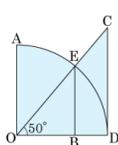


1. 다음 그림은 반지름의 길이가 1인 사분원 위에 직각삼각형을 그린 것이다. $\sin 50^\circ$, $\cos 50^\circ$, $\tan 50^\circ$ 를 선분으로 나타내어라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $\sin 50^\circ = \overline{BE}$

▶ 정답: $\cos 50^\circ = \overline{OB}$

▶ 정답: $\tan 50^\circ = \overline{CD}$

해설

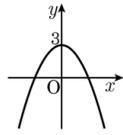
$$\sin 50^\circ = \frac{\overline{BE}}{\overline{OE}} = \frac{\overline{BE}}{1} = \overline{BE}$$

$$\cos 50^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OE}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

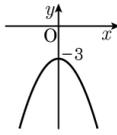
$$\tan 50^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$$

2. 다음 중 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프는?

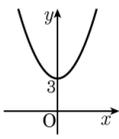
①



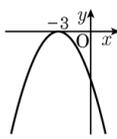
②



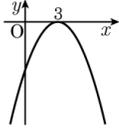
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$ 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 8 ② 12 ③ 18 ④ 20 ⑤ 32

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면
 $y = 2(x - 1)^2$
점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 2(3 - 1)^2$
 $\therefore m = 8$

4. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $2a$ 일 때, a 의 값을 구하면?

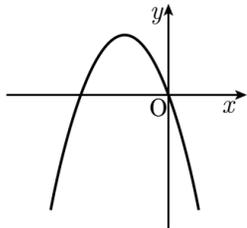
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x-3+3)^2 + 1 + a \\ &= 2x^2 + 1 + a \end{aligned}$$

따라서 y 절편이 $1+a = 2a$ 이므로 $a = 1$ 이다.

5. 다음은 이차함수 $y = a(x+p)^2 - q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호를 각각 구하면?



- ① $a > 0, p < 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$
③ $a > 0, p > 0, q > 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 $y = a(x+p)^2 - q$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$, 꼭짓점 $(-p, -q)$ 가 제2 사분면에 있으므로 $-p < 0, p > 0$ 이고, $q < 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p + q$ 의 값은?

① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

7. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$ 이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

8. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ 일 때, $f(-3) - 2f(0)$ 의 값은?

- ① 13 ② -13 ③ 14 ④ -14 ⑤ 15

해설

$x = -3$ 을 대입하면 $y = -16$ 이고, $x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$ 이므로 $f(-3) - 2f(0) = -16 + 2 = -14$ 이다.

9. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 \\ 3 &= 9a \\ \therefore a &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

10. 이차함수 $y = -5x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ② 위로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ④ 점 $(-1, 5)$ 를 지난다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

④ $x = -1$ 일 때, $y = -5$ 를 지난다.

11. 그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식을 $y = \frac{1}{2}(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 + 1$ 이다.
따라서 $p = -3, q = 1$ 이다.
 $\therefore p + q = -2$

12. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8\end{aligned}$$

13. $y = ax^2 + x - 18$ 은 x 축과 두 점에서 만난다. 한 점의 좌표가 $(-2, 0)$ 일 때, 다른 한 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{9}{5}, 0\right)$ ② $\left(\frac{4}{5}, 0\right)$ ③ $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$
④ $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$

해설

$$(-2, 0) \text{ 을 대입하면 } 4a - 2 - 18 = 0$$

$$a = 5$$

$$5x^2 + x - 18 = 0$$

$$(5x - 9)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{9}{5} \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore \left(\frac{9}{5}, 0\right)$$

14. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

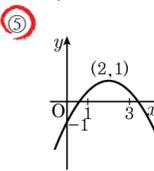
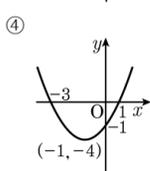
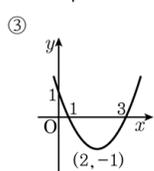
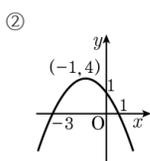
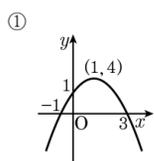
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프는?



해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표 : (2, 1), y 축과의 교점 : (0, -1) ($\because x = 0$ 대입, $y = -1$)

16. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1)이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1), y 절편이 3인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

17. $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$, $\angle ABC = 30^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC 의 점 B 에서 선분 AC 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ABH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{3}$

해설

점 A 에서 변 BC 위에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 선분 MC

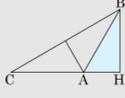
의 길이는 $4 \times \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}$ 이므로

변 BC 의 길이는 $4\sqrt{3}$

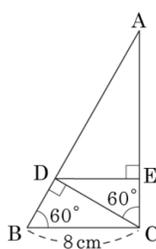
$\overline{BH} = \overline{BC} \times \sin 30^\circ = 2\sqrt{3}$

$\angle ABH = 30^\circ$ 이므로 $\overline{AH} = 2$

$\therefore \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$



18. 다음 그림과 같은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이는?



- ① 18cm^2 ② $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ 18.5cm^2
 ④ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{CD} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 이다.

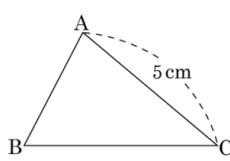
$\triangle CDE$ 에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{DE}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{DE} = 6\text{cm}$ 이다.

