1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1,\ 3)$, $(k,\ 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단,$k < 0$)

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1,\ 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.
따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k,\ 12)$ 를 지나므로
$12 = 3 \times k^2$, $k^2 = 4$
따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

2. 이차함수 $y = ax^2 + 3$ 의 그래프는 이차함수 $y = 2(x+b)^2 - c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

이차함수 $y = 2(x+b)^2 - c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x+b+2)^2 - c + 3$ 이다.

$ax^2 + 3 = 2(x+b+2)^2 - c + 3$ 이므로 $a = 2$, $b + 2 = 0$, $-c + 3 = 3$ 이다.

따라서 $a = 2,\ b = -2,\ c = 0$ 이므로 $a + b + c = 2 - 2 + 0 = 0$

3. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+a$ 의 그래프가 점 $(3,\ 4)$ 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(0,\ 0)$　　② $(3,\ 0)$　　③ $(0,\ 3)$

④ $(0,\ 4)$　　⑤ $(0,\ 7)$

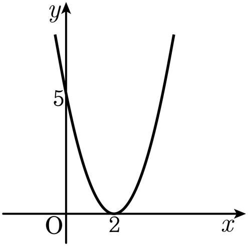
해설

$y=-\frac{1}{3}x^2+a$ 의 그래프가 점 $(3,\ 4)$ 를 지나므로

$4=-\frac{1}{3}\times 3^2+a$, $a=7$

$y=-\frac{1}{3}x^2+7$, 꼭짓점은 $(0,\ 7)$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$ 이고, y 절편이 5 인 포물선의 식을 $y=a(x-p)^2$ 이라 할 때, ap 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$ 이므로

$y=a(x-2)^2$ 이고, y 절편이 5 이므로

$5=a(0-2)^2$, $a=\frac{5}{4}$

$y=\frac{5}{4}(x-2)^2$

$a=\frac{5}{4},\ p=2$

$\therefore ap=\frac{5}{2}$

5. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다고 한다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프는 $y = 5x^2 + q$ 이고,
점 $(1,\ 2)$ 를 지나므로 대입하면 $2 = 5 \times 1^2 + q$
$\therefore\ q = -3$

6. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2,\ a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동했으므로

$y = 2(x-3)^2$

점 $(2,\ a)$를 지나므로 $a = 2(2-3)^2$

$\therefore\ a = 2$

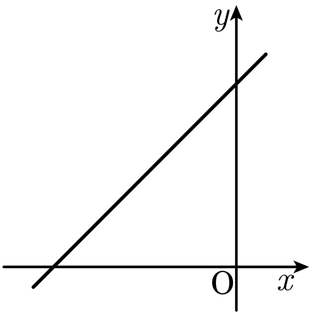
7. 이차함수 $y=(-x-4)^2-5$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수의 식이 $y=a(x+p)^2+q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하면?

① 20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ -20

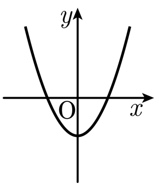
해설

$y=(-x-4)^2-5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면
$-y=(-x-4)^2-5$,
$y=-(-x-4)^2+5=-(x+4)^2+5$ 이므로
$a=-1, p=4, q=5$
$\therefore apq=-20$

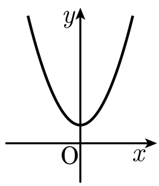
8. 다음 그림은 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 모양은?



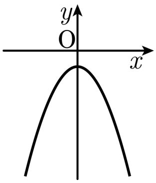
①



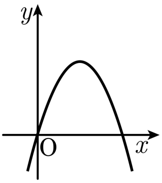
②



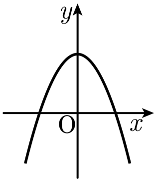
③



④



⑤



해설

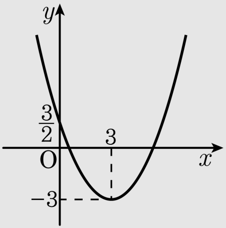
일차함수 $y = ax+b$ 의 기울기는 양수이고, y 절편도 양수이므로 $a > 0,\ b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 y 절편이 양수인 그래프이다.

9. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 몇 사분면인지 구하여라.

