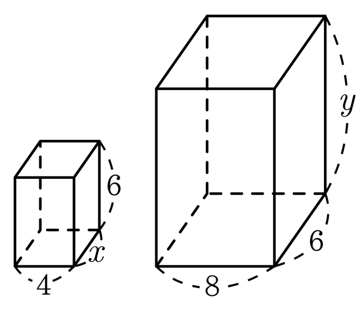
1. 다음 중 닮음이 아닌 것은?

① 한 밑각의 크기가 같은 두 이등변삼각형
② 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
③ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형
④ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형
⑤ 반지름의 길이가 다른 두 구

해설
평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

2. 다음 그림의 두 직육면체가 서로 닮은 도형일 때, $x+y$ 의 값은?

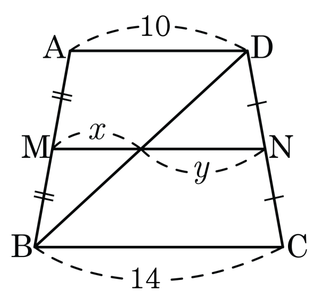


① 12 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$4:8=x:6$
$8x=24$
$\therefore\ x=3$
$4:8=6:y$
$4y=48$
$\therefore\ y=12$
$\therefore\ x+y=3+12=15$

3. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 이 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $x+y$ 의 값은?

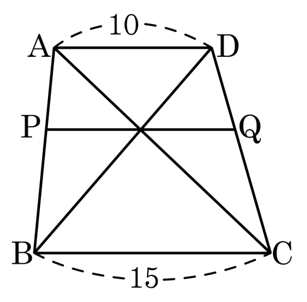


① 2　② 5　③ 7　④ 12　⑤ 35

해설

$x : 10 = 1 : 2$
$x = 5$
$y : 14 = 1 : 2$
$y = 7$
$\therefore\ x + y = 12$

4. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{PQ}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

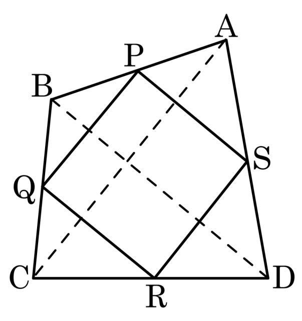


① 10.5 ② 11 ③ 12 ④ 12.5 ⑤ 13

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 R 라고 하면
$\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$, $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PR} : \overline{BC}$ 이므로 $2 : 5 = \overline{PR} : 15$
$\overline{PR} = 6$
그런데 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PR} : \overline{BC} = \overline{DQ} : \overline{DC} = \overline{RQ} : \overline{BC}$ 이므로
$\overline{RQ} = \overline{PR} = 6$
$\therefore \overline{PQ} = 12$

5. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴　　② 평행사변형　　③ 마름모
④ 직사각형　　⑤ 정사각형

해설

$\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{BQ} = \overline{CQ}$ 이므로 $\overline{PQ} // \overline{AC}$, $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{AS} = \overline{DS}$, $\overline{CR} = \overline{DR}$ 이므로 $\overline{SR} // \overline{AC}$, $\overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\therefore \overline{PQ} // \overline{SR}$, $\overline{PQ} = \overline{SR}$
따라서 □PQRS 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

6. 지름이 12cm 인 구 모양의 쇠구슬 1 개를 녹여 지름이 4cm 인 쇠구슬을 만들 때, 몇 개를 만들 수 있겠는가?

① 9 개　② 12 개　③ 18 개　④ 27 개　⑤ 36 개

해설

쇠구슬의 닮음비는 $12 : 4 = 3 : 1$ 이므로 부피의 비는 $3^3 : 1^3 = 27 : 1$ 이다.

$\therefore$ 27 개

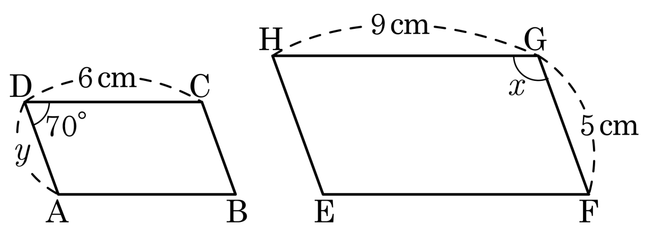
7. 축척이 $\frac{1}{50000}$ 인 지도에서 거리가 10cm 로 나타난 두 지점의 실제 거리는?