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\angle A = 30^\circ$ 이고, $\angle ADE = 60^\circ$ 이다.

따라서 $\tan 60^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AE}}{6} = \sqrt{3}$, $\overline{AE} = 6\sqrt{3}$ 이다.

넓이는 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 5\text{ cm}$ 이고 $\sin B = \frac{4}{5}$, $\sin C = \frac{3}{5}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: $\frac{25}{4}\text{ cm}$

해설

점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 하면

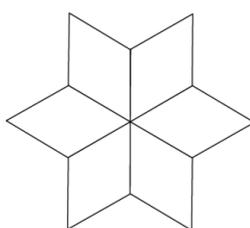
$\sin C = \frac{3}{5}$ 에서 $\overline{AH} = 3$ (cm)이고,

$\sin B = \frac{4}{5} = \frac{3}{\overline{AB}}$ 이므로 $\overline{AB} = \frac{15}{4}$ (cm)이다.

따라서 $\overline{BH}^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 - 3^2 = \frac{81}{16}$, $\overline{BH} = \frac{9}{4}$ (cm)이다. $\overline{HC}^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$, $\overline{HC} = 4$ (cm)이다.

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4}$ (cm)이다.

20. 다음 그림은 한 변의 길이가 3cm 인 여섯 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 별의 넓이가 $a\sqrt{b}\text{cm}^2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$360^\circ \div 6 = 60^\circ$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는

$$3 \times 3 \times \sin 60^\circ = \frac{9}{2}\sqrt{3}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

따라서, 별의 넓이는 $\frac{9}{2}\sqrt{3} \times 6 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore a+b = 27+3 = 30$ 이다.

21. 두 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2x^2 + 10$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중, x , y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 35개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면
 $3x^2 = 2x^2 + 10$
 $\therefore x = \pm\sqrt{10}$
이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$ 이고,
 y 좌표의 범위는 $3x^2 < y < 2x^2 + 10$
정수인 x 좌표는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
(1) $x = \pm 3$ 일 때, $27 < y < 28$ 이므로 정수인 y 는 없다.
(2) $x = \pm 2$ 일 때, $12 < y < 18$ 이므로 $y = 13, 14, 15, 16, 17$
(3) $x = \pm 1$ 일 때, $3 < y < 12$ 이므로 $y = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$
(4) $x = 0$ 일 때, $0 < y < 10$ 이므로 $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$
따라서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점은
 $2 \times (5 + 8) + 9 = 35$ (개)이다.

22. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 10$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 42가 되는 모든 k 의 값의 합을 구하여라. (단, $0 < k < \sqrt{10}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

$$y = x^2 - 2kx + k^2 - 10 = (x - k)^2 - 10$$

$$\therefore A(k, -10), B(0, k^2 - 10)$$

$$x^2 - 2kx + k^2 - 10 = 0 \text{ 에서 } x = k \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore C(k - \sqrt{10}, 0), D(k + \sqrt{10}, 0)$$

원점을 O 라 하면 $k > 0$ 이므로

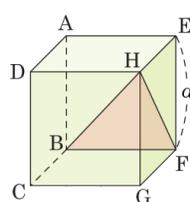
$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \triangle OBC + \triangle ABO + \triangle AOD \\ &= \frac{1}{2} \times (-k + \sqrt{10})(-k^2 + 10) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (-k^2 + 10) \times k \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (k + \sqrt{10}) \times 10 = 42 \end{aligned}$$

$$\text{이 식을 정리하면 } -\sqrt{10}k^2 + 10k + 20\sqrt{10} - 84 = 0$$

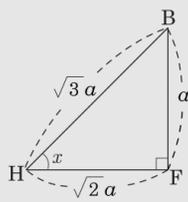
따라서 k 의 모든 값의 합은 $\sqrt{10}$ 이다.

23. 다음 그림에서 정육면체의 한 변의 길이는 a 이다. $\angle BHF = \angle x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은? (단, \overline{BH} 는 정육면체의 대각선이다.)

- ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{8}}{3}$ ⑤ 1



해설



$$\overline{BH} = \sqrt{3}a, \overline{HF} = \sqrt{2}a, \cos x = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

24. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 90^\circ$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{91}{2}$

해설

$$\sin^2 1^\circ = \cos^2 89^\circ = 1 - \sin^2 89^\circ$$

$$\sin^2 2^\circ = \cos^2 88^\circ = 1 - \sin^2 88^\circ$$

$$\sin^2 3^\circ = \cos^2 87^\circ = 1 - \sin^2 87^\circ$$

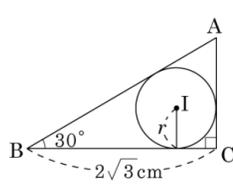
⋮

$$\sin^2 44^\circ = \cos^2 46^\circ = 1 - \sin^2 46^\circ$$

$$\text{따라서 } \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 90^\circ = 44 + \sin^2 45^\circ +$$

$$\sin^2 90^\circ = \frac{91}{2} \text{ 이다.}$$

25. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle B = 30^\circ$ 이고, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 내접원 I의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $\sqrt{3} - 1$ cm

해설

$$\overline{AC} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \text{ (cm)}$$

$$\text{또, } \cos 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$$

$$2\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 2 \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r$$

$$(3 + \sqrt{3})r = 2\sqrt{3} \quad \therefore r = \sqrt{3} - 1 \text{ (cm)}$$