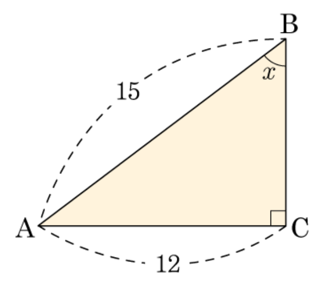
**1.** 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\sin x$ 의 값은?

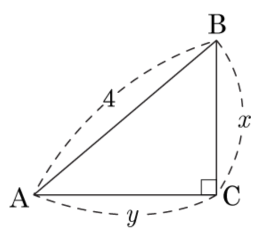



① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{5}$ 이다.

**2.** $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $x+y$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$ )




① $\sqrt{2}+2$　　② $2\sqrt{2}-2$　　③ $4\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}-2$　　⑤ $5\sqrt{2}-2$

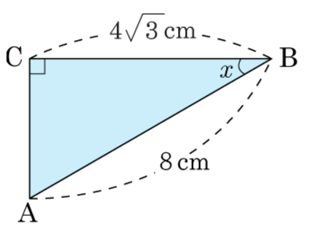
해설

$\sin A = \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

$y = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$

따라서 $x = 2\sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2}$ 이다.

**3.** 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ , $\overline{BC} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



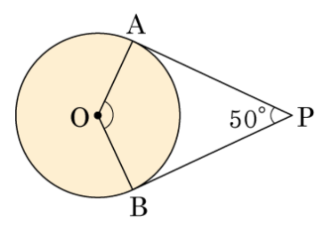

① $15°$ ② $30°$ ③ $45°$

④ $60°$ ⑤ $75°$

해설

$\cos x = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $x = 30°$ 이다.

**4.** 다음 그림에서 $\overline{PA}$ , $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 50°$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기는?

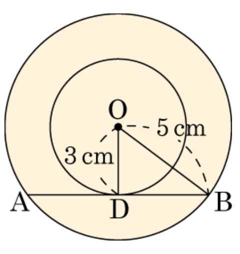



① 90° ② 100° ③ 120° ④ 130° ⑤ 150°

해설

$\angle AOB = 360° - 180° - 50° = 130°$

**5.** 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)




① $4\,\mathrm{cm}$　② $6\,\mathrm{cm}$　③ $8\,\mathrm{cm}$
④ $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　⑤ $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 4 \times 2 = 8(\mathrm{cm})$

**6.** $\tan A = \frac{12}{5}$ 일 때, $13\sin A - 26\cos A$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$ )

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

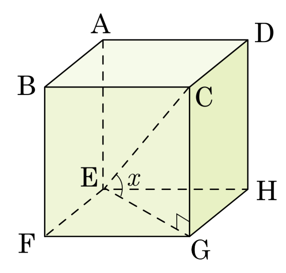
$\tan A = \frac{12}{5}$ 이면

$\sin A = \frac{12}{13}$, $\cos A = \frac{5}{13}$ 이다.

따라서 $13\sin A - 26\cos A = 13 \times \frac{12}{13} - 26 \times \frac{5}{13} = 12 - 10 = 2$

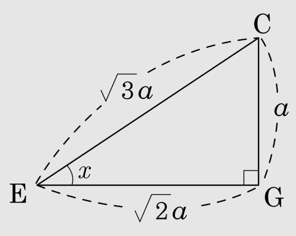
이다.

**7.** 다음 그림은 한 변의 길이가 $a$ 인 정육면체이다. 대각선 CE 와 밑면의 대각선 EG 가 이루는 $\angle$CEG 의 크기를 $x$ 라 할 때, $\sin x$ 의 값은?




① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}a$ ④ $\sqrt{3}a$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설




$\overline{\text{EG}} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

$\overline{\text{CE}}^2 = (\sqrt{2}a)^2 + a^2 = 3a^2$ 이므로 $\overline{\text{CE}} = \sqrt{3}a$

$\therefore \sin x = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

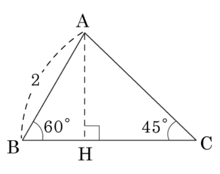
**8.** $\cos 60° \times \tan 45° \div \sin 60°$ 을 계산하면?

