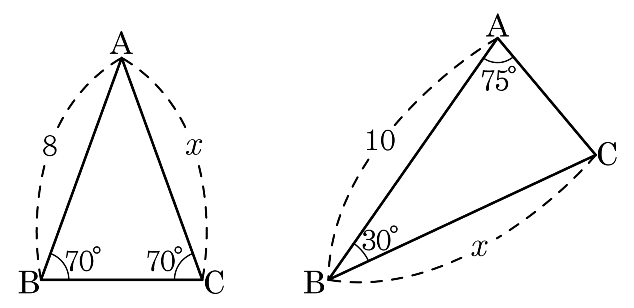
1. 다음 두 그림에서 x의 길이의 합은?

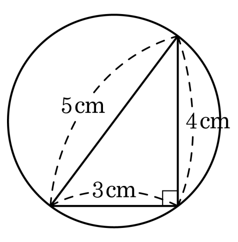


① 14 ② 15 ③ 16 ④ 18 ⑤ 19

해설

왼쪽의 $\triangle ABC$에서
$\angle ABC = \angle ACB$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \ x = 8$
또, 오른쪽의 $\triangle ABC$에서
$\angle BCA = 180° - (30° + 75°) = 75°$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \ x = 10$
$\therefore$ (x의 길이의 합)$= 8 + 10 = 18$

2. 다음 그림과 같이 직각삼각형 모양에 원 모양의 테두리를 두르려고 한다. 테두리를 둘렀을 때, 원의 넓이를 구하여라.



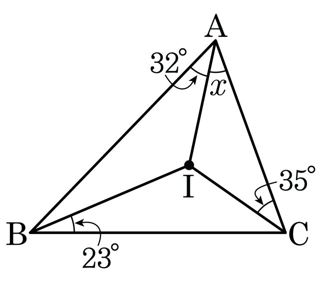
▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 6.25π cm^2

해설

직각삼각형이므로 빗변의 중심에 외심이 있다. 그러므로 원의 반지름은 $2.5\,\text{cm}$ 이다.
따라서 원의 넓이는 $\pi(2.5\,\text{cm})^2 = 6.25\pi(\,\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = (\quad\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



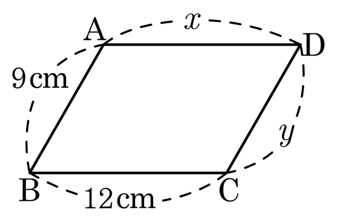
▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다. 따라서 $\angle BAI = \angle CAI = 32°$이다.

4. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형일 때, x, y 의 값은?

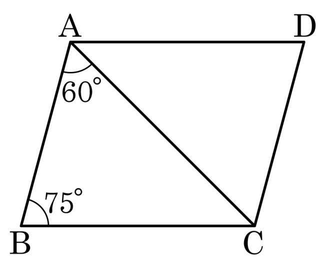


① $x = 9\,\text{cm}, y = 9\,\text{cm}$
② $x = 12\,\text{cm}, y = 9\,\text{cm}$
③ $x = 12\,\text{cm}, y = 12\,\text{cm}$
④ $x = 9\,\text{cm}, y = 12\,\text{cm}$
⑤ $x = 9\,\text{cm}, y = 11\,\text{cm}$

해설

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

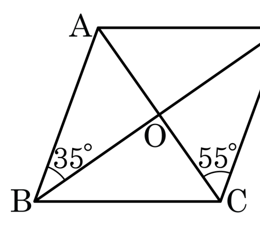
5. □ABCD 는 평행사변형이다. 다음 그림과 같이 $\angle CAB = 60°$, $\angle ABC = 75°$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\angle CAD$, $\overline{AD}$ 는?



① 35°, 6 cm ② 40°, 7 cm ③ 45°, 6 cm
④ 55°, 6 cm ⑤ 55°, 7 cm

해설
$\angle CAD = 180° - (75° + 60°) = 45°$,
$\overline{AD} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADO$ 의 크기는?

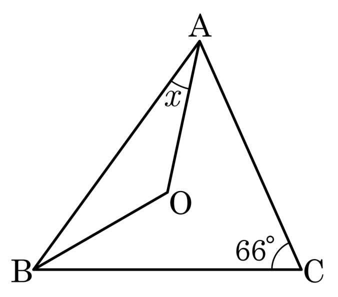


① $25°$　② $32°$　③ $35°$　④ $40°$　⑤ $45°$

해설

$\angle ABD = \angle BDC = 35°$,$\angle DOC = 90°$ 이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
따라서 $\angle ADO = 35°$

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ACB = 66°$일 때 $\angle BAO$의 크기는?