① 5km ② 7.5km ③ 10km
④ 12.5km ⑤ 12.5km

해설

축척이 $\frac{1}{50000}$ 이므로 닮음비는 $1:50000$ 이다. 실제 거리를 x 라 하면 $1:50000=10:x$
$\therefore x=500000\,\mathrm{cm}=5000\,\mathrm{m}=5\,\mathrm{km}$

8. 다음 두 도형은 평행사변형이고, $\square ABCD \backsim \square EFGH$ 일 때, x, y 의 값은?



① $\angle x = 100°$, $y = \frac{8}{3}$ cm　② $\angle x = 100°$, $y = \frac{10}{3}$ cm

③ $\angle x = 110°$, $y = \frac{8}{3}$ cm　④ $\angle x = 110°$, $y = \frac{10}{3}$ cm

⑤ $\angle x = 110°$, $y = \frac{11}{3}$ cm

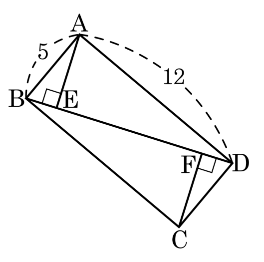
해설

$\angle x = 180° - 70° = 110°$

$6 : 9 = y : 5$

$9y = 30,\ y = \frac{10}{3}$ cm

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

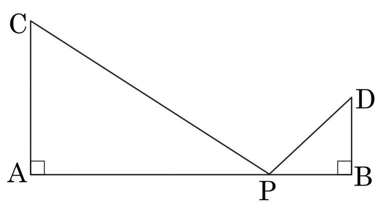
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

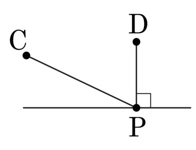
$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

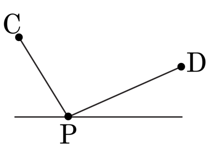
따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

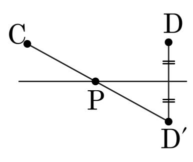
$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

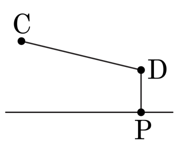
10. 다음 그림에서 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

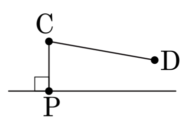


①


②


③


④


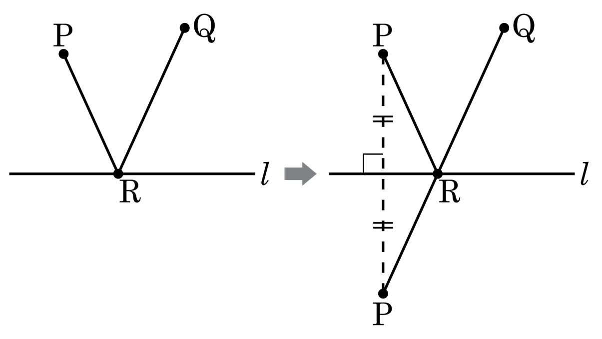
⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

11. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.

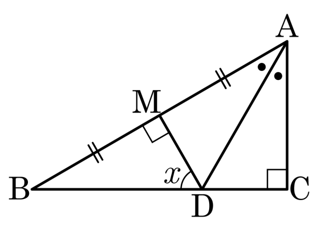


① l, PQ, Q　② l, PQ, R　③ l, P′Q, R
④ Q, PQ, Q　⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

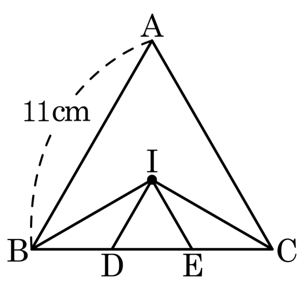


① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠
$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3x = 180°$
$\therefore \angle x = 60°$

13. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB}=11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?