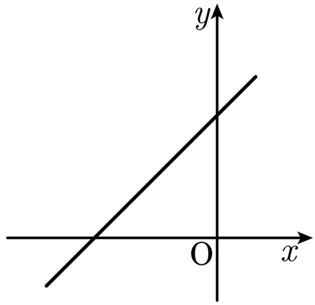
▶ 답 : ________ 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

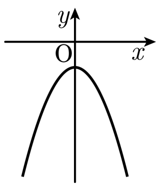
해설



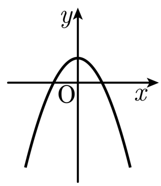
10. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



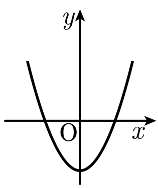
①



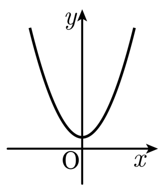
②



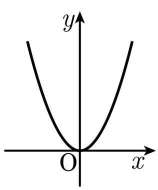
③



④



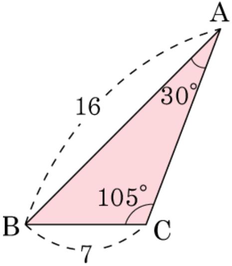
⑤



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x축의 위쪽에 있다.

11. 다음 삼각형의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a \div b$ 의 값은?



① 10 ② 14 ③ 20

④ 26 ⑤ 30

해설

$\triangle$ABC 의 넓이를 S 라 하면,

$$S = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{BC}} \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 7 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 28\sqrt{2}$$

$\therefore a = 28, \quad b = 2$

$\therefore a \div b = \frac{28}{2} = 14$

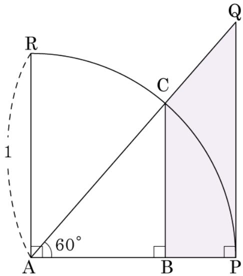
12. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ 이다.
꼭짓점 $(2,\ -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.
$\therefore a = -2$

13. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 90° 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$ ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC}=1, \angle A=60°$ 이므로 $\overline{AB}=\cos 60°=\dfrac{1}{2}$,

$\overline{BC}=\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$APQ 에서 $\overline{AP}=1, \angle A=60°$ 이므로 $\overline{AQ}=\dfrac{1}{\cos 60°}=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}=2$

, $\overline{PQ}=\tan 60°=\sqrt{3}$

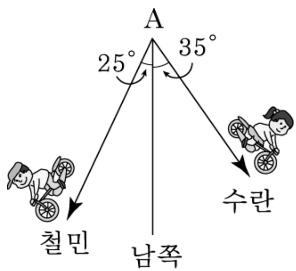
(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle$APQ 의 넓이-$\triangle$ABC 의 넓이

$\triangle$APQ 의 넓이$=\dfrac{1}{2}\times(1\times\sqrt{3})=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$ABC 의 넓이$=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{8}=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

14. A 지점에서부터 철민이와 수란이가 동시에 자전거를 타고 각자의 집으로 가고 있다. 철민이는 시속 10 km 로 남서쪽 25 ° 방향으로 가고 수란이는 시속 8 km 로 남동쪽 35 ° 방향으로 간다면 A 지점에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 철민이와 수란이 사이의 거리를 구하여라.



▶ **답 :** ______ km

▷ **정답 :** $3\sqrt{21}$ km

해설

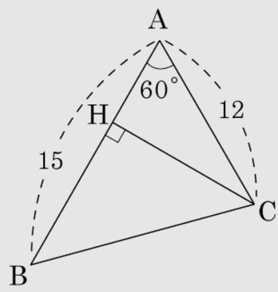
1.5 시간 동안 철민이가 간 거리 :

$10 \times 1.5 = 15$ (km)

1.5 시간 동안 수란이가 간 거리 :

$8 \times 1.5 = 12$ (km)

철민이와 수란이가 있는 지점을 각각 B, C 라고 하면



$\overline{AH} = 12\cos 60° = 6$ (km)

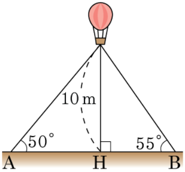
$\therefore\ \overline{HB} = 15 - 6 = 9$ (km)

$\overline{CH} = 12\sin 60° = 6\sqrt{3}$ (km)

$$\therefore\ \overline{BC} = \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{CH}^2}$$

$$= \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{21}\ (\text{km})$$

15. 다음 그림과 같이 지면으로부터 10m 높이에 있는 기구를 두 지점 A, B 에서 올려다 본 각도가 각각 50°, 55° 일 때, 다음 삼각비 표를 이용하여 두 지점 A, B 사이의 거리는?



각도	sin	cos	tan
35	0.5736	0.8192	0.7002
40	0.6428	0.7660	0.8391

① 7.002m ② 8.192m ③ 14.088m

④ 15.393m ⑤ 15.852m

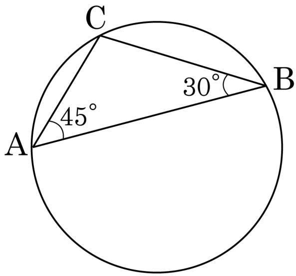
해설

$\overline{AH} = 10 \times \tan 40° = 8.391(\mathrm{m})$

$\overline{BH} = 10 \times \tan 35° = 7.002(\mathrm{m})$

따라서 $\overline{AH} + \overline{BH} = 8.192 + 7.002 = 15.393(\mathrm{m})$ 이다.

