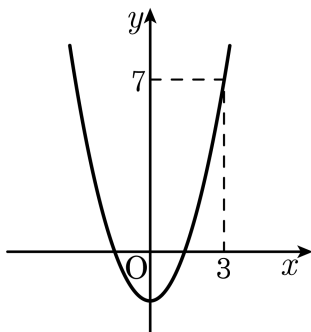


1. 이차함수 $y = ax^2 - 2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단, a 는 상수이다.)



㉠ $(0, 2)$

㉡ $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3}\right)$

㉢ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\right)$

㉤ $(-3, 7)$

㉥ $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{9}\right)$

㉦ $(-1, -1)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉤

해설

점 $(3, 7)$ 을 $y = ax^2 - 2$ 가 지나므로 $7 = 9a - 2, a = 1$ 이다.
 $y = x^2 - 2$ 이다.

㉠ $x = 0$ 일 때, $y = 0 - 2 = -2$ 이다.

㉡ $x = \frac{1}{4}$ 일 때, $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{31}{16}$ 이다.

㉤ $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$ 이다.

2. $y = ax^2$ 일 때, $x = 3$ 일 때, $y = -18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$-18 = a \times 3^2$$

$$-18 = 9a$$

$$\therefore a = -2$$

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(1, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면

$$y = (x - 2)^2$$

점 $(1, m)$ 을 지나므로

$$m = (1 - 2)^2$$

$$\therefore m = 1$$

4. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면 점 $(6, k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

① 1

② -1

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x - 5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6, k)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 3(6 - 5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동시킨 함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3 - 5 = -\frac{1}{2}x^2 - 2$$

6. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1) f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

7. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 4$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 4 = 0$$

$$f(f(1)) = f(0) = -4$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(0)) = f(-4) = 0$$

8. 이차함수 $y = -4x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.
- ④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

④ x 축에 대칭인 함수는 $y = 4x^2$ 이다.

9. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점은 원점이다.

② 대칭축은 y 축이다.

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.

해설

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$) (정답 2개)

- ① x 축에 대하여 대칭이다
- ② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.
- ③ y 의 값의 범위가 $y \leq 0$ 이다.
- ④ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

해설

- ① y 축에 대해 대칭이다.
- ② $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.
- ③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \leq 0$
- ④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$ 이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
- ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

11. 다음은 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
- ② y 축에 대칭인 포물선이다.
- ③ 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은 $(0, 0)$
- ④ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

12. $y = 3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이 되도록 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 3(x + 2)^2 + 1$

② $y = 3(x + 2)^2 - 1$

③ $y = 3(x - 2)^2 + 1$

④ $y = 3(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = 3(x - 1)^2 - 2$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이 되도록 평행이동한 포물선의 식은 $y = 3(x - 2)^2 + 1$ 이다.

13. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = 3x^2 + 12x + 16$ 의 그래프가 되었다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = 3x^2 + 6x + 5 = 3(x+1)^2 + 2$$

x, y 축의 방향으로 각각 p, q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x+1-p)^2 + 2 + q$$

$$y = 3x^2 + 12x + 16 = 3(x+2)^2 + 4$$

$$\therefore 1-p=2, \quad p=-1$$

$$2+q=4, \quad q=2$$

$$\therefore p+q=1$$

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.
- ④ 포물선과 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, \frac{5}{2})$ 이다.
- ⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

해설

⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

15. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

16. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$$\therefore ab = \pm 6$$

17. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

18. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4

② 5

③ -5

④ -3

⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

19. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

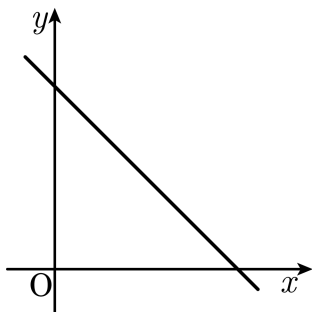
$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b ,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

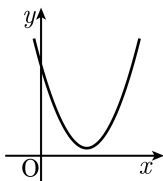
$$b = \frac{a^2}{4} ,$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

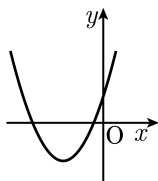
20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



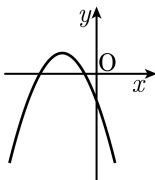
①



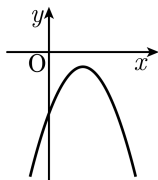
②



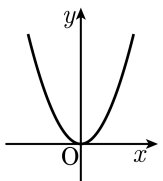
③



④



⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

21. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면?

① -3

② 0

③ 3

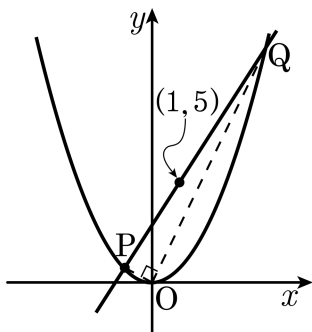
④ 6

⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 점 $(1, 5)$ 를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$ 과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90^\circ$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



① $y = x + 4$

② $y = 2x + 3$

③ $y = 3x + 2$

④ $y = 4x + 1$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a 라 하면 점 $(1, 5)$ 를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$

$$\therefore y = ax - a + 5$$

$y = x^2$, $y = ax - a + 5$ 의 교점의 x 좌표를 α , β 라 할 때,

α , β 는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{7}$ 의 근이다.

점 P (α, α^2) , Q (β, β^2) 이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각

$$\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha, \frac{\beta^2}{\beta} = \beta \text{이고,}$$

$$\overline{PO} \perp \overline{QO} \text{이므로 } \alpha\beta = -1 \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧에 의하여 $a - 5 = -1$ ($\because$ 근과 계수관계)

$$\therefore a = 4$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

23. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 1)$

② $(3, 5)$

③ $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

④ $(2, 5)$

⑤ $\left(-1, \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$ 를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1+2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 이다.

24. 점 $(2, 10)$ 을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 그래프가 있다. 이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프의 x 절편의 x 좌표값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 방정식은 $y = a(x+1)^2 - 8$ 이고 점 $(2, 10)$ 을 지나므로

$$10 = a(2+1)^2 - 8$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 이차함수의 그래프는 $y = 2(x+1)^2 - 8$

이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로

$$y = -2(x+1)^2 + 2$$

이 그래프의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 의 값이므로

$$-2x^2 - 4x = 0$$

$$\therefore x = 0, -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 4$$

25. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 이 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -5)$ 일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{75}{4}$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

y 축 대칭하면 $(-p, q) = (-3, -5)$

$$\therefore p = 3, q = -5$$

$y = a(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a(1 - 3)^2 - 5$$

$$\therefore a = \frac{5}{4}$$

$$\therefore apq = \frac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\frac{75}{4}$$