

1. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이는 y
- ㉡ 양초의 길이가 24cm 이고 불을 붙이면 20 분에 8cm 씩 짧아질 때, 양초가 탄 시간을 x , 양초의 길이는 y
- ㉢ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이는 y
- ㉤ 밑변의 길이가 x , 높이는 밑변의 길이의 2 배인 삼각형의 넓이는 y

- ① ㉠, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = \pi x^2$

㉡ $y = 24 - \frac{2}{5}x$

㉢ $y = x^2$

㉤ $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

따라서 이차함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

2. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

3. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① y 축에 대하여 대칭이다.
 - ② 아래로 볼록하다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
 - ④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 - ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y 축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
∴ ②가 옳지 않다.

4. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 점 (1, 0)을 꼭짓점으로 한다.
 - ② 대칭축은 $x = 1$ 이다.
 - ③ 점 (2, 3)을 지난다.
 - ④ 위로 볼록한 포물선이다.
 - ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 (2, 6)을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 이 점 $(2, 10)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 2x^2 + q$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면

$$10 = 2 \times 4 + q$$

$$\therefore q = 2$$

6. 이차함수 $y = 3(x + 2)^2 - 5$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) ,
축을 $x = c$ 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = 3(x + 2)^2 - 5$$

꼭짓점 $(-2, -5)$, 축이 $x = -2$ 이므로

$$a = -2, b = -5, c = -2$$

$$\therefore a + b - c = -2 - 5 + 2 = -5$$

7. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 1$

해설

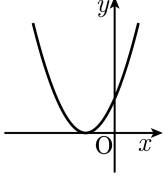
$$y = -x^2 + 2x - 3$$

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

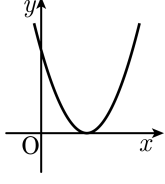
따라서 꼭짓점이 $(1, -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 1$

8. 일차함수 $y = ax + b(a \neq 0, b \neq 0)$ 의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?

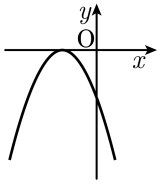
①



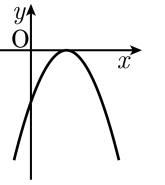
②



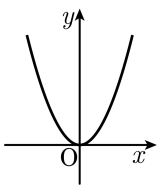
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 4 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0, b > 0$ 이다.

$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 오른쪽에 있다.

9. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 꼭짓점은 $(3, 0)$ 이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \geq 3$ 이다.
- ④ y 축과 $(0, 18)$ 에서 만난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

해설

③ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

11. 포물선 $y = x^2 + 2bx + c$ 를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이 $(2, -1)$ 이 되었다고 한다. 상수 b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

$y = x^2 + 2bx + c = (x + b)^2 - b^2 + c$,
 $y = (x + b - 3)^2 - b^2 + c - 1$,
꼭짓점 $(-b + 3, -b^2 + c - 1) = (2, -1)$ 이므로
 $-b + 3 = 2, b = 1$,
따라서 $-b^2 + c - 1 = -1$ 이므로 $c = 1$ 이다.

12. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
 - ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ④ 아래로 볼록하다.
 - ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

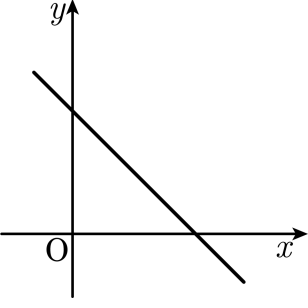
① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$

② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

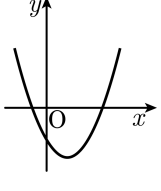
④ 위로 볼록한 그래프

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

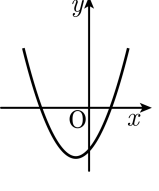
13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



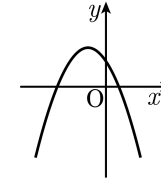
①



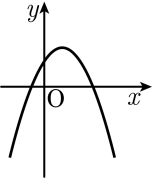
②



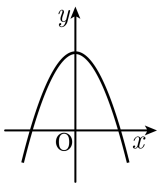
③



④



⑤



해설

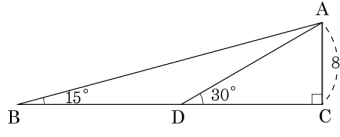
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

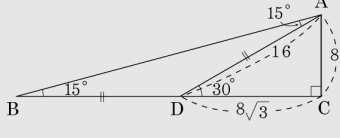
14. 다음 그림을 이용하여 $\tan 15^\circ$ 의 값을 구하면?



