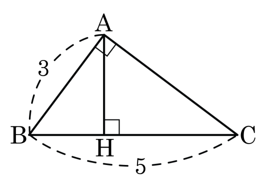
1. 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = 15cm$, $\overline{BC} = 12cm$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle B = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 가 빗변이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
$15^2 = x^2 + 12^2$
$x^2 = 81$
$x > 0$ 이므로 $x = 9(\text{ cm})$ 이다.

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?

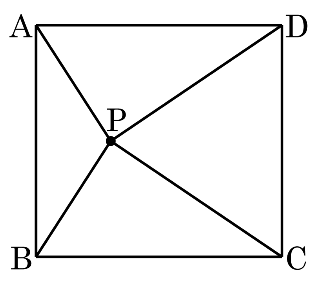


① 1.2　② 1.6　③ 2　④ 2.4　⑤ 2.8

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로
$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$
$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

3. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}} = 4$, $\overline{\mathrm{PC}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$ 의 값을 구하여라.

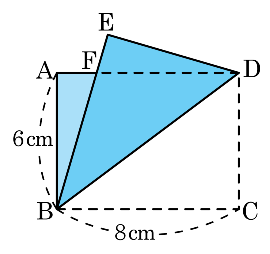


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{\mathrm{PB}^2} + \overline{\mathrm{PD}^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{\mathrm{AF}}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?

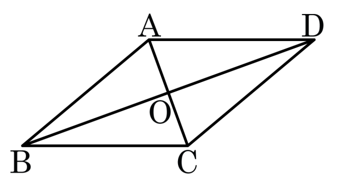


① $x+4$ ② $2x$ ③ $8-x$ ④ $6-x$ ⑤ x^2

해설

$\triangle\mathrm{ABF} \equiv \triangle\mathrm{EDF}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = x$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BF}} = 8-x$ 이다.

5. 다음 그림의 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은?



① $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$

② $\angle A = 50°$, $\angle B = 130°$, $\angle C = 130°$, $\angle D = 50°$

③ $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$

④ $\overline{OA} = 3\text{cm}$, $\overline{OB} = 4\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\text{cm}$, $\overline{OD} = 4\text{cm}$

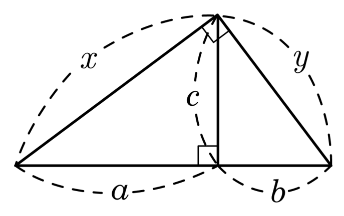
⑤ $\overline{OA} = 3\text{cm}$, $\overline{OB} = 3\text{cm}$, $\overline{OC} = 4\text{cm}$, $\overline{OD} = 4\text{cm}$

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 이등분한다.

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

6. 다음 중 옳은 것을 고르면?



① $x^2 - a^2 = y^2 - b^2$ ② $a^2 + c^2 = y^2$

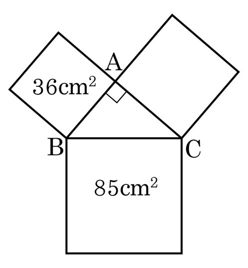
③ $y^2 - c^2 = x^2 - c^2$ ④ $b^2 = x^2 - c^2$

⑤ $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$

해설

① 피타고라스 정리에 따라
$x^2 = a^2 + c^2$
$c^2 = x^2 - a^2$ 이고
$c^2 + b^2 = y^2$
$c^2 = y^2 - b^2$ 이므로
$x^2 - a^2 = y^2 - b^2$ 이다.

7. 다음은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



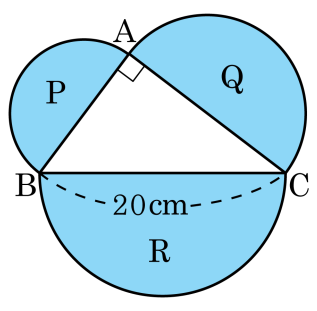
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

$\overline{AB}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $36\,cm^2$
$\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $85\,cm^2$ 이다.
$\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이는
$85 - 36 = 49\ (cm^2)$ 이므로 $\overline{AC} = 7\,cm$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 지름으로 하는 세 반원 P, Q, R 를 그릴 때, 세 반원의 넓이의 합은?



