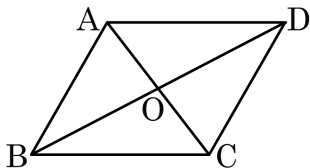


1. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?



[가정] $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$$\overline{AD} = \overline{BC} \dots \textcircled{㉠}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle OAD = \angle OCB \dots \textcircled{㉡}$$

$$\angle ODA = \angle OBC \dots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 에 의해서 $\triangle OAD = \triangle OCB$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

① 맞꼭지각

② 직각

③ 동위각

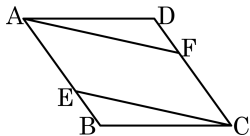
④ 엇각

⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

2. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, $\square AECF$ 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



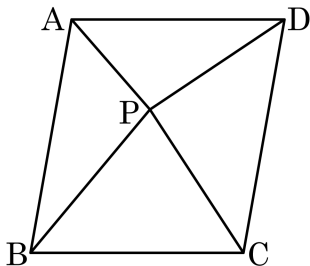
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

3. 다음 그림과 같이 넓이가 36cm^2 인 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle ADP + \triangle BCP$ 의 넓이는?



① 17cm^2

② 18cm^2

③ 20cm^2

④ 23cm^2

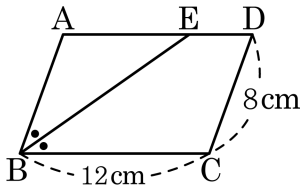
⑤ 30cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle ADP + \triangle BCP$ 이다

$$\therefore 36 \times \frac{1}{2} = \triangle ADP + \triangle BCP = 18(\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = 12\text{ cm}$, $\overline{CD} = 8\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 2 cm

② 3 cm

③ 4 cm

④ 5 cm

⑤ 6 cm

해설

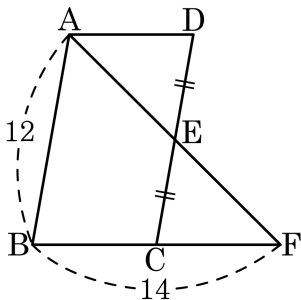
$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(\text{cm})$$

$$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (SAS) 이므로 $\overline{AD} = \overline{FC}$

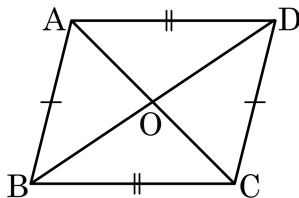
$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$

따라서 $\overline{BC} = \overline{FC} = \overline{AD}$

$2 \times \overline{BC} = 14$ 에서 $\overline{BC} = 7$ 이므로

$\overline{AD} = 7$ 이다.

6. 다음은 ‘두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. $\neg \sim \square$ 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$

[결론] $\boxed{\neg} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ... ㉠

$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ... ㉡

$\boxed{\text{ㄷ}}$ 는 공통 ... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)

$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로

$\boxed{\neg} \parallel \overline{DC}$... ㉣

$\angle ACB = \boxed{\text{ㄱ}}$ 이므로

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$... ㉤

㉣, ㉤에 의해서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

① $\neg : \overline{AB}$

② $\text{ㄴ} : \overline{BC}$

③ $\text{ㄷ} : \overline{AC}$

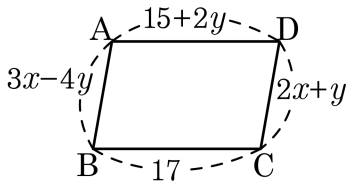
④ $\text{ㄹ} : \text{SAS}$

⑤ $\text{ㄱ} : \angle CAD$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SSS 합동)

7. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값은?



① $x = 4, y = 1$

② $x = 3, y = 1$

③ $x = 4, y = 1$

④ $x = 5, y = 1$

⑤ $x = 5, y = 2$

해설

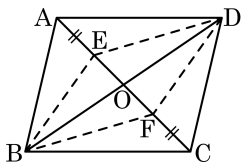
$$15 + 2y = 17, 2y = 2$$

$$\therefore y = 1$$

$$3x - 4 = 2x + 1$$

$$\therefore x = 5$$

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F를 잡으면, $\square BEDF$ 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)

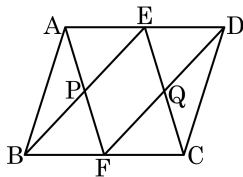


- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
 $\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F
 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\square ABCD$ 의
 넓이가 80cm^2 일 때, $\square EPFQ$ 의 넓이는?



