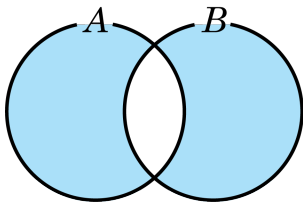
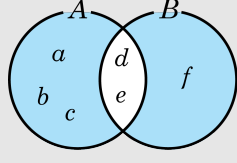


1. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{d, e, f\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{a, b\}$ ② $\{b, c\}$ ③ $\{a, c, f\}$
④ $\{a, d, f\}$ ⑤ $\{a, b, c, f\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, b, c, f\}$ 이다.

2. 어느 반의 시간표에서 화요일에 들어있는 과목은 모두 6과목, 금요일에 들어있는 과목은 모두 5과목, 화요일이나 금요일에 들어있는 과목이 9과목이다. 이 반의 화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목은 몇 과목인지 구하여라.

▶ 답 : 과목

▷ 정답 : 2과목

해설

화요일에 들어있는 과목의 집합을 A , 금요일에 들어있는 과목의 집합을 B 라고 하자. 화요일이나 금요일에 들어있는 과목의 집합은 $A \cup B$ 이고, $n(A \cup B) = 9$ 이다.

화요일과 금요일에 공통으로 들어있는 과목의 집합은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 6 + 5 - 9 \\ &= 2(\text{과목}) \end{aligned}$$

따라서 화요일 금요일 공통으로 들어있는 과목은 2과목이다.

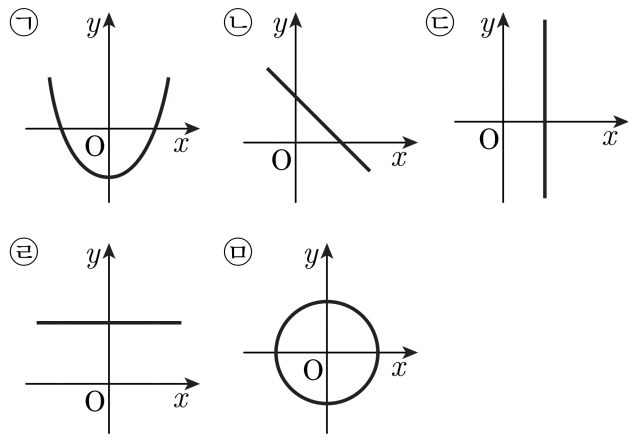
3. 명제 ‘ $a > b$ 이면 $a^2 \geq b^2$ 이다 ’의 대우를 구하면?

- ① $a^2 \geq b^2$ 이면 $a > b$ 이다 ② $a^2 > b^2$ 이면 $a \geq b$ 이다
③ $a^2 < b^2$ 이면 $a \leq b$ 이다 ④ $a \leq b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다
⑤ $a \geq b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.
 $\therefore a^2 < b^2 \Rightarrow a \leq b$

4. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?

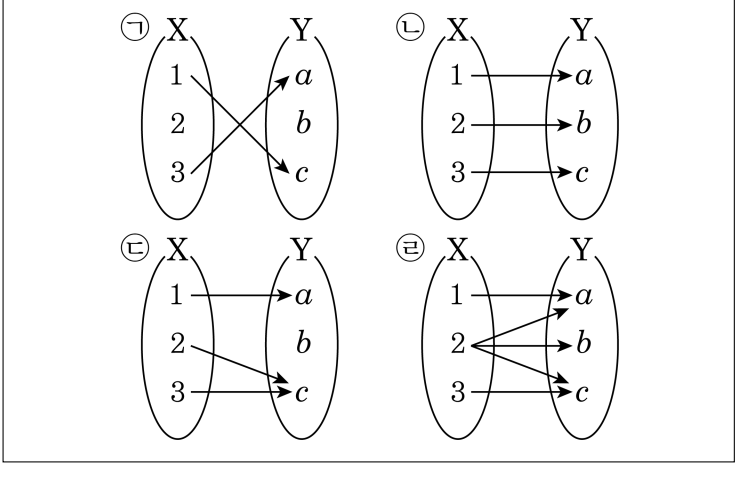


- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X 의 각 원소 x 의 함수값 $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은 x 의 함수값 $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

5. 다음 대응 관계 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?



- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

- ④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
㉡, ㉢ X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응하므로 함수이다.
㉣ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 a, b, c 의 3개이므로 함수가 아니다.

6. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -3x + 2$ 의 합성함수 $g \circ f$ 를 구하면 무엇인가?

- ① $y = -6x - 1$ ② $y = -6x$ ③ $y = -6x + 1$
④ $y = -6x + 3$ ⑤ $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$ 이다.

7. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이고 $g(1) = 0$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$g(x)$ 가 n 차 다항식이라 하면
 $g(g(x))$ 의 차수는 n^2 이다.
모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이므로
양변의 차수를 비교하면 $n^2 = 1$
 $\therefore n = 1$ ($\because n$ 은 자연수)
즉, $g(x)$ 는 일차다항식이므로
 $g(x) = ax + b$ 라 하면 $g(1) = 0$ 이므로
 $a + b = 0$, 즉 $b = -a$
 $\therefore g(x) = ax + b = ax - a$
 $g(g(x)) = g(ax - a) = a(ax - a) - a$
 $= a^2x - a^2 - a = x$
이 식은 x 에 대한 항등식이므로
 $a^2 = 1$, $-a^2 - a = 0$
 $\therefore a = -1$
즉, $g(x) = -x + 1$ 이므로 $g(-1) = 2$

8. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b)$
 $= -(ax + b) + a = -ax + a - b$ 이므로 $-ax + a - b = 2x - 4$
그런데, 이것은 x 에 대한 항등식이므로
 $a = -2, b = 2$
 $\therefore ab = -4$

9. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

10. 실수 x 에 대하여 $x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 ‘ $x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.’가 참이다.
 $x+1=0$ 에서 $x=-1$ 을 $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면
 $(-1)^2+2\cdot(-1)+a=1-2+a=0$
 $\therefore a=1$

11. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right) = 20 + 3\left(xy + \frac{4}{xy}\right)$$

산술기하조건을 사용하면

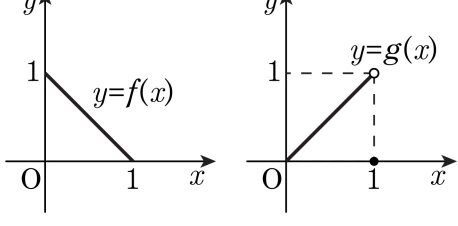
$$xy + \frac{4}{xy} \geq 2\sqrt{xy \times \left(\frac{4}{xy}\right)} = 4$$

$$\therefore \text{최솟값} : 20 + 3 \times 4 = 32$$

12. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다.

- I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.
II. 임의의 실수 x 에 대하여
 $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때,
 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값을 구하면?



- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

II. 에 의하여
 $y = f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고,
 $y = g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
 $g\left(-\frac{7}{3}\right) = -g\left(\frac{7}{3}\right) = -g\left(2 + \frac{1}{3}\right)$
 $= -g\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}$
($\because -1 < x < 1$ 에서 $g(x) = x$) 이고
 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = -x + 1$
따라서 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{3}\right)$
 $= -\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{2}{3}$

13. $A = \{5, 9, 12, 14\}$, $B = \{3, 5, a, a + 3\}$ 이고 $A \cap B = \{5, 9\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합은?

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $a = 9$ 이거나 $a + 3 = 9$ 이어야한다.
i) $a = 9$ 일 때
 $B = \{3, 5, 9, 12\}$, 교집합의 원소 중 12 는 존재하지 않으므로 성립하지 않는다.
ii) $a + 3 = 9$ 즉, $a = 6$ 일 때
 $B = \{3, 5, 6, 9\}$
따라서 원소들의 합은 23 이다.

14. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 4\}$ 일 때, $(A^c \cup B) \cap A = \{3\}$ 을 만족시키는 집합 B 의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$(A^c \cup B) \cap A = (A^c \cap A) \cup (B \cap A) = B \cap A$, $B \cap A = \{3\}$ 이므로 집합 B 는 3을 포함하고 4를 포함하지 않는 U 의 부분집합이다. 따라서 $\{0, 1, 2\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2^3 = 8$ (개)

15. 함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 이고 $f(1) = 1$ 을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

임의의 실수 x, y 에 대하여

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 가 성립하므로,

$x = 1, y = 0$ 을 대입하면

$$f(1)f(0) = f(1) + f(1)$$

$$\therefore f(0) = f(1) + f(1) = 2$$

16. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

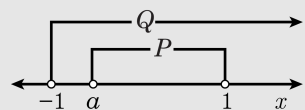
- ① $a > 1$ ② $a \leq 1$ ③ $-1 \leq a \leq 1$
 ④ $a \geq -1$ ⑤ $a \leq -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

(i) $a > 1$ 일 때, $P = \emptyset$ 이므로 $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii) $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore -1 \leq a \leq 1$

(i), (ii)에서 $a \geq -1$

17. R 가 실수 전체의 집합일 때, R 에서 R 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.

$f : x \rightarrow a|x-1| + (2-a)x + a \quad (x \in R, a \in R)$

함

수 f 가 일대일 대응이 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -1$
- ② $a \leq -1$
- ③ $a > -1$
- ④ $a < 1$
- ⑤ $a \leq 1$

해설

$f(x) = a|x-1| + (2-a)x + a$ 에서 $x \geq 1, x < 1$ 인 경우로 나누면,
 $x \geq 1$ 일 때, $f(x) = a(x-1) + (2-a)x + a$
 $x < 1$ 일 때, $f(x) = a(1-x) + (2-a)x + a$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 1) \\ -2(a-1)x + 2a & (x < 1) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 R 에서 R 로의 일대일 대응이려면
 $x \geq 1$ 에서 기울기가 양이므로 $x < 1$ 에서도 기울기가 양이어야 한다.

$$\text{즉, } -2(a-1) > 0, a-1 < 0$$

$$\therefore a < 1$$

18. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f\left(2g(x) - \frac{x}{x-1}\right) = x$ 라 할 때, $f(2)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(f^{-1}(x)) &= x \\ \therefore 2g(x) - \frac{x}{x-1} &= g(x) \\ \Rightarrow g(x) &= \frac{x}{x-1} \\ f(2) &= k \text{ 라고 하면} \\ g(k) = 2 &\Rightarrow k = 2 \end{aligned}$$

19. 함수 $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

20. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고
 $g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로
 $f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$