① $\sqrt{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{8}$

해설

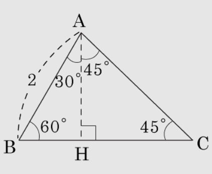
$\cos 60° \times \tan 45° \div \sin 60° = \frac{1}{2} \times 1 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**9.** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 60°$, $\angle C = 45°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = 2$ 일 때, $\overline{AH}$, $\overline{BC}$ 의 길이의 차는?




① 5　② 3　③ 1　④ −1　⑤ −5

해설




$\overline{AH} = 2\sin 60° = 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

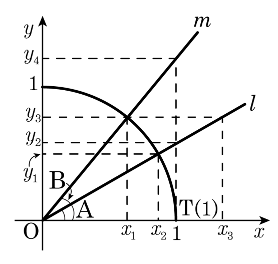
$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC}$

$= 2\cos 60° + \overline{AH}$ $(\because \overline{HC} = \overline{AH})$

$= 1 + \sqrt{3}$

따라서 $\overline{BC} - \overline{AH} = 1 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 1$ 이다.

**10.** 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 $l$, $m$ 을 그린 것이다. 직선 $l$, $m$ 이 $x$ 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A, B 라 할 때, $\tan B$ 의 값은?

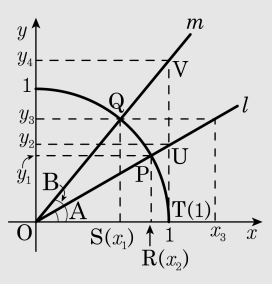



① $y_2$ ② $y_4$ ③ $x_1$

④ $x_2$ ⑤ $x_3$

해설

$$\tan B = \frac{\overline{\mathrm{VT}}}{\overline{\mathrm{OT}}} = \frac{\overline{\mathrm{VT}}}{1} = y_4$$



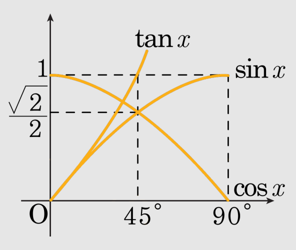
**11.** $45° < A < 90°$ 일 때, $\sin A$ , $\cos A$ , $\tan A$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $\tan A < \cos A < \sin A$　　② $\cos A < \tan A < \sin A$

③ $\sin A < \cos A < \tan A$　　④ $\sin A < \tan A < \cos A$

⑤ $\cos A < \sin A < \tan A$

해설




그림에서 보면

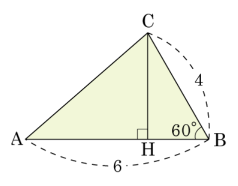
$0 < x < 45°$ 에서는 $1 > \cos x > \sin x$

$45° < x < 90°$ 에서는 $1 > \sin x > \cos x$

$45° < x < 90°$ 에서 $\tan x > 1$

따라서 $45° < A < 90°$ 에서 $\cos A < \sin A < \tan A$

**12.** 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\triangle ACH$ 둘레의 길이는?




① $2(2+\sqrt{3}+\sqrt{6})$　　② $2(2+\sqrt{2}+\sqrt{7})$

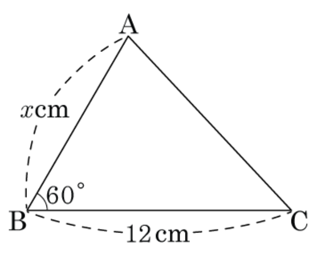
③ $2(3+\sqrt{3}+\sqrt{7})$　　④ $2(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})$

⑤ $2(2+\sqrt{3}-\sqrt{7})$

해설

$\overline{CH}$ 의 길이는 $4\times\sin 60° = 2\sqrt{3}$
$\overline{AH}$ 의 길이는 $6-\overline{BH} = 6-4\cos 60° = 4$
$\overline{AC}$ 의 길이는 $\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}$
따라서 $\triangle ACH$ 둘레의 길이는 $2\sqrt{3}+4+2\sqrt{7} = 2(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})$ 이다.

