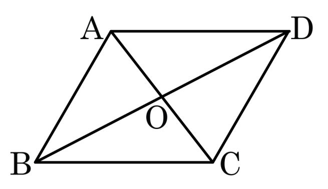
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?



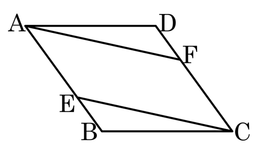
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

2. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



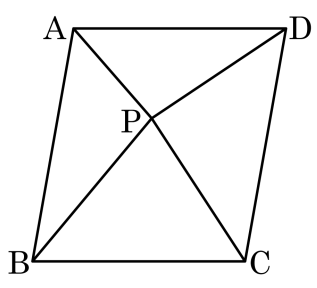
▶ 답:

▷ 정답: 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

3. 다음 그림과 같이 넓이가 $36\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP}$ 의 넓이는?



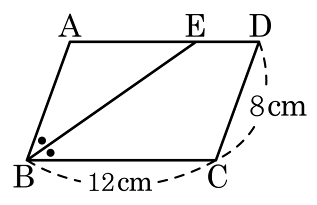
① $17\mathrm{cm}^2$　② $18\mathrm{cm}^2$　③ $20\mathrm{cm}^2$
④ $23\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\mathrm{cm}^2$

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP}$ 이다

$\therefore\ 36 \times \frac{1}{2} = \triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP} = 18(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

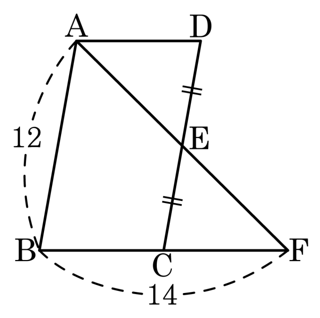


① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(\text{cm})$
$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

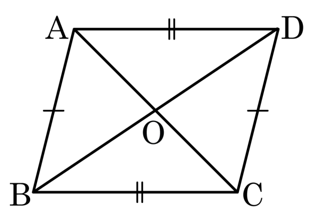


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle FCE(SAS)$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{FC}$
$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$
따라서 $\overline{BC} = \overline{FC} = \overline{AD}$
$2 \times \overline{BC} = 14$ 에서 $\overline{BC} = 7$ 이므로
$\overline{AD} = 7$ 이다.

6. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

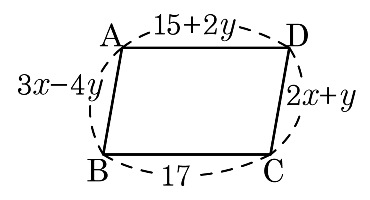


[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$ ⋯ ㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$이므로
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$　② ㄴ : $\overline{BC}$　③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS　⑤ ㅁ : ∠CAD

해설
△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

7. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

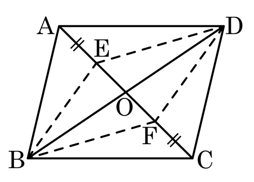


① $x=4,\ y=1$　② $x=3,\ y=1$　③ $x=4,\ y=1$
④ $x=5,\ y=1$　⑤ $x=5,\ y=2$

해설

$15+2y=17,\ 2y=2$
$\therefore y=1$
$3x-4=2x+1$
$\therefore x=5$

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, □BEDF 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

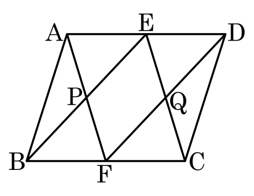
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 $80cm^2$ 일 때, □EPFQ 의 넓이는?



① $18cm^2$　② $20cm^2$　③ $40cm^2$

④ $50cm^2$　⑤ $60cm^2$

해설

$\overline{EF}$ 를 그으면 $\overline{AE} // \overline{BF}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 이므로 □ABFE 는 평행사변형이다.