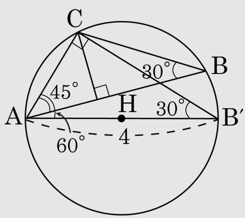
16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 인 원에 $\triangle ABC$ 가 내접하고 있다. $\angle A = 45°$, $\angle B = 30°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$　　② $\sqrt{6}$　　③ $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

④ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$　　⑤ $2(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

해설



$\overline{CA} = 4\cos 60° = 2$

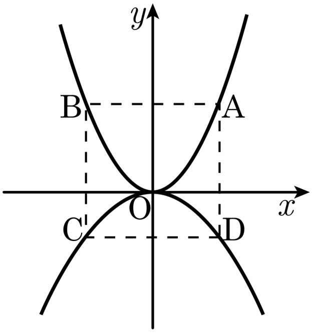
점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \overline{CA}\cos 45° = \sqrt{2}$ 이다.

$\therefore \overline{CH} = \overline{AH} = \sqrt{2}$

$\overline{BH} = \dfrac{\overline{CH}}{\tan 30°} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

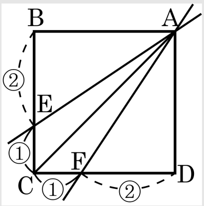
$\therefore \overline{AB} = \sqrt{2}+\sqrt{6}$

17. 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A점의 x좌표를 구하면

$2a = \frac{3}{2}a^2$, $a = \frac{4}{3}$

$\therefore \mathrm{A}\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$

정사각형의 넓이는 $(2a)^2 = \frac{64}{9}$이므로 넓이가 삼등분되면 각 넓이는

$\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27}$에서

$\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times ② \times \frac{1}{2}$

$② = \frac{16}{9}$

직선 AF의 기울기는 $\dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면 $\frac{2}{3}$

$\therefore$두 기울기의 곱은 $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

18. 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 36 가 되는 모든 k 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 = (x - 3k)^2 - 4$

$\therefore$ $A(3k,\ -4),\ B(0,\ 9k^2 - 4)$

$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 에서 $x = 3k - 2$ 또는 $3k + 2$

$\therefore$ $C(3k - 2,\ 0),\ D(3k + 2,\ 0)$

$k > 0$ 이므로 y 절편, 두 개의 x 절편 모두 0 보다 크다.

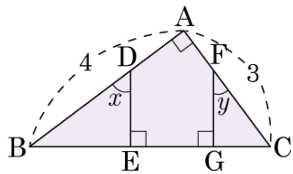
$$\begin{aligned}\therefore\ \square ABCD &= \triangle CAD + \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times (3k + 2 - 3k + 2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (9k^2 - 4)(3k + 2 - 3k + 2) \\ &= 36\end{aligned}$$

이 식을 정리하면 $8 + 2 \times (9k^2 - 4) = 36$

$k^2 = 2 \qquad \therefore\ k = \pm\sqrt{2}$

따라서 k 값의 곱은 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{DE}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{FG}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\sin x - \cos y$ 의 값은?



① -1　　② 3　　③ 0　　④ 2　　⑤ -2

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$

$\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{EBD}$에서

$\angle\mathrm{B}$는 공통, $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BED} = 90°$이므로

$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{EBD}$(AA 닮음)

따라서 $\angle x = \angle\mathrm{C}$이므로 $\sin x = \sin C = \dfrac{4}{5}$

$\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{GFC}$에서 $\angle\mathrm{C}$는 공통,

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{FGC} = 90°$이므로

$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{GFC}$(AA 닮음)

따라서 $\angle y = \angle\mathrm{B}$ 이므로 $\cos y = \cos\mathrm{B} = \dfrac{4}{5}$ 이다.

$\therefore \sin x - \cos y = \dfrac{4}{5} - \dfrac{4}{5} = 0$

20. 삼각형 ABC 가 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 직각이등변삼각형일 때, $\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{2}$

해설

직각이등변삼각형의 세 내각의 크기는 각각 $45°$, $45°$, $90°$ 이다.

$\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A = \sin A \cdot \cos A \cdot \dfrac{\sin A}{\cos A} = \sin^2 A$

따라서 $\sin A \cdot \cos A \cdot \tan A$ 의 값은

$\sin^2 45° = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \dfrac{1}{2}$ 이다.