**13.** 다음 그림과 같은 삼각형 ABC의 넓이가 $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$일 때, $x$의 값을 구하여라.




▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 10 cm

해설

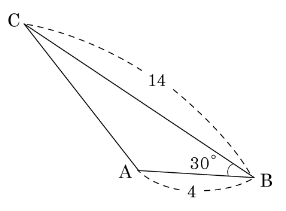
$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times x \times 12 \times \sin 60° = 30\sqrt{3}$

$= \dfrac{1}{2} \times x \times 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$

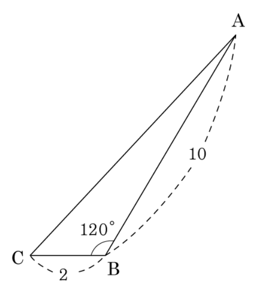
따라서 $x = 10$ ( cm)

**14.** 다음 두 삼각형의 넓이를 구하면?

(1)




(2)




① (1)12, (2)$10\sqrt{3}$　② (1)12, (2)$12\sqrt{3}$

③ (1)14, (2)$8\sqrt{3}$　④ (1)14, (2)$9\sqrt{3}$

⑤ (1)14, (2)$5\sqrt{3}$

해설

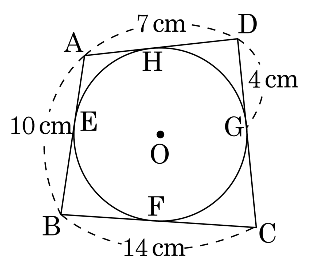
(1) (넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 14 \times \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 14 \times \frac{1}{2} = 14$

(2) (넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times \sin 60° = 5\sqrt{3}$

**15.** 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 가 원 O 에 외접하고 있다. 이때, 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 14\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



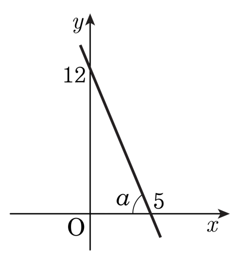

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로 $10 + (4 + \overline{CG}) = 7 + 14$ 이다.
따라서 $\overline{CG} = 7(\text{cm})$ 이다.

**16.** 직선 $12x+5y-60=0$ 이 $x$ 축과 이루는 예각의 크기를 $a$ 라 할 때, $\sin a \times \cos a \times \tan a$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{144}{169}$

해설

직선 $12x+5y-60=0 \Rightarrow y=-\frac{12}{5}x+12$ 이므로

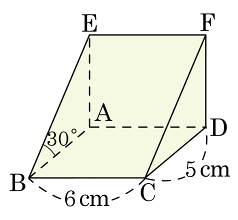
$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})| = \frac{12}{5}$

이고,

밑변이 5, 높이가 12 이므로 빗변은 $\sqrt{5^2+12^2}=13$ 이다.

따라서 $\sin a = \frac{12}{13}, \cos a = \frac{5}{13}$ 이므로 $\sin a \times \cos a \times \tan a = \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{144}{169}$ 이다.

**17.** 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$, $\angle ABE = 30$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?




① $30\left(2+\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$　② $(28+10\sqrt{3})\,\text{cm}$

③ $2\left(13-5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$　④ $2\left(13+5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$

⑤ $30\left(\sqrt{3}-1\right)\,\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \tan 30° \times \overline{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

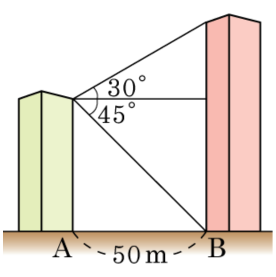
$\overline{BE} = \dfrac{\overline{AB}}{\cos 30°} = \dfrac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{10}{\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{EF} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{DF} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{CF} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$ 따라서 모든 모서리의 합은 $18 + 10 + \dfrac{10\sqrt{3}}{3} + \dfrac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