- ① 18cm^2 ② 20cm^2 ③ 40cm^2
 ④ 50cm^2 ⑤ 60cm^2

해설

$\overline{EF}$ 를 그으면 $\overline{AE} \parallel \overline{BF}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 이므로 $\square ABFE$ 는 평행사
 변형이다.

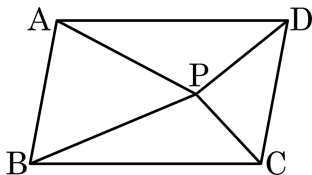
$$\triangle PFE = \frac{1}{4} \square ABFE$$

$$\text{마찬가지로 } \triangle EFQ = \frac{1}{4} \square EFCD$$

$\square EPFQ$ 의 넓이는 $\square ABCD$ 의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$$\therefore 80 \times \frac{1}{4} = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

10. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\square ABCD$ 의 넓이는 60cm^2 이고, $\triangle ABP$ 의 넓이는 $\triangle CDP$ 의 넓이의 2배일 때, $\triangle CDP$ 의 넓이를 구하면 ?



① 5cm^2

② 10cm^2

③ 15cm^2

④ 20cm^2

⑤ 25cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이므로

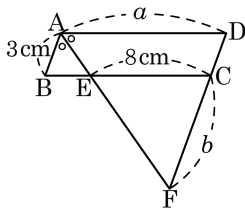
$$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD \text{ 이다.}$$

$$\triangle ABP = 2\triangle CDP \text{ 이므로 } 3\triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$$

$$\therefore \triangle CDP = \frac{1}{6}\square ABCD = 10(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a + b$ 의 값은?

- ① 19cm ② 20cm ③ 21cm
④ 22cm ⑤ 23cm



해설

$$\angle DAF = \angle CEF \quad (\because \text{동위각})$$

$$\angle BAE = \angle CFE \quad (\because \text{엇각})$$

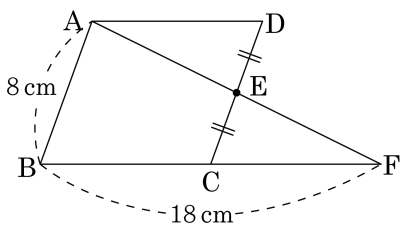
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$

$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이
므로

$$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$$

$$\therefore a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E라 하고, $\overline{AE}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 F라 하자. 이 때 $\overline{AD}$ 의 길이를 구 하여라.



▶ 답 :

cm

▷ 정답 : 9cm

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$$\overline{ED} = \overline{EC}$$

$$\angle ADE = \angle FCE(\text{엇각})$$

$$\angle AED = \angle FEC(\text{맞꼭지각})$$

$$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE \text{ (ASA 합동)}$$

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, 평행사변형이므로

$$\overline{AD} = \overline{BC}$$

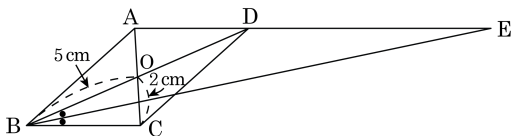
$$\text{따라서 } \overline{CF} = \overline{AD} = \overline{BC}$$

$$\text{즉, } \overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 2\overline{AD} \text{ 이므로}$$

$$2\overline{AD} = 18$$

$$\therefore \overline{AD} = 9(\text{cm})$$

13. 다음과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle DBC$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$ 의 연장선의 교점을 E라 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이와 $\overline{OA}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

평행사변형의 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} = 2(\text{cm})$$

$$\text{또한, } \overline{OD} = \overline{OB} = 5(\text{cm})$$

$\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBC = \angle BED$ (엇각)

$\angle EBC = \angle EBD$ 이므로 $\angle EBD = \angle BED$

$\triangle DBE$ 가 이등변삼각형이므로

$$\overline{DE} = \overline{DB} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$$

따라서 $\overline{DE}$ 의 길이와 $\overline{OA}$ 의 길이의 합은

$$2 + 10 = 12(\text{cm}) \text{이다.}$$

14. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110^\circ, \angle B = 70^\circ, \angle C = 110^\circ$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\text{ cm}, \overline{CD} = \overline{DA} = 6\text{ cm}$

③ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AB} = 6\text{ cm}, \overline{CD} = 5\text{ cm}$