① $64\pi\text{cm}^2$ ② $70\pi\text{cm}^2$ ③ $81\pi\text{cm}^2$

④ $100\pi\text{cm}^2$ ⑤ $121\pi\text{cm}^2$

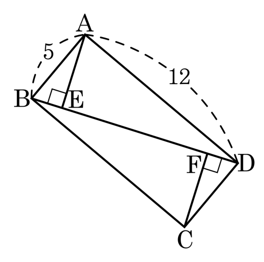
해설

R 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 50\pi(\text{cm}^2)$

$R = P + Q$ 이므로

따라서 세 반원의 넓이의 합 $2R = 2 \times 50\pi = 100\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

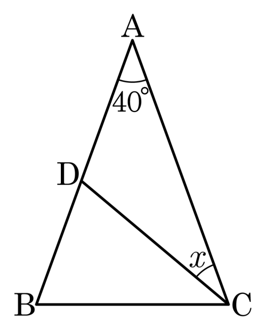
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

10. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

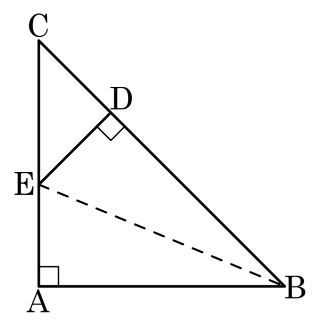
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ ② $\angle DBE = \angle ABE$

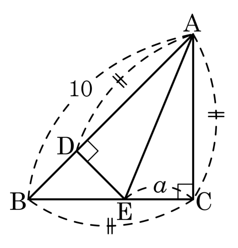
③ $\overline{AE} = \overline{EC}$ ④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90^\circ$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)
② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45^\circ$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

12. 다음 직각이등변삼각형에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{ED} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내면?



① $2a$　　② $a+2$　　③ $\frac{a+10}{2}$

④ $10-2a$　　⑤ $10-a$

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$

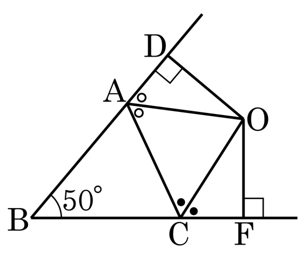
$\therefore \angle BAC = \angle B = 45°$

$\angle BDE = 90°, \angle B = 45°$ 이므로 $\angle BED = 180° - (90° + 45°) = 45°$

$\angle B = \angle BED$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{CE} = a$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 10 - a$

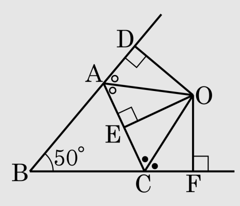
13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$
□DBFO 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$
$\angle AOE = \angle a$, $\angle COE = \angle b$ 라 하면
$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ $\therefore$ $\angle a + \angle b = 65°$ $\therefore$ $\angle AOC = 65°$

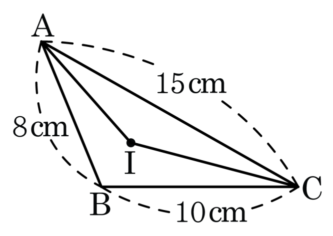
14. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm　② 6 cm　③ 9cm　④ 12cm　⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
△ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

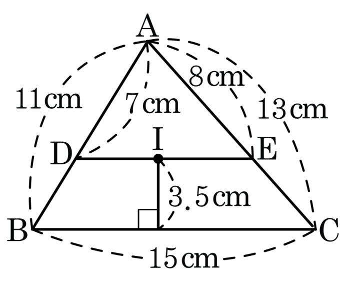
15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면
($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \frac{33}{2}\ r\ (\text{cm}^2)$
($\triangle AIC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}\ r\ (\text{cm}^2)$
따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① $38cm^2$ ② $40cm^2$ ③ $42cm^2$

④ $44cm^2$ ⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

($\triangle$ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$

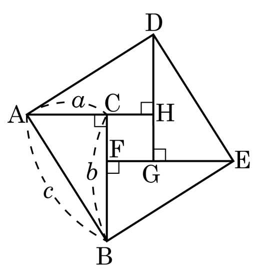
따라서 ($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24$(cm) 이다.

$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15$(cm) 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9$(cm) 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는

$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

18. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

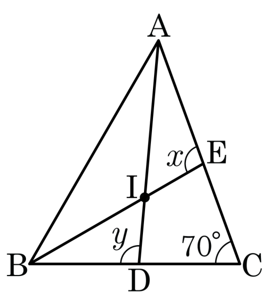
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90°$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90°$ 이다.

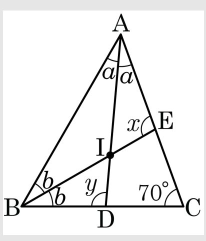
19. 다음 그림의$\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175° ② 185° ③ 195° ④ 205° ⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 55°$

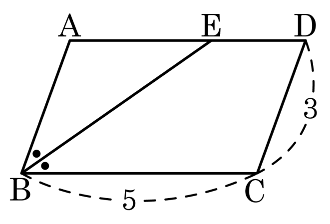
$\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, $\triangle ADC$ 에서

$\angle y = \angle a + 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$

$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

20. □ABCD가 평행사변형일 때, $\overline{ED}$의 길이를 닮음도형의 성질을 이용하여 구하면 ?

