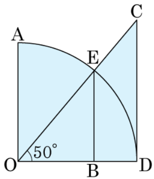
1. 다음 그림은 반지름의 길이가 1 인 사분원 위에 직각삼각형을 그린 것이다. $\sin 50°, \cos 50°, \tan 50°$ 를 선분으로 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sin 50° = \overline{BE}$

▷ 정답 : $\cos 50° = \overline{OB}$

▷ 정답 : $\tan 50° = \overline{CD}$

해설

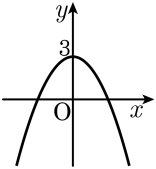
$$\sin 50° = \frac{\overline{BE}}{\overline{OE}} = \frac{\overline{BE}}{1} = \overline{BE}$$

$$\cos 50° = \frac{\overline{OB}}{\overline{OE}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

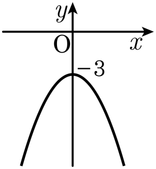
$$\tan 50° = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$$

2. 다음 중 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프는?

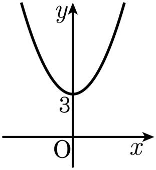
①



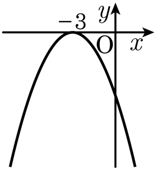
②



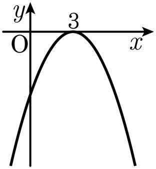
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 (0, 3) 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

3. 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3,\ m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 8 ② 12 ③ 18 ④ 20 ⑤ 32

해설

$y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면

$y=2(x-1)^2$

점 $(3,\ m)$ 을 지나므로

$m=2(3-1)^2$

$\therefore\ m=8$

4. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $2a$ 일 때, a 의 값을 구하면?

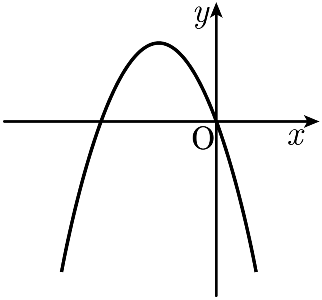
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = 2(x-3+3)^2 + 1 + a$$
$$= 2x^2 + 1 + a$$

따라서 y 절편이 $1 + a = 2a$ 이므로 $a = 1$ 이다.

5. 다음은 이차함수 $y = a(x+p)^2 - q$ 의 그래프이다. a , p , q 의 부호를 각각 구하면?



① $a > 0, p < 0, q < 0$　　② $a > 0, p > 0, q < 0$

③ $a > 0, p > 0, q > 0$　　④ $a < 0, p < 0, q > 0$

⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 $y = a(x+p)^2 - q$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$, 꼭짓점 $(-p, -q)$ 가 제2 사분면에 있으므로 $-p < 0,\ p > 0$ 이고, $q < 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p+q$ 의 값은?

① -5　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$p=2,\ q=3 \Rightarrow p+q=5$

7. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.
$\therefore a \neq 2$

8. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ 일 때, $f(-3) - 2f(0)$ 의 값은?

① 13 ② −13 ③ 14 ④ −14 ⑤ 15

해설

$x = -3$ 을 대입하면 $y = -16$ 이고, $x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$ 이므로 $f(-3) - 2f(0) = -16 + 2 = -14$ 이다.

9. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$y = ax^2$

$3 = 9a$

$\therefore a = \frac{1}{3}$

10. 이차함수 $y = -5x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이다.

② 위로 볼록한 그래프이다.

③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

④ 점 $(-1,\ 5)$ 를 지난다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

④ $x = -1$ 일 때, $y = -5$ 를 지난다.

11. 그래프의 모양이 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3,1)$ 인 이차함수의 식을 $y=\frac{1}{2}(x-p)^2+q$ 라고 할 때, 상수 p,q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

그래프의 모양이 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3,1)$ 인 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$ 이다.

따라서 $p=-3, q=1$ 이다.

$\therefore\ p+q=-2$

12. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$
\begin{aligned}
y &= 3x^2 - 6x + 7 \\
&= 3\left(x^2 - 2x + 1 - 1\right) + 7 \\
&= 3\left(x^2 - 2x + 1\right) + 4 \\
&= 3(x-1)^2 + 4
\end{aligned}
$$

$\therefore\ a = 3,\ p = 1,\ q = 4$

$\therefore\ a + p + q = 3 + 1 + 4 = 8$

13. $y = ax^2 + x - 18$ 은 x 축과 두 점에서 만난다. 한 점의 좌표가 $(-2,\ 0)$ 일 때, 다른 한 점의 좌표는?