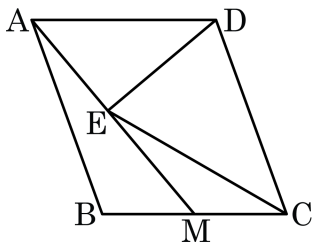
④ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AB} = 4\text{ cm}, \overline{BC} = 4\text{ cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\text{ cm}, \overline{OB} = 5\text{ cm}, \overline{OC} = 3\text{ cm}, \overline{OD} = 3\text{ cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

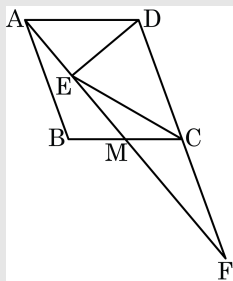
15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점이고, 점 D 에서 선분 AM 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\angle MAB = 20^\circ$, $\angle B = 110^\circ$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 30°

해설



위 그림과 같이 선분 DC 와 AM 의 연장선의 교점을 F 라 하면 $\triangle DEF$ 는 직각삼각형이다.

또, $\triangle FCM \equiv \triangle AMB$ (ASA 합동) 이므로

$$\therefore \overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$$

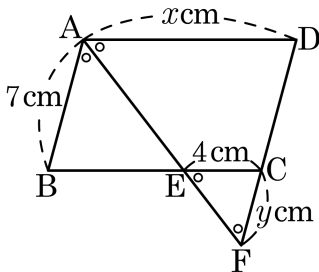
따라서 점 C 는 직각삼각형 DEF 의 빗변의 중점이므로 삼각형 DEF 의 외심이고 $\overline{CD} = \overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

$$\begin{aligned} \angle ECD &= \angle CEF + \angle CFM \\ &= 2\angle CFM \\ &= 2\angle MAB \\ &= 40^\circ \end{aligned}$$

$$\angle DCM = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle ECM = \angle DCM - \angle ECD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 이고 $\overline{AF}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이라고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15cm

해설

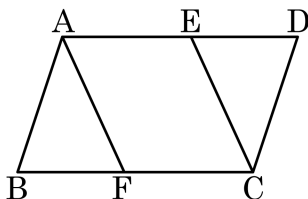
$\angle DAE = \angle AEB$ (엇각) 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BE} = 7, \overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $x = 7 + 4 = 11(\text{cm})$

$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로 $y = 4\text{cm}$

따라서 $x + y = 11 + 4 = 15(\text{cm})$

17. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정]

[결론] □AFCE는 평행사변형

[증명] □ABCD에서

$$\overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \overline{FC}$$

즉, $\overline{AE} = \overline{FC} \dots \textcircled{\gamma}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\overline{AE} \parallel \overline{FC} \dots \textcircled{\Delta}$

$\textcircled{\gamma}, \textcircled{\Delta}$ 에 의하여 □AFCE는 평행사변형이다.

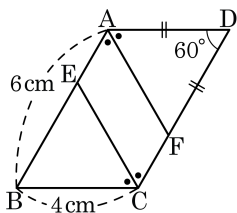
- ① □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- ② □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} \parallel \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{BC}$
- ③ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} = \overline{BC}, \overline{AB} \parallel \overline{BC}$
- ④ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AD} = \overline{BC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- ⑤ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}, \overline{BF} = \overline{FC}$

해설

가정 : □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}, \overline{BF} = \overline{FC}$

결론 : □AFCE는 평행사변형이다.

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\text{ cm}$, $\overline{BC} = 4\text{ cm}$, $\angle ADC = 60^\circ$ 일 때, $\square AECF$ 의 둘레의 길이는?



- ① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF, \triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle FAD = 60^\circ$ 이므로, $\angle AFD = 60^\circ$ 이므로

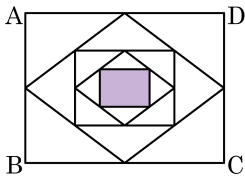
$\triangle ADF, \triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2$ (cm) 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12$ (cm) 이다.

19. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$

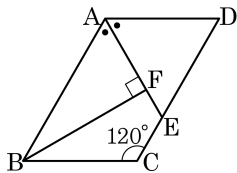
이므로

□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$$

$$\therefore x = 160$$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 E, 꼭짓점 B 에서 $\overline{AE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하자. $\angle C = 120^\circ$ 일 때, $\angle FBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 30°

해설

$$\angle BAD = \angle C = 120^\circ \text{ 이므로, } \angle BAF = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$\triangle ABF$ 에서 $\angle ABF = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ 이고

$$\angle ABC + \angle C = 180^\circ \text{ 에서 } \angle ABC = 60^\circ \text{ 이므로 } \angle FBC = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$