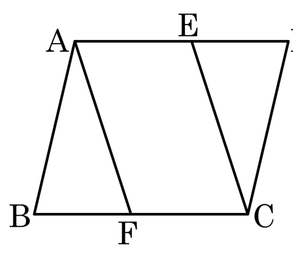


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle CBE = \angle AEB$(엇각)
$\angle ABE = \angle AEB$ 이므로
$\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
$\overline{AB} = \overline{AE} = 3$
$\therefore \ \overline{AD} - \overline{AE} = 5 - 3 = 2$

21. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



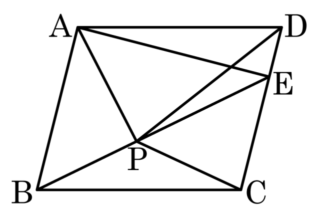
[가정] □ABCD는 평행사변형 $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$
[결론] □AFCE는 평행사변형
[증명] □ABCD에서
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\boxed{} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$
즉, $\overline{AE} = \overline{FC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\overline{AE} \,/\!/\, \overline{FC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AFCE는 평행사변형이다.

① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{ED}$ ④ $\overline{BF}$ ⑤ $\overline{AD}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$
즉, $\overline{AE} = \overline{FC}$와 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{FC}$에 의해 □AFCE는 평행사변형이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$이고, $\triangle DPC = 100\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABP$의 넓이는?



① 30cm^2　② 40cm^2　③ 60cm^2

④ 70cm^2　⑤ 75cm^2

해설

평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때,

$\triangle ABP + \triangle DPC = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉠

또한, $\overline{CD}$ 위의 한 점 E를 잡을 때,

$\triangle ABE = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABP + \triangle DPC = \triangle ABE$이고,

$\triangle ABE = \triangle ABP + \triangle APE$이므로

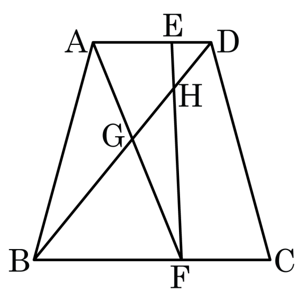
$\triangle APE = \triangle DPC = 100(\text{cm}^2)$

$\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$에서 $\triangle ABP : \triangle APE = 3 : 4$이므로

$\triangle ABP : 100 = 3 : 4$

$\therefore\ \triangle ABP = 75(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 의 점 E에 대하여 $\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1$ 이고 $\overline{BC}$ 위의 점 F 에 대하여 $\overline{BF} : \overline{FC} = 5 : 3$ 이다. 두 점 G, H 는 각각 $\overline{AF}$, $\overline{EF}$ 와 대각선 BD 의 교점이고, $\overline{BD} = 9$, $2\overline{AD} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{GH}$ 의 길이는?



① $\frac{20}{19}$ ② $\frac{23}{19}$ ③ $\frac{25}{19}$ ④ $\frac{30}{19}$ ⑤ $\frac{40}{19}$

해설

$\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1$이므로 $\overline{ED} = k$라 하면 $\overline{BF} = 6k \times \frac{5}{8} = \frac{15}{4}k$,

$\overline{FC} = 6k \times \frac{3}{8} = \frac{9}{4}k$

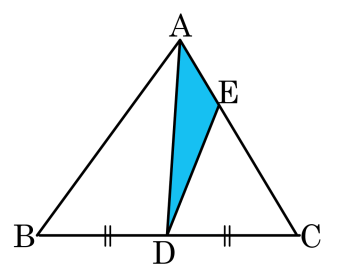
$\overline{BG} // \overline{GD} = 5 : 4$이므로 $\overline{BG} = \frac{5}{9} \times 9 = 5$

또한 $\overline{BH} : \overline{HD} = \overline{BF} : \overline{ED} = \frac{15}{4}k : k = 15 : 4$

따라서 $\overline{BH} : \overline{HD} = 15 : 4$ 이므로 $\overline{BH} = \frac{15}{19} \times 9 = \frac{135}{19}$

$\therefore \overline{GH} = \overline{BH} - \overline{BG} = \frac{135}{19} - 5 = \frac{40}{19}$

24. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$ 이고 $\triangle AED = 4\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2
④ 24cm^2 ⑤ 28cm^2

해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$, $\triangle AED = 4$ 이므로 $\triangle CDE = 8$, $\triangle ADC = 4 + 8 = 12$
$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\triangle ADC = \triangle ADB$
$\therefore \triangle ABC = 2\triangle ADC = 24(\text{cm}^2)$