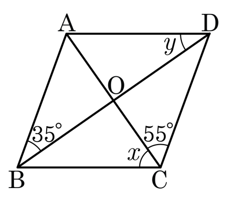


① $16°$ ② $20°$ ③ $24°$ ④ $30°$ ⑤ $33°$

해설

$\angle AOB = 66° \times 2 = 132°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle ABO$에서 $2x + 132° = 180°$
$\therefore\ x = 24°$

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{ABD} = 35°$, $\angle \mathrm{ACD} = 55°$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



① 20°　　② 25°　　③ 30°

④ 35°　　⑤ 40°

해설

$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OCD} = 55°$

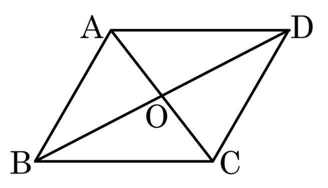
$\triangle \mathrm{ABO}$ 에서 $\angle \mathrm{AOB} = 180° - (35° + 55°) = 90°$

평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 $\square \mathrm{ABCD}$ 는 마름모가 된다.

$\angle x = 55°, \angle y = 35°$

$\therefore \angle x - \angle y = 20°$

9. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



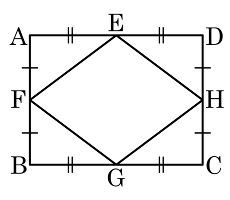
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① $\angle ODA$　② $\angle OAB$　③ $\angle CDO$
④ $\angle OBC$　⑤ $\angle BCO$

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동)이다.

10. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. □EFGH 의 성질로 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① 한 내각의 크기가 90° 이다.

② 두 대각선의 길이가 같다.

③ 두 대각선이 서로 이등분한다.

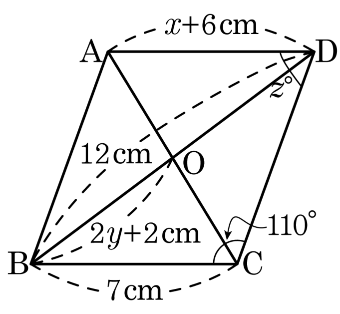
④ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다. 마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 대각선이 서로 직교한다.

11. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{BD} = 12\text{cm}$, $\angle BCD = 110°$ 일 때, $z - x - y$ 의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $x + 6 = 7$

$\therefore x = 1(\text{cm})$

평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, 즉 $2y + 2 = 6$

$\therefore y = 2(\text{cm})$

$\angle C + \angle D = 180°$, 즉 $110° + z = 180°$ 이므로 $z = 70°$

$\therefore z - x - y = 67$

12. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형인 것은?

① $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\overline{CD} = 5cm$

② $\angle A = 100°, \angle B = 80°, \ \angle C = 8°$

③ $\overline{OA} = 4cm$, $\overline{OB} = 6cm$, $\overline{OC} = 6cm$, $\overline{OD} = 4cm$ (단, 점O는 두 대각선의 교점)

④ $\overline{AB} \perp \overline{AD}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$

⑤ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{DC} = 3cm$

해설

평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 변의 길이가 같다.
즉 , $\overline{AB} // \overline{DC}, \ \overline{AB} = \overline{DC}$

13. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

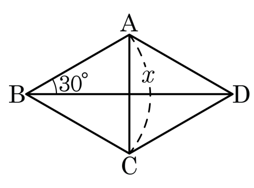
④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 '네 내각의 크기가 같다.'이다.

14. 마름모 ABCD 의 둘레가 16cm 일 때, x 의 길이를 구하여라.



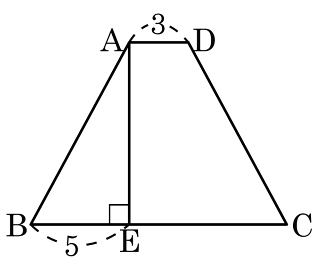
▶ 답： cm

▷ 정답： 4 cm

해설

마름모의 대각선은 내각을 이등분하므로 $\angle ABC = 60°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 한 변의 길이가 $16 \div 4 = 4(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 $x = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

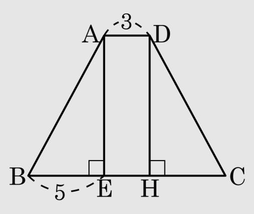


▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

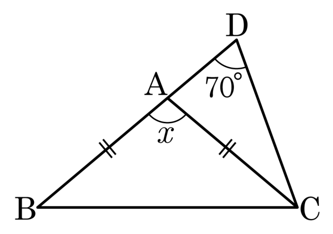
점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABE \equiv \triangle DCH$ 는 RHA 합동이고, $\overline{BE} = \overline{CH}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = 5 + 3 + 5 = 13$

16. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고 $\angle D = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

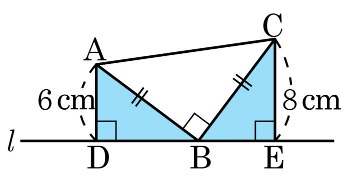


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

$\angle DCB = 70°, \angle B = 40°, \angle x = 100°$

17. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 8\text{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



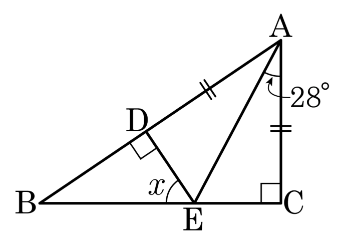
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 48 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고,
$\angle ABD = \angle BCE$ ($\because$ $\angle ABD + 90° + \angle CBE = 180°$, $\angle BCE + \angle CBE + 90° = 180°$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
$\overline{AD} = \overline{BE}$, $\overline{DB} = \overline{CE}$
삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2배를 하면 된다.
$2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) = 48(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle EAC = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

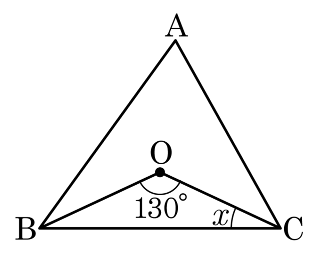


① 54° ② 56° ③ 58° ④ 60° ⑤ 62°

해설

$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동)
$\angle AED = \angle AEC = 62°$
$\therefore \angle x = 180° - (62° + 62°) = 56°$

19. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

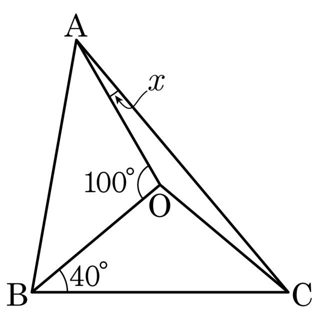


▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 25°

해설
$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{OBC}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle\mathrm{OBC} = \angle\mathrm{OCB}$ 이므로 $x = 25°$ 이다.

20. 다음 $\triangle$ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

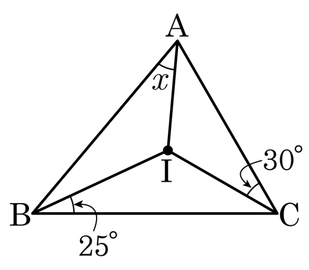


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle$AOB 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore \angle x = 10°$.

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
$\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



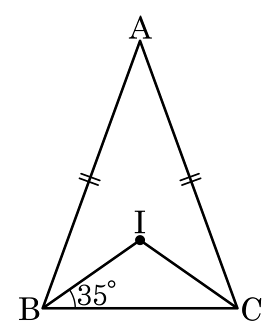
▶ **답:** ______ °

▷ **정답:** 35 °

해설

$25° + 30° + \angle x = 90°$
$55° + \angle x = 90°$
$\therefore\ \angle x = 35°$

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



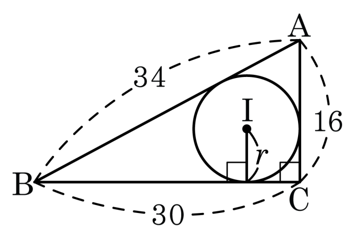
① 108° ② 109° ③ 110° ④ 111° ⑤ 112°

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35°$이고, $\angle ABC = 70°$이다.
$\triangle ABC$가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70°$이다.
$\angle A = 180° - 70° - 70° = 40°$이다.
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이므로

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 40° = 110°$

23. 다음 그림에서 점 I는 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름 길이 r 의 값은?



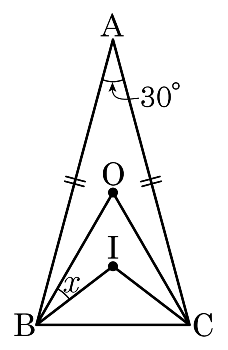
① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

(△ABC 의 넓이) $= 30 \times 16 \times \frac{1}{2} = 240$

$240 = \frac{1}{2} \times r \times 80$ 이므로 따라서 $r = 6$ 이다.