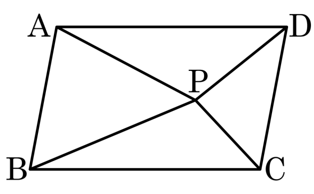
$\triangle PFE = \frac{1}{4}$□ABFE

마찬가지로 $\triangle EFQ = \frac{1}{4}$□EFCD

□EPFQ 의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$\therefore\ 80 \times \frac{1}{4} = 20\ (cm^2)$

10. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때, □ABCD 의 넓이는 60cm^2 이고, △ABP 의 넓이는 △CDP 의 넓이의 2 배일 때, △CDP 의 넓이를 구하면 ?



① 5cm^2　② 10cm^2　③ 15cm^2
④ 20cm^2　⑤ 25cm^2

해설

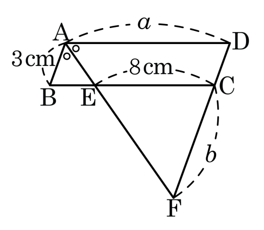
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이므로

$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이다.

$\triangle ABP = 2\triangle CDP$ 이므로 $3\triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle CDP = \frac{1}{6}\square ABCD = 10(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



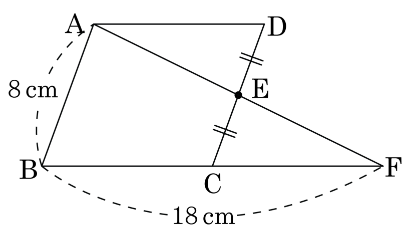
① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle \mathrm{DAF} = \angle \mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)
$\angle \mathrm{BAE} = \angle \mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)
$\triangle \mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}},\ b = 8\mathrm{cm}$
$\triangle \mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square \mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$의 중점을 E라 하고, $\overline{AE}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 F라 하자. 이 때 $\overline{AD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

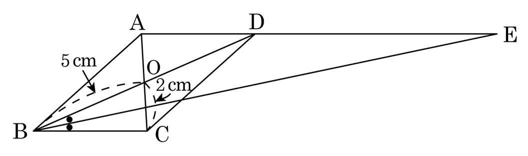
해설

$\triangle ADE$와 $\triangle FCE$에서
$\overline{ED} = \overline{EC}$
$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)
$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$이고, 평행사변형이므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$
따라서 $\overline{CF} = \overline{AD} = \overline{BC}$

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 2\overline{AD}$이므로
$2\overline{AD} = 18$
$\therefore\ \overline{AD} = 9(\text{cm})$

13. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DBC$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$ 의 연장선의 교점을 E 라 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이와 $\overline{OA}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

평행사변형의 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
$\overline{OA} = \overline{OC} = 2(\text{cm})$
또한, $\overline{OD} = \overline{OB} = 5(\text{cm})$
$\overline{AE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBC = \angle BED$(엇각)
$\angle EBC = \angle EBD$ 이므로 $\angle EBD = \angle BED$
$\triangle DBE$가 이등변삼각형이므로
$\overline{DE} = \overline{DB} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

따라서 $\overline{DE}$ 의 길이와 $\overline{OA}$ 의 길이의 합은
$2 + 10 = 12(\text{cm})$ 이다.

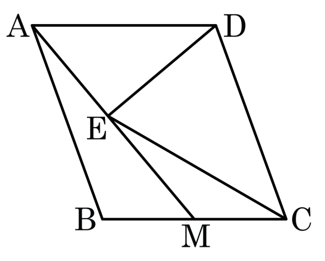
14. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$
② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$
③ $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$
④ $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$
⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

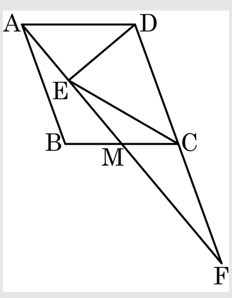
15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점이고, 점 D 에서 선분 AM 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\angle MAB = 20°$, $\angle B = 110°$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___°

