}$ 는 공통

ii) $\overline{AD} = \overline{AC}$

iii) $\angle ADE = \angle ACE = 90°$ (③)

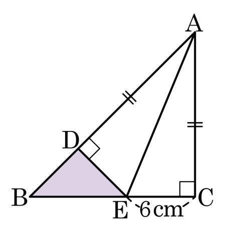
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) 이다. 합동인 대응각의 크기는 같으므로

$\angle DAE = \angle CAE$ (①)

합동인 대응변의 크기는 같으므로 $\overline{DE} = \overline{EC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$ (②)

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 빗변 AB 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가 되게 점 D 를 잡고, 점 D 를 지나며 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다. $\triangle BDE$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 14cm^2 ③ 16cm^2

④ 18cm^2 ⑤ 20cm^2

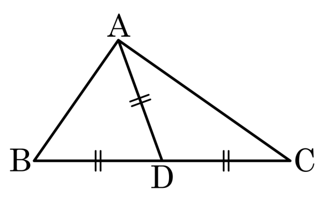
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{DE} = \overline{CE} = 6\text{cm}$,

$\triangle BDE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} = 6\text{cm}$

$\therefore \triangle BDE = \dfrac{6 \times 6}{2} = 18(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 <u>없는</u> 삼각형의 종류는 무엇인가?

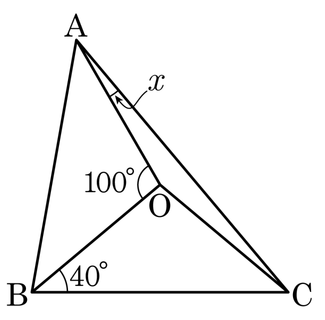


① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 직각삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

12. 다음 $\triangle$ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

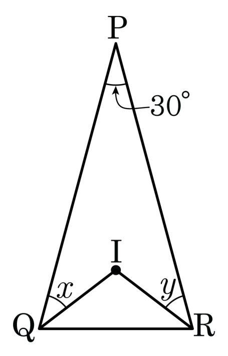


① 10°　② 20°　③ 30°　④ 40°　⑤ 50°

해설

$\triangle$AOB 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore \ \angle x = 10°$.

13. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30°$일 때, $x + y$의 값을 구하면?



① 60°　② 65°　③ 70°　④ 75°　⑤ 80°

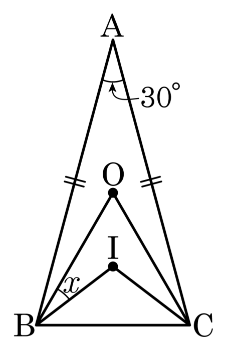
해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P = 90° + \frac{1}{2} \times 30° = 105°$이다.

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.
따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 180°이므로
$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180° - \angle QIR = 180° - 105° = 75°$

14. 다음 그림의 $\triangle$ABC 는 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle$ABC 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle \mathrm{A} = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15　　② 22.5　　③ 25　　④ 27.5　　⑤ 30

해설

$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC} = \angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{A} = 30°$ 이므로

$\angle \mathrm{ABC} = 75°$, $\angle \mathrm{BOC} = 60°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle \mathrm{A} + 90° = \angle \mathrm{BIC}$ 이므로

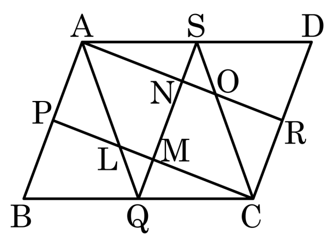
$\angle \mathrm{BIC} = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle \mathrm{OBC} = 60°$ 이다.

또, $\angle \mathrm{IBC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.

따라서 $\angle \mathrm{OBI} = \angle \mathrm{OBC} - \angle \mathrm{IBC} = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

15. 평행사변형 ABCD 의 각 변에 중점 P, Q, R, S 를 잡아 다음 그림과 같이 연결하였다. 그림 속에 있는 도형 중 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



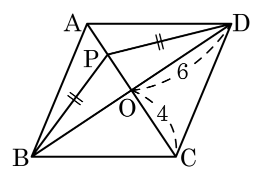
▶ 답 : ＿＿＿ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