① $\dfrac{11}{3}\text{cm}$ ② $\dfrac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

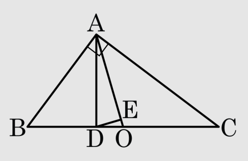
$\angle ABI=\angle IBD$ 이고 $\angle ABI=\angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD=\angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD}=\overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI=\angle ICE$ 이고 $\angle ACI=\angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE=\angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE}=\overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{IE}=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{BC}=11(\text{cm})$ 이다.

14. $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{CD} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$　　② $3 + a$　　③ $3 - \frac{a}{2}$

④ $\frac{2a}{5} - 3$　　⑤ $\frac{6a}{5} - 3$

해설



점 D 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{5}{2}$

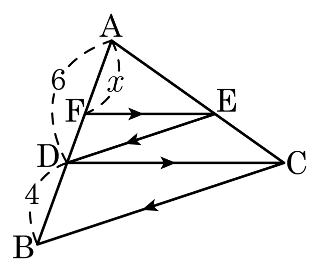
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ 에서 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD}$

$\therefore\ \overline{AD} = \frac{12}{5}$

이때, $\overline{CD} = a$ 라 하면

$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{5}{2}\right) \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5}a - 3$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{FE} /\!/ \overline{DC}$ 이다. 이때, x 의 길이는?



① 3 ② 3.2 ③ 3.6 ④ 4 ⑤ 4.2

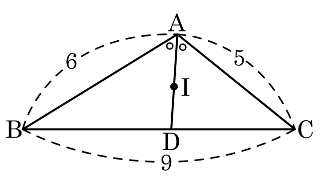
해설

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$

$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2 = x : (6 - x)$

$\therefore\ x = 3.6$

16. 다음 그림에서 점I는 내심이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 9$ 일 때, $\overline{AI} : \overline{ID}$ 를 구하면?



① 3 : 2　　② 9 : 5

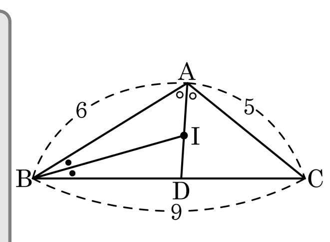
③ 5 : 6　　④ 9 : 11

⑤ 11 : 9

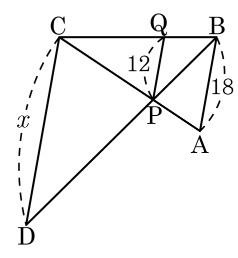
해설

$\overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5$ 이므로 $\overline{BD} = 9 \cdot \frac{6}{11} = \frac{54}{11}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI} : \overline{ID} = \overline{BA} : \overline{BD} = 6 : \frac{54}{11} = 66 : 54 = 11 : 9$



17. 다음과 같이 $\overline{AB}$ 와 $\overline{PQ}$ 와 $\overline{DC}$ 가 평행하고 , $\overline{AB}=18, \overline{PQ}=12$ 일 때, x 의 값은?

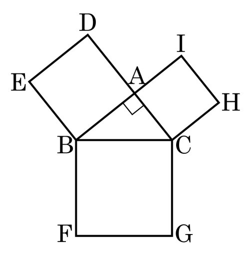


① 24　② 30　③ 36
④ 42　⑤ 48

해설

$\overline{BC}:\overline{QC}=\overline{AB}:\overline{PQ}$ 이므로
$\overline{PQ}:\overline{CD}=\overline{BQ}:\overline{BC}$
$12:x=1:3$
$x=36$

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21　　② 22　　③ 23

④ 24　　⑤ 25

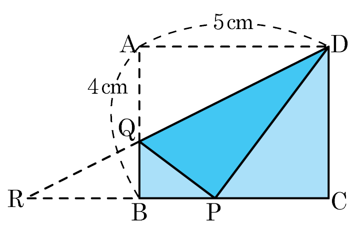
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

19. 다음 그림과 같이 □ABCD 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, △DPR 의 넓이는?