① $\left(\frac{9}{5},\ 0\right)$ ② $\left(\frac{4}{5},\ 0\right)$ ③ $\left(\frac{9}{2},\ 0\right)$
④ $\left(\frac{7}{2},\ 0\right)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3},\ 0\right)$

해설

$(-2,\ 0)$ 을 대입하면 $4a - 2 - 18 = 0$

$a = 5$

$5x^2 + x - 18 = 0$

$(5x - 9)(x + 2) = 0$

$x = \frac{9}{5}$ 또는 $x = -2$

$\therefore\ \left(\frac{9}{5},\ 0\right)$

14. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

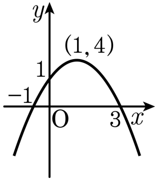
해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

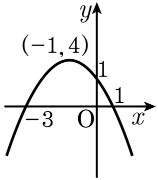
⑤ $(-1)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

15. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1$ 의 그래프는?

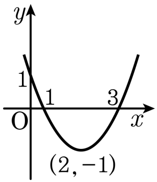
①



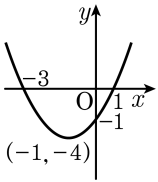
②



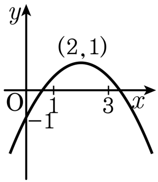
③



④



⑤



해설

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

꼭짓점의 좌표 : $(2, 1)$, y 축과의 교점 : $(0, \ -1)$($\because$ $x=0$ 대입, $y=-1$)

16. 이차함수 $y=2x^2-4x+3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$ 이다.

② 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \le 1$이다.

③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y=-x^2-4x+5$ 이다.

④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x<1$ 이다.

⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$y=2x^2-4x+3=2(x^2-2x+1-1)+3=2(x-1)^2+1$

① 꼭짓점은 $(1,\ 1)$ 이다.

② 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \ge 1$이다.

③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y=2x^2+4x+3$ 이다.

④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x=1$ 이므로 $x<1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.

⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 $(1,\ 1)$, y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

17. $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$, $\angle ABC = 30°$ 인 이등변삼각형 ABC 의 점 B 에서 선분 AC 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ABH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

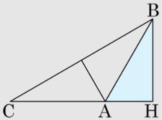
점 A 에서 변 BC 위에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 선분 MC 의 길이는 $4 \times \cos 30° = 2\sqrt{3}$ 이므로

변 BC 의 길이는 $4\sqrt{3}$

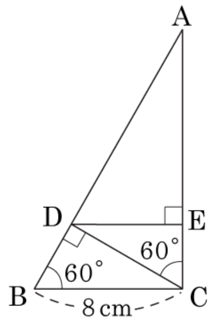
$\overline{BH} = \overline{BC} \times \sin 30° = 2\sqrt{3}$

$\angle ABH = 30°$ 이므로 $\overline{AH} = 2$

$\therefore \ \triangle ABH = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$



18. 다음 그림과 같은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이는?



① 18cm^2 ② $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ 18.5cm^2

④ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\sin 60° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{CD}}{8} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \overline{CD} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이다.

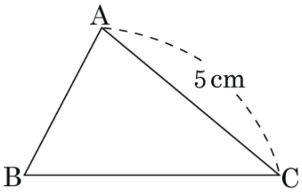
$\triangle CDE$ 에서 $\sin 60° = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \dfrac{\overline{DE}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \overline{DE} = 6\,\text{cm}$ 이다.

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\angle A = 30°$ 이고, $\angle ADE = 60°$ 이다.

따라서 $\tan 60° = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{AE}}{6} = \sqrt{3}, \overline{AE} = 6\sqrt{3}$ 이다.

넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 5\,cm$ 이고 $\sin B = \frac{4}{5}$, $\sin C = \frac{3}{5}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

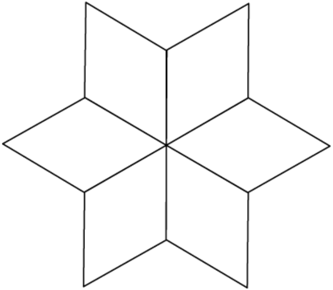
$\sin C = \frac{3}{5}$ 에서 $\overline{AH} = 3\,(cm)$ 이고,

$\sin B = \frac{4}{5} = \frac{3}{\overline{AB}}$ 이므로 $\overline{AB} = \frac{15}{4}\,(cm)$ 이다.

따라서 $\overline{BH}^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 - 3^2 = \frac{81}{16}$, $\overline{BH} = \frac{9}{4}\,(cm)$ 이다. $\overline{HC}^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$, $\overline{HC} = 4\,(cm)$ 이다.

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4}\,(cm)$ 이다.