▱ABCD, ▱ABQS, ▱SQCD, ▱APCR
▱APMN, ▱NMCR, ▱AQCS, ▱ALCO

16. 다음 그림의 □ABCD 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



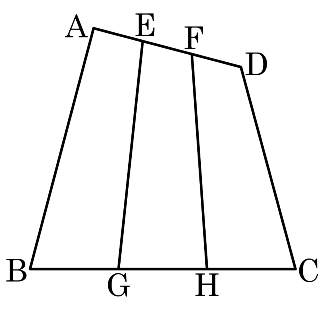
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이고 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이므로 $\triangle BPO \equiv \triangle DPO$ (SSS 합동)
$\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고
$\overline{BP} = \overline{DP}$ 이고,
$\angle APB = \angle APD$ 이므로 $\triangle APD \equiv \triangle APB$ (SAS 합동)
따라서 $\angle PAB = \angle PAD$ 이다.
따라서 □ABCD 는 마름모이고, $\angle AOD = 90°$ 이므로
넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FD}$, $\overline{BG} = \overline{GH} = \overline{HC}$ 일 때, $\dfrac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFHG}$ 의 값을 구하여라.

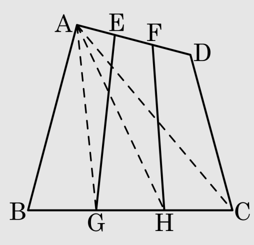


▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

다음과 같이 점선을 그으면



$\triangle ABC = 3\triangle AHC,\ \triangle CAD = 3\triangle CAE$

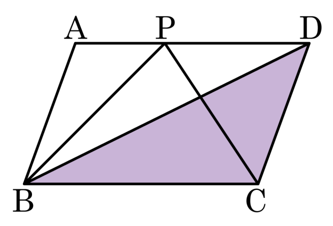
$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle CAD \\ &= 3\triangle AHC + 3\triangle CAE \\ &= 3(\triangle AHC + \triangle CAE) \\ &= 3\square AHCE \cdots ㉠\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square AHCE &= \triangle EHC + \triangle HAE \\ &= \triangle EGH + \triangle HEF \\ &= \square EGHF \cdots ㉡\end{aligned}$$

따라서 ㉠, ㉡에서 $\square ABCD = 3\square EGHF$ 이므로

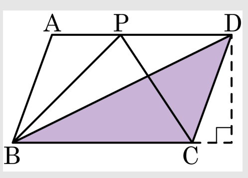
$$\begin{aligned}\therefore \frac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFGH} &= \frac{\square ABCD - \square EGHF}{\square EGHF} \\ &= \frac{2\square EFGH}{\square EFGH} \\ &= 2\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 $\square$ABCD가 평행사변형이고 $\triangle$PBC $= 14\text{cm}^2$일 때, 어두운 부분의 넓이는?



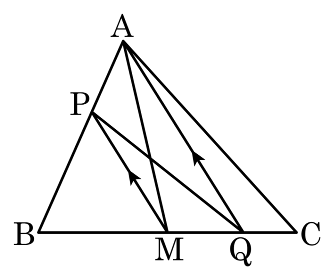
① 13cm^2 ② 14cm^2 ③ 15cm^2
④ 16cm^2 ⑤ 17cm^2

해설



$\triangle$PBC와 $\triangle$DBC는 밑변의 길이 $\overline{BC}$와 높이가 같으므로
$\triangle$DBC $=$ $\triangle$PBC $= 14(\text{cm}^2)$이다.

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선은?

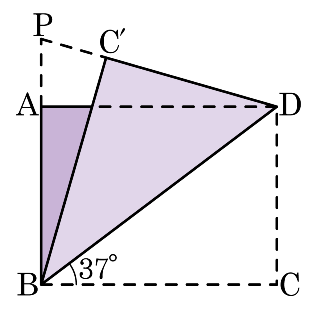


① $\overline{PM}$ ② $\overline{PQ}$ ③ $\overline{PC}$ ④ $\overline{PB}$ ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 M을 잡고 $\overline{PM} // \overline{AQ}$ 인 점 Q를 잡으면 $\overline{PQ}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분한다.

20. 다음 그림에서 직사각형 ABCD의 대각선BD를 접는 선으로 하여 점 C가 점 C′에 오도록 접었다. $\overline{AB}$와 $\overline{DC'}$의 연장선과의 교점을 P라 하고 $\angle DBC = 37°$일 때, $\triangle PBD$는 어떤 삼각형 인가?



▶ 답:

▷ 정답: 이등변삼각형

해설

$\triangle BCD \equiv \triangle BC'D$

$\angle CBD = \angle C'BD = 37°$

$\angle C'DB = 180° - (90° + 37°) = 53°$

$\angle ABD = 90° - 37° = 53°$

따라서 $\triangle PBD$는 두 밑각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.