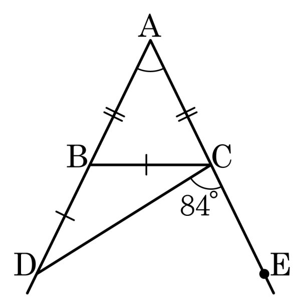


① 10cm^2 ② 20cm^2 ③ 30cm^2
④ 40cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$\overline{DP} = 5(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CP} = 3(\text{cm})$
따라서, $\overline{BP} = 2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면
$\overline{BQ} = (4 - x)\,\text{cm}$
△QBP 에서 $x^2 = (4 - x)^2 + 2^2$ 이므로
$8x = 20$
$\therefore\ x = 2.5(\text{cm})$
△DAQ ∽ △RBQ (AA 닮음)이므로
$5 : \overline{RB} = 2.5 : 1.5$
$\therefore \overline{RB} = 3(\text{cm}),\ \overline{RP} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle DPR = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



① 32° ② 42° ③ 52° ④ 62° ⑤ 72°

해설

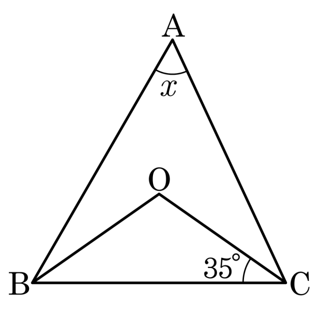
$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면

$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$

$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$

$\therefore \angle a = 32°$

21. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OCB $= 35°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\angle \text{OBC} = \angle \text{OCB} = 35°$

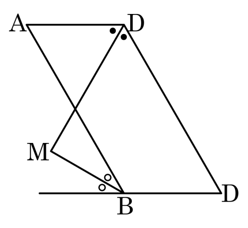
$\angle \text{BAC} + \angle \text{ABO} + \angle \text{ACO} = 2x$

$180° = 35° \times 2 + 2x$

$110° = 2x$

$\therefore x = 55°$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 의 이등분선과 $\angle B$ 의 외각의 이등분선의 교점을 M 이라고 할 때, $\angle D = 110°$ 이면 $\angle DMB$ 의 크기는?



① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$

④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\overline{BC}$, $\overline{DM}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 하고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DM}$ 의 교점을 Q 라고 하면

$\angle D = \angle B$ 이므로

$\angle D + \angle ABP = 180°$, $\angle ABP = 180° - 110° = 70°$, $\angle QBM = 35°$,

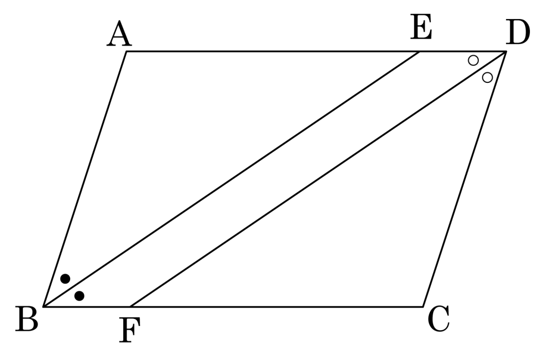
$\angle MDC = \angle MQB = 55°$ (동위각)

즉, $\triangle MBQ$ 에서

$$\begin{aligned}\angle QMB &= 180° - (\angle MQB + \angle QBM)\\ &= 180° - 90°\\ &= 90°\end{aligned}$$

$\therefore\ \angle DMB = 90°$

23. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열하면?



가정) □ABCD 는 평행사변형, $\angle ABE = \angle EBC$, $\angle EDF = \angle FDC$

결론) □EBFD 는 평행사변형

증명) □ABCD 는 평행사변형이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle EBF = \angle EDF$

$\angle AEB = \angle EBF$, $\angle EDF = \angle CFD$ ($\boxed{}$) 이므로

$\angle AEB = \angle CFD$, $\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{}$

따라서 □EBFD 는 평행사변형이다.

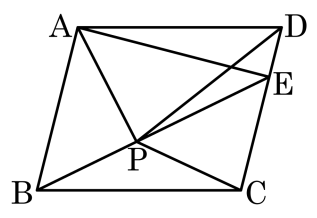
① 동위각, $\angle FBD$ ② 동위각, $\angle BDF$ ③ 동위각, $\angle DFB$

④ 엇각, $\angle FBD$ ⑤ 엇각, $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = \angle DFB$ 이다.