**18.** 다음 그림과 같이 간격이 50m 인 두 건물 A 건물 옥상에서 B 건물을 올려다 본 각도는 $30°$ 이고, 내려다 본 각도는 $45°$ 일 때, B 건물의 높이는?

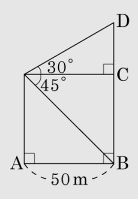



① $50(\sin 30° + \sin 45°)$ m ② $50(\tan 30° + \tan 45°)$ m

③ $50(\cos 30° + \cos 45°)$ m ④ $50(\sin 30° + \tan 45°)$ m

⑤ $50(\cos 30° + \tan 45°)$ m

해설



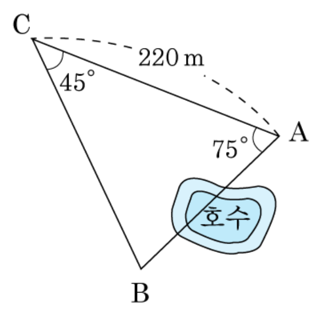

$\overline{DC} = 50\tan 30°$ , $\overline{BC} = 50\tan 45°$

따라서 $\overline{DB} = \overline{DC} + \overline{CB}$

$= 50\tan 30° + 50\tan 45°$

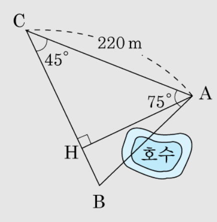
$= 50(\tan 30° + \tan 45°\,\text{m})$ 이다.

**19.** 그림과 같은 공원에서 A 지점과 C 지점 사이의 거리를 계산하였더니 220m이다. A 지점과 B 지점 사이의 거리는?




① $\frac{211\sqrt{6}}{3}$ m ② $\frac{215\sqrt{6}}{3}$ m ③ $\frac{217\sqrt{6}}{3}$ m ④ $\frac{219\sqrt{6}}{3}$ m ⑤ $\frac{220\sqrt{6}}{3}$ m

해설

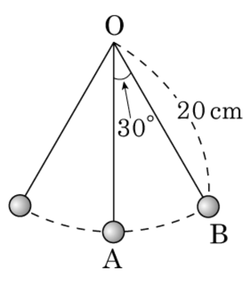



$\overline{\mathrm{CH}} = 220 \times \sin 45° = 220 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 110\sqrt{2}(\mathrm{m})$

$\therefore \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{AH}}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = \frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\cos 30°} = \frac{220\sqrt{6}}{3}(\mathrm{m})$

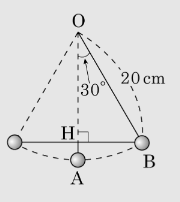
**20.** 다음 그림과 같이 실의 길이가 20 cm 인 추가 있다. $\angle AOB = 30°$ 일 때, 이 추가 A 를 기준으로 몇 cm 의 높이에 있는지 구하면?




① $(20 - 10\sqrt{3})$ cm
② $(20 - 10\sqrt{2})$ cm
③ $(20 - 5\sqrt{3})$ cm
④ $(20 - \sqrt{30}$ cm
⑤ 5 cm

해설

다음 그림에서 구하는 높이는 $\overline{AH}$ 이다.

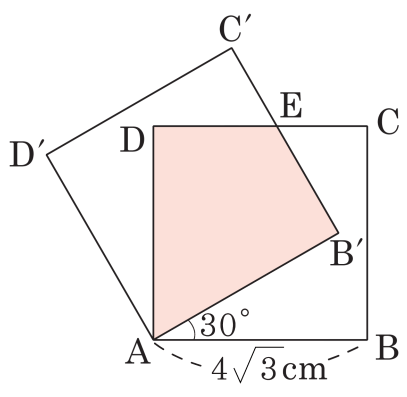



$\overline{OA} = \overline{OB} = 20\,\text{cm}$ 이므로

$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 20 - 20\cos 30°$

$= 20 - 20 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20 - 10\sqrt{3}(\text{cm})$

**21.** 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 $30°$ 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하여라.