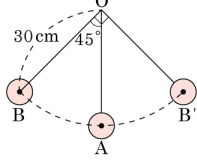
- ① $2 - \sqrt{2}$
- ② $2 + \sqrt{2}$
- ③ $2 + \sqrt{3}$
- ④ $2 - \sqrt{3}$
- ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

$$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{8}{16 + 8\sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

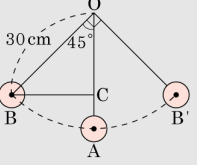


15. 다음 그림과 같이 시계의 추가 B 지점과 B' 지점 사이를 일정한 속도로 움직이고 있다. 추의 길이는 30cm 이고, $\angle BOA = \angle AOB' = 45^\circ$, $\angle BOB' = 90^\circ$ 이다. 추가 가장 높은 위치에 있을 때, 추는 A 지점을 기준으로 하여 몇 cm 의 높이에 있는가?



- ① $15(2 - \sqrt{2})\text{cm}$ ② $20(2 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $25(2 - \sqrt{2})\text{cm}$
 ④ $30(2 - \sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $35(2 - \sqrt{2})\text{cm}$

해설



점 B 에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 C 라 하면
 $\cos 45^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{30} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\overline{OC} = 15\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.
 따라서 $\overline{AC} = \overline{OA} - \overline{OC}$
 $= 30 - 15\sqrt{2}$
 $= 15(2 - \sqrt{2})\text{cm}$ 이다.

16. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

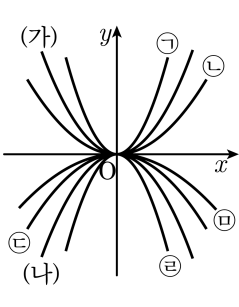
$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

17. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이
고, $y = x^2 \cdots (가)$, $y = -x^2 \cdots (나)$ 이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은
것은?

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉣
- ⑤ ㉤



해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡이다.

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$
④ $a \leq \frac{7}{25}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$
⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

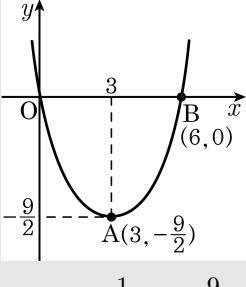
$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 의 꼭지점을 A, 원점을 O, 점 O의 포물선의
축에 대하여 대칭인 점을 B 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

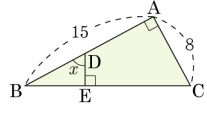
▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설



$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값은?



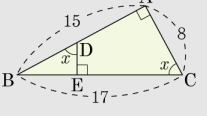
- ① $\frac{7}{17}$ ② $\frac{8}{17}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{15}{17}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

해설

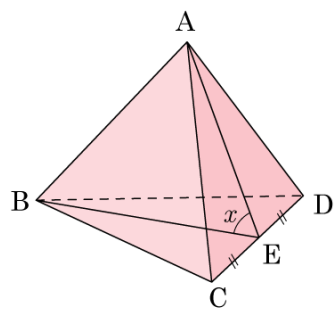
$\triangle BED \sim \triangle BAC$ 이므로 $\angle x = \angle C$

또한 $BC = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ 이다.

따라서 $\sin x = \sin C = \frac{15}{17}$ 이다.