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PE}} = 3 : 4$ 이고, $\triangle\mathrm{DPC} = 100\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABP}$ 의 넓이는?



① $30\mathrm{cm}^2$　② $40\mathrm{cm}^2$　③ $60\mathrm{cm}^2$

④ $70\mathrm{cm}^2$　⑤ $75\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때,

$\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{DPC} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \cdots$ ㉠

또한, $\overline{\mathrm{CD}}$ 위의 한 점 E 를 잡을 때,

$\triangle\mathrm{ABE} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{DPC} = \triangle\mathrm{ABE}$ 이고,

$\triangle\mathrm{ABE} = \triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{APE}$ 이므로

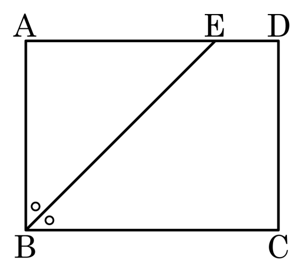
$\triangle\mathrm{APE} = \triangle\mathrm{DPC} = 100(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PE}} = 3 : 4$ 에서 $\triangle\mathrm{ABP} : \triangle\mathrm{APE} = 3 : 4$ 이므로

$\triangle\mathrm{ABP} : 100 = 3 : 4$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABP} = 75(\mathrm{cm}^2)$

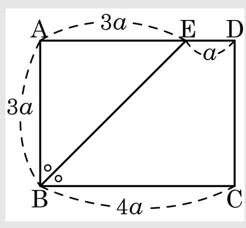
25. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$ 가 만나는 점을 E 라 할 때, $\overline{AE}:\overline{ED}=3:1$, $\triangle ABE$ 의 넓이는 $72cm^2$ 이다. 이 때, $\square EBCD$ 의 넓이는?



① $120cm^2$ ② $128cm^2$ ③ $132cm^2$
④ $144cm^2$ ⑤ $160cm^2$

해설

$\angle EBC=\angle BEA(\because$ 엇각$)$
따라서 $\triangle ABE$는 직각이등변삼각형이다. 다음 그림과 같이 $\overline{ED}=a$ 라 하면 $\overline{AE}=3a$이므로



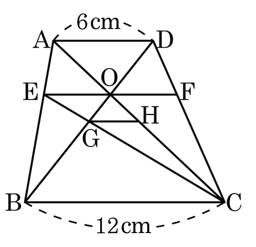
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 3a\times 3a=\frac{9}{2}a^2=72$

$\therefore a^2=16$

$\square EBCD=\frac{1}{2}\times(\overline{BC}+\overline{ED})\times\overline{CD}=\frac{1}{2}(4a+a)\times 3a=\frac{15}{2}a^2$

$=\frac{15}{2}\times 16=120(cm^2)$

26. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 12\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{EF}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{GH}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{AD}}$ 이다. $\triangle\mathrm{AOD} = 9\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $72\,\mathrm{cm}^2$ ② $81\,\mathrm{cm}^2$ ③ $90\,\mathrm{cm}^2$

④ $99\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $108\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{BC}} = 6 : 12 = 1 : 2$

$\triangle\mathrm{AOD} : \triangle\mathrm{OBC} = 1 : 4 = 9 : \triangle\mathrm{OBC}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{OBC} = 36\,\mathrm{cm}^2$

$\triangle\mathrm{OBC}$ 의 높이를 h 라고 하면

$36 = \frac{1}{2} \times 12 \times h \qquad \therefore\ 6\ (\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{OAD}$ 의 높이를 h 라고 하면

$9 = \frac{1}{2} \times 6 \times h' \qquad \therefore\ h' = 3\ (\mathrm{cm})$

사다리꼴 ABCD 의 높이는 $h + h' = 9\ (\mathrm{cm})$ 이므로

따라서 구하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times (6 + 12) \times 9 = 81\ (\mathrm{cm}^2)$