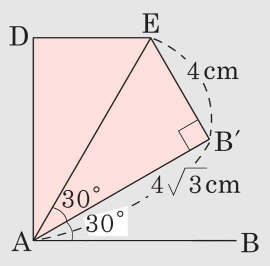



▶ 답 : ____ $\mathrm{cm}^2$

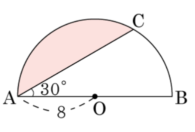
▷ 정답 : $16\sqrt{3}$ $\mathrm{cm}^2$

해설

$\square\mathrm{DAB'E} = 2\triangle\mathrm{AB'E} = 2\times4\sqrt{3}\times4\times\frac{1}{2} = 16\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$



**22.** 그림과 같이 반지름의 길이가 8 인 반원에서 $\angle BAC = 30°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



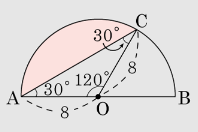

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{64}{3}\pi - 16\sqrt{3}$

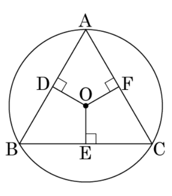
해설

$8 \times 8 \times \pi \times \frac{120°}{360°} - \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{64}{3}\pi - 16\sqrt{3}$



**23.** 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : ______ $\text{cm}^2$

▷ 정답 : $12\pi\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle$ABC 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

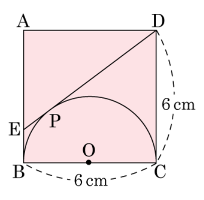
$\overline{AE} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$\overline{OA} = \dfrac{2}{3}\overline{AE} = \dfrac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(원의 넓이)$=\pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

**24.** 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 6cm 인 정사각형이다. $\overline{\mathrm{DE}}$ 가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 길이는?




① $\frac{9}{2}$cm ② $\frac{25}{2}$cm ③ 13cm
④ $\frac{27}{2}$cm ⑤ $\frac{15}{4}$cm

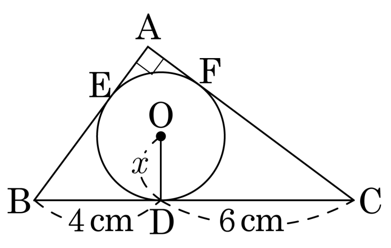
해설

$\overline{\mathrm{EP}} = \overline{\mathrm{EB}} = x$
$\overline{\mathrm{AE}} = 6 - x$

△AED 에서
$\overline{\mathrm{DE}}^2 = \overline{\mathrm{AE}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$
$(x+6)^2 = (6-x)^2 + 6^2$
$24x = 36$
$x = \frac{3}{2}$ cm

따라서 $\overline{\mathrm{AE}} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$(cm)

**25.** 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?

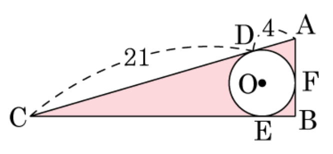



① $\pi\text{cm}^2$　② $2\pi\text{cm}^2$　③ $3\pi\text{cm}^2$
④ $4\pi\text{cm}^2$　⑤ $5\pi cm^2$

해설

$\overline{\text{BD}} = 4\text{cm},\ \overline{\text{CD}} = 6\text{cm}$ 이므로
$\overline{\text{AB}} = (4+x)\text{cm},\ \overline{\text{AC}} = (6+x)\text{cm}$ 이다.
$(4+x)^2 + (6+x)^2 = 10^2$
$2x^2 + 20x + 52 = 100$
$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x-2)(x+12) = 0$
따라서 $x = 2\ (x > 0)$ 이므로
원 O 의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi\ (\text{cm}^2)$

**26.** 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?




① $64 - \frac{9}{4}\pi$　　② $72 - 4\pi$　　③ $84 - 9\pi$

④ $90 - \frac{9}{4}\pi$　　⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 $x$ 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$ ,

$\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$

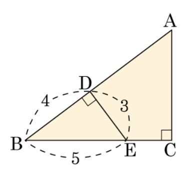
$(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$

$\therefore\ x = 3$

따라서, $\overline{AB} = 7,\ \overline{BC} = 24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

**27.** 다음 그림에서 $10(\sin \mathrm{A} + \cos \mathrm{A})$ 의 값은??




① 14 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{DBE}$ , $\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{E}$

$\overline{\mathrm{DE}} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$\sin \mathrm{A} = \dfrac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{BE}}} = \dfrac{4}{5}$, $\cos \mathrm{A} = \dfrac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{BE}}} = \dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin \mathrm{A} + \cos \mathrm{A} = \dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{7}{5}$