21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사면체 A - BCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AEB$ 를 x 라고 할 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값이 $\frac{b\sqrt{2}}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{CE} = 2$ 이고 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{EB}$, $\overline{EB} = 2\sqrt{3}$

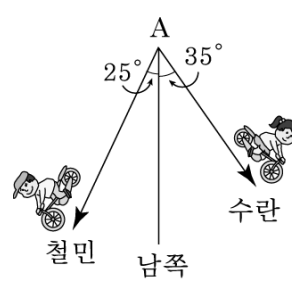
$$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \overline{AE} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin x \times \cos x = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{3}{2\sqrt{3}}} \times \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = 9 + 2 = 11$$

22. A 지점에서부터 철민이와 수란이가 동시에 자전거를 타고 각자의 집으로 가고 있다. 철민이는 시속 10 km 로 남서쪽 25° 방향으로 가고 수란이는 시속 8 km 로 남동쪽 35° 방향으로 간다면 A 지점에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 철민이와 수란이 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : km

▷ 정답 : $3\sqrt{21}$ km

해설

1.5 시간 동안 철민이가 간 거리 :

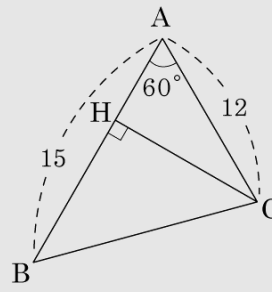
$$10 \times 1.5 = 15 \text{ (km)}$$

$$10 \times 1.5 = 15 \text{ (km)}$$

1.5 시간 동안 스카이라인 각 기차 :

1.5 시간 동안 수란

$8 \times 1.5 = 12$ (km)
철민이와 수란이가 있는 지점을 각각 B, C 라고 하면



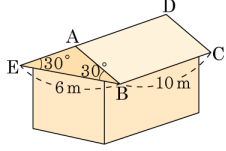
$$\overline{AH} = 12 \cos 60^\circ = 6 \text{ (km)}$$

$$\therefore \overline{\text{HB}} = 15 - 6 = 9 \text{ (km)}$$

$$\overline{CH} = 12 \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (km)}$$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{BC} &= \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{CH}^2} \\ &= \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{21} \text{ (km)}\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같이 건물의 지붕이 합동인 직사각형 2 개로 이루어져있다. 이 건물의 지붕의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : m^2

▷ 정답 : $40\sqrt{3}\text{m}^2$

해설

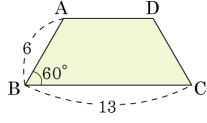
점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{BH} = 3\text{m}$ 이고,

$$\overline{AB} = \frac{3}{\cos 30^\circ} = 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{m}) \text{ 이다.}$$

따라서 $\square ABCD = 2\sqrt{3} \times 10 = 20\sqrt{3}(\text{m}^2)$ 이다.

그러므로 지붕의 넓이는 $2 \times 20\sqrt{3} = 40\sqrt{3}(\text{m}^2)$ 이다.

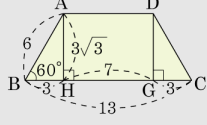
24. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



- ① $10\sqrt{2}$ ② $20\sqrt{2}$ ③ $20\sqrt{3}$ ④ $30\sqrt{2}$ ⑤ $30\sqrt{3}$

해설

점 A 와 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, G 라 할 때



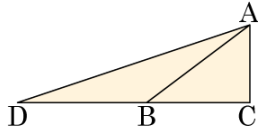
$$\overline{AH} = 6 \times \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\overline{BH} = 6 \times \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\overline{CG} = 3 \text{ 이므로 } \overline{HG} = \overline{AD} = 7$$

$$\square ABCD \text{ 넓이} = \frac{1}{2} \times (7 + 13) \times 3\sqrt{3} = 30\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

25. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 5 : 4 : 3$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 일 때, $\tan(\angle ADB)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$\overline{AB} = 5a$, $\overline{BC} = 4a$, $\overline{CA} = 3a$ 라 하면

$\overline{CD} = \overline{AB} + \overline{BC} = 9a$

따라서 $\tan(\angle ADB) = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{3a}{9a} = \frac{1}{3}$ 이다.