▷ 정답 : 30°

해설

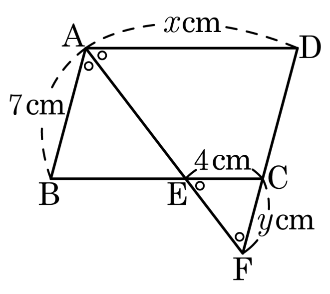


위 그림과 같이 선분 DC 와 AM 의 연장선의 교점을 F 라 하면 $\triangle DEF$ 는 직각삼각형이다.
또, $\triangle FCM \equiv \triangle AMB$ (ASA 합동) 이므로
$\therefore\ \overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$
따라서 점 C 는 직각삼각형 DEF 의 빗변의 중점이므로 삼각형 DEF 의 외심이고 $\overline{CD} = \overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

$$\begin{aligned}\angle ECD &= \angle CEF + \angle CFM \\ &= 2\angle CFM \\ &= 2\angle MAB \\ &= 40°\end{aligned}$$

$\angle DCM = 180° - \angle B = 180° - 110° = 70°$
$\therefore\ \angle ECM = \angle DCM - \angle ECD = 70° - 40° = 30°$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}=7\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{EC}}=4\mathrm{cm}$ 이고 $\overline{\mathrm{AF}}$ 는 $\angle\mathrm{A}$ 의 이등분선이라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

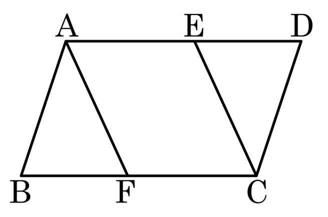
$\angle\mathrm{DAE}=\angle\mathrm{AEB}$(엇각) 이므로 $\triangle\mathrm{ABE}$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{BE}}=7$, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $x=7+4=11(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이므로 $y=4\,\mathrm{cm}$

따라서 $x+y=11+4=15(\mathrm{cm})$

17. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD , 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, ㅁAFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 가정으로 옳은 것은?

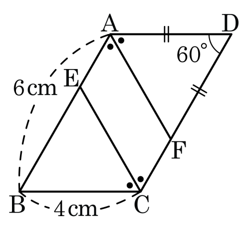


[가정] $\boxed{}$
[결론] ㅁAFCE 는 평행사변형
[증명] ㅁABCD 에서
$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$
즉, $\overline{AE}=\overline{FC}\cdots$㉠
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로
$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여 ㅁAFCE 는 평행사변형이다.

① ㅁABCD는 평행사변형, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
② ㅁABCD는 평행사변형, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{BC}$
③ ㅁABCD는 평행사변형, $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{BC}$
④ ㅁABCD는 평행사변형, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
⑤ ㅁABCD는 평행사변형, $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$

해설
가정 : ㅁABCD는 평행사변형, $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$
결론 : ㅁAFCE는 평행사변형이다.

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,cm$, $\overline{BC} = 4\,cm$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로

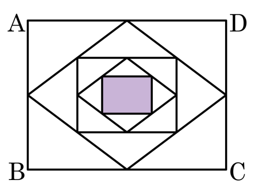
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\,(cm)$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\,(cm)$ 이다.

19. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

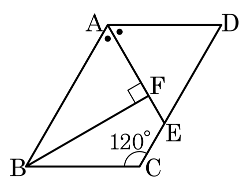
각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$

$\therefore \ x = 160$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 E , 꼭짓점 B 에서 $\overline{AE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하자. $\angle C = 120°$ 일 때, $\angle FBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\angle BAD = \angle C = 120°$ 이므로, $\angle BAF = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$

$\triangle ABF$ 에서 $\angle ABF = 180° - (90° + 60°) = 30°$ 이고

$\angle ABC + \angle C = 180°$ 에서 $\angle ABC = 60°$ 이므로 $\angle FBC = 60° - 30° = 30°$