$\therefore (\sin A + \cos A) = 10 \times \dfrac{7}{5} = 14$

**28.** 함수 $f(x) = \sqrt{2}\cos x + \sin^2 x + 3 \ (0° < x < 90°)$ 이 최댓값을 가질 때의 $x$ 의 값은?

① 15° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 75°

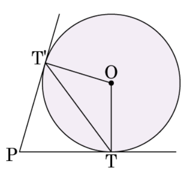
해설

$$f(x) = \sqrt{2}\cos x + 1 - \cos^2 x + 3$$
$$= -\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x + 4$$
$$= -\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$$

$0° < x < 90°$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$\therefore \ x = 45°$

**29.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 9 인 원 O 의 외부에 있는 점 P 에서 원에 그은 접선과 원이 만나는 점을 각각 T, T′ 이라 하면 $\overline{\mathrm{PT}} = 12$ 이다. 이때, $\sin(\angle \mathrm{PT'T})$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

해설

$\angle \mathrm{OT'P} = \angle \mathrm{OTP} = 90°$ 이므로

$\overline{\mathrm{OP}} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

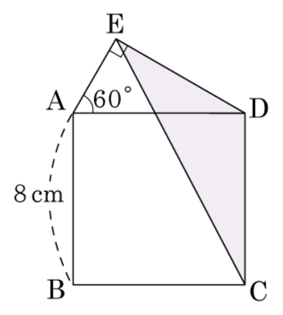
$\overline{\mathrm{OP}}$ 와 $\overline{\mathrm{TT'}}$ 의 교점을 Q 라 하면

삼각형 PTQ 와 OTQ 는 닮은 도형이므로

$\angle \mathrm{PT'T} = \angle \mathrm{POT'}$

$\therefore \ \sin(\angle \mathrm{PT'T}) = \frac{\overline{\mathrm{PT'}}}{\overline{\mathrm{PO}}} = \frac{4}{5}$

**30.** 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 8cm$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $24\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

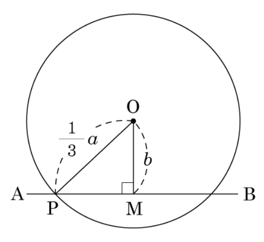
$\overline{ED} = \overline{AD}\sin 60° = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 △DEC 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times \overline{ED} \times \overline{CD} \times \sin(180° - (30° + 90°))$

$= \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 24\,(\text{cm}^2)$ 이다.

**31.** 다음 그림과 같이 길이가 $a$ 인 선분 AB 의 중점 M 에서의 수선과 원의 중심 O 가 만난다. $\overline{\mathrm{OM}}=b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{\mathrm{AB}}$ 가 만나는 한 점을 P 라 한다. 선분 AP 의 길이를 $x$ 라 하고 선분 BP 의 길이를 $y$ 라 하면 $y=x+2,\ xy=35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a+b^2$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\overline{\mathrm{OM}}=b,\ \overline{\mathrm{OP}}=\frac{1}{3}a$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{PM}}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2-b^2}$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{BP}}&=y\\&=\frac{a}{2}+\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2-b^2}\\&=\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}}&=x\\&=\frac{a}{2}-\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2-b^2}\\&=\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\end{aligned}$$

이때 $y=x+2,\ xy=35$ 이므로

$$\begin{aligned}y-x&=\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}-\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)\\&=2\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}=2\end{aligned}$$

$\therefore\ a^2-9b^2=9\cdots①$

$$\begin{aligned}xy&=\left(\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)\left(\frac{a}{2}-\frac{\sqrt{a^2-9b^2}}{3}\right)\\&=\frac{a^2}{4}-\frac{a^2-9b^2}{9}\\&=35\cdots②\end{aligned}$$

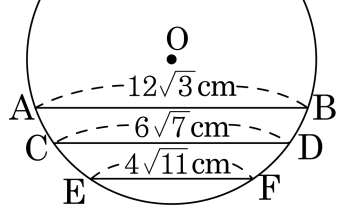
①을 ②에 대입하면 $a^2=144$

$\therefore\ a=12\,(\because a>0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2=15$

$\therefore\ a+b^2=12+15=27$

**32.** 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이 된다. 세 현의 길이가 각각 $12\sqrt{3}$cm, $6\sqrt{7}$cm, $4\sqrt{11}$cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.