20. 다음 그림은 한 변의 길이가 3cm 인 여섯 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 별의 넓이가 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$360° \div 6 = 60°$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는

$3 \times 3 \times \sin 60° = \dfrac{9}{2}\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

따라서, 별의 넓이는 $\dfrac{9}{2}\sqrt{3} \times 6 = 27\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore a+b = 27+3 = 30$ 이다.

21. 두 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2x^2 + 10$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중, x, y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 35 개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면

$3x^2 = 2x^2 + 10$

$\therefore x = \pm\sqrt{10}$

이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$ 이고,

y 좌표의 범위는 $3x^2 < y < 2x^2 + 10$

정수인 x 좌표는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

(1) $x = \pm 3$ 일 때, $27 < y < 28$ 이므로 정수인 y는 없다.

(2) $x = \pm 2$ 일 때, $12 < y < 18$ 이므로 $y = 13$, 14, 15, 16, 17

(3) $x = \pm 1$ 일 때, $3 < y < 12$ 이므로 $y = 4$, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

(4) $x = 0$ 일 때, $0 < y < 10$ 이므로 $y = 1$, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

따라서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점은

$2 \times (5 + 8) + 9 = 35$(개) 이다.

22. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 10$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 42가 되는 모든 k의 값의 합을 구하여라. (단, $0 < k < \sqrt{10}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

$y = x^2 - 2kx + k^2 - 10 = (x-k)^2 - 10$

$\therefore\ \mathrm{A}(k,\ -10),\ \mathrm{B}(0,\ k^2 - 10)$

$x^2 - 2kx + k^2 - 10 = 0$ 에서 $x = k \pm \sqrt{10}$

$\therefore\ \mathrm{C}(k - \sqrt{10},\ 0),\ \mathrm{D}(k + \sqrt{10},\ 0)$

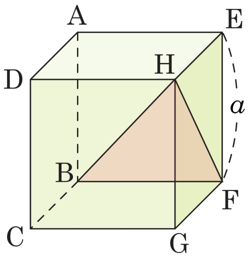
원점을 O 라 하면 $k > 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore\ \square\mathrm{ABCD} &= \triangle\mathrm{OBC} + \triangle\mathrm{ABO} + \triangle\mathrm{AOD} \\ &= \frac{1}{2} \times (-k + \sqrt{10})(-k^2 + 10) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (-k^2 + 10) \times k \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (k + \sqrt{10}) \times 10 = 42\end{aligned}$$

이 식을 정리하면 $-\sqrt{10}k^2 + 10k + 20\sqrt{10} - 84 = 0$

따라서 k 의 모든 값의 합은 $\sqrt{10}$ 이다.

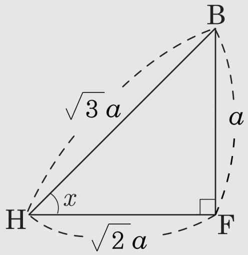
23. 다음 그림에서 정육면체의 한 변의 길이는 a이다. $\angle \mathrm{BHF} = \angle x$일 때, $\cos x$의 값은? (단, $\overline{\mathrm{BH}}$는 정육면체의 대각선이다.)



① $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

④ $\dfrac{\sqrt{8}}{3}$ ⑤ 1

해설



$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{3}a$, $\overline{\mathrm{HF}} = \sqrt{2}a$, $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

24. $\sin^2 1° + \sin^2 2° + \sin^2 3° + \cdots + \sin^2 90°$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{91}{2}$

해설

$\sin^2 1° = \cos^2 89° = 1 - \sin^2 89°$

$\sin^2 2° = \cos^2 88° = 1 - \sin^2 88°$

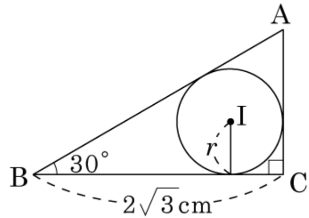
$\sin^2 3° = \cos^2 87° = 1 - \sin^2 87°$

$\vdots$

$\sin^2 44° = \cos^2 46° = 1 - \sin^2 46°$

따라서 $\sin^2 1° + \sin^2 2° + \sin^2 3° + \cdots + \sin^2 90° = 44 + \sin^2 45° + \sin^2 90° = \dfrac{91}{2}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30°$ 이고, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{3}-1$ cm

해설

$$\overline{AC} = \overline{BC}\tan 30° = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \ (\text{cm})$$

또, $\cos 30° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30°} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4 \ (\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$$

$$2\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 2 \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r$$

$$\left(3 + \sqrt{3}\right) r = 2\sqrt{3} \qquad \therefore\ r = \sqrt{3} - 1 \ (\text{cm})$$