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

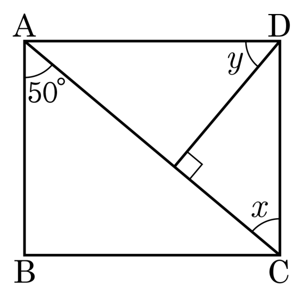


① 15　② 22.5　③ 25　④ 27.5　⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,
$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30°$ 이므로
$\angle ABC = 75°$, $\angle BOC = 60°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,
$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

25. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.(단, □ABCD 는 직사각형)

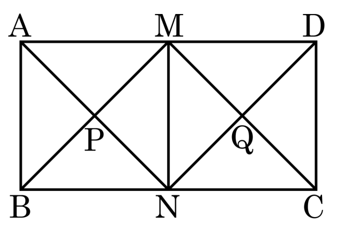


① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

$\angle x = 50^\circ$ ($\because$ 엇각)
$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$ 따라서 $\angle x + \angle y = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$ 이다.

26. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$ 이고 점 M , N 은 각각 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다. 이 때, □MPNQ 는 어떤 사각형인지 말하여라.



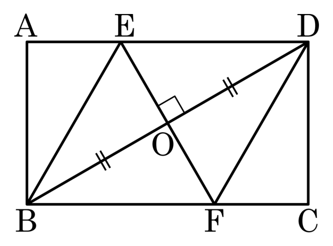
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABNM 과 □MNCD 는 정사각형이다. □MPNQ 는 정사각형의 대각선의 절반을 한 변으로 함으로, □MPNQ 는 네 변의 길이가 같고, 내각이 90° 이다. 따라서 □MPNQ 는 정사각형이다.

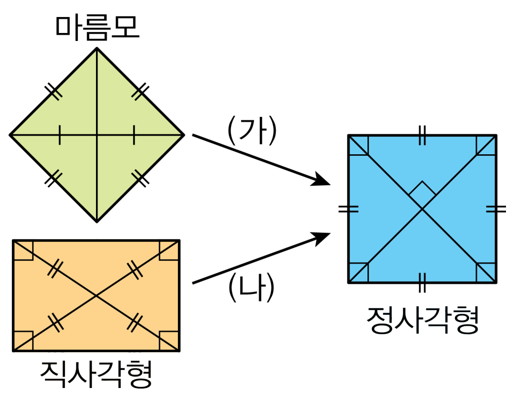
27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 대각선 BD의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 직사각형　② 등변사다리꼴　③ 마름모
④ 정사각형　⑤ 평행사변형

해설
마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD는 마름모이다.

28. 다음 보기 중에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 조건으로 옳은 것은?



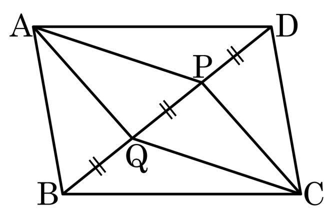
보기

㉠ 이웃한 두 변의 길이가 같다.
㉡ 두 대각선이 서로 수직이다.
㉢ 한 쌍의 대변이 평행하다.
㉣ 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.
㉥ 한 내각의 크기가 90° 이다.

① ㈎ : ㉡, ㉥ ㈏ : ㉡, ㉣
② ㈎ : ㉢, ㉥ ㈏ : ㉢, ㉣
③ ㈎ : ㉡, ㉤ ㈏ : ㉠, ㉢
④ ㈎ : ㉤, ㉥ ㈏ : ㉠, ㉡
⑤ ㈎ : ㉠, ㉡ ㈏ : ㉡, ㉣, ㉤

해설
마름모에서 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고, 한 내각의 크기가 90°이면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 수직 이등분하고, 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 된다.

29. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 DB 를 삼등분하는 점을 각각 P, Q 라고 하자. $\square\mathrm{ABCD} = 900\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square\mathrm{APCQ}$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

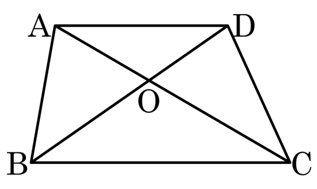
$\triangle\mathrm{APQ} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$

$\triangle\mathrm{CPQ} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{CDB} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$

$\square\mathrm{APCQ} = \triangle\mathrm{APQ} + \triangle\mathrm{CPQ} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD} + \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{3}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore \square\mathrm{APCQ} = 300(\mathrm{cm}^2)$

30. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle DCO = 18$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.
(단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설
$\triangle ABO = \triangle DCO = 18$
또, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 27$
따라서 $\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle BOC = 18 + 27 = 45$