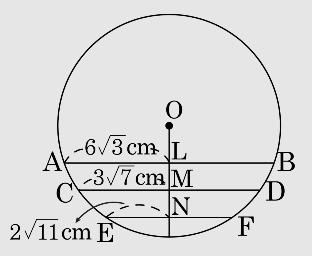



▶ 답 : ______ cm

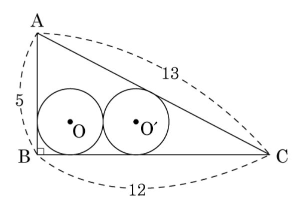
▷ 정답 : 12 cm

해설

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면
원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이므로
$\overline{OL} = 6k$, $\overline{OM} = 9k$, $\overline{EF} = 10k$
원 O 의 반지름의 길이를 $r$ 이라 하고 $\triangle$OAL, $\triangle$OCM, $\triangle$OEN 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면
$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \cdots$①
$r^2 = (9k)^2 + (3\sqrt{7})^2 \cdots$②
$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \cdots$③
①, ②에 의하여 $36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$
$\therefore\ k = 1(\because k > 0)$
$k = 1$ 을 ①에 대입하면 $r^2 = 144$
$\therefore\ r = 12(\because r > 0)$



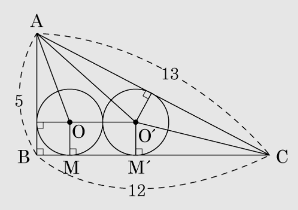
**33.** 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 5, 12, 13 인 삼각형 ABC 에 서로 외접하는 같은 크기의 두 원 O, O′ 이 내접한다. 이때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설




$\angle B = 90°$ 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

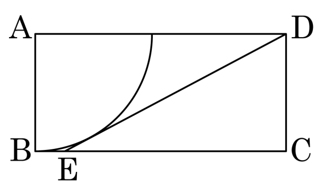
두 원의 중심 O, O′ 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, M′ 라 하고 두 원의 반지름의 길이를 $r$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle OAB + \triangle O'CA \\ &+(\triangle OBM + \triangle O'M'C) \\ &+\triangle AOO' + \square OMM'O'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}30 &= \frac{5}{2}r + \frac{13}{2}r + \frac{1}{2} \times (12-2r) \times r \\ &+\frac{1}{2} \times 2r \times (5-r) + r \times 2r\end{aligned}$$

$\therefore\ r = \frac{3}{2}$

**34.** 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 점 A 를 중심으로 사분원을 그린 것이다. 점 D 에서 사분원에 그은 접선과 선분 BC 가 만나는 점을 E 라 하고 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 13, 5 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 D 에서 사분원에 그은 접선의 접점을 P 라 하고 보조선 AP 를 그으면

$\overline{AP} = \overline{AB} = 5$ (원의 반지름)

삼각형 APD 에서 $\overline{DP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

이 때 $\overline{EC} = x$ 라 하면 $\overline{BE} = \overline{DE} = 13 - x$

$\therefore\ \overline{DE} = 12 + 13 - x = 25 - x$

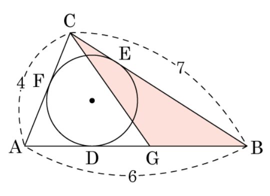
삼각형 DEC 에서

$(25 - x)^2 = x^2 + 5^2$

$625 - 50x + x^2 = x^2 + 25$

$\therefore\ x = 12$

**35.** 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 6,\ \overline{BC} = 7,\ \overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?




① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6-a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4-a$

$\overline{BC} = (6-a) + (4-a) = 7$ 이므로

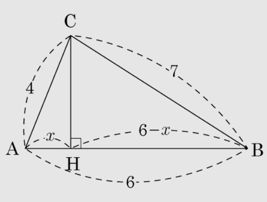
$a = \overline{AD} = \frac{3}{2},\ \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle DBC = \frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle GBC = \frac{3}{5}\triangle DBC$

$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20}\triangle ABC$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$




$\overline{CH^2} = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \ \therefore\ x = \frac{1}{4}$

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{4^2 - (\frac{1}{4})^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{255}$

$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20}\triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4}\sqrt{255} = \frac{27}{80}\sqrt{255}$