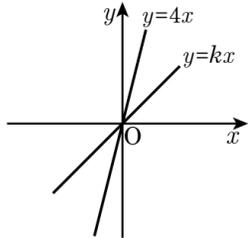


1. 다음 그림과 같이 $y = kx$ 의 그래프가 x 축과 $y = 4x$ 의 그래프 사이에 있기 위한 k 의 값의 범위는?



- ① $0 \leq k < 1$ ② $0 < k \leq 3$ ③ $0 \leq k < 4$
④ $0 < k < 4$ ⑤ $0 < k < 5$

해설

기울기에 따라 직선의 경사가 변하고 기울기의 절댓값이 작을수록 x 축과 가까워지므로 $y = kx$ 의 그래프가 x 축과 $y = 4x$ 의 그래프 사이에 있기 위해서는 $0 < k < 4$ 이어야 한다.

2. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 x 의 값이 1에서 3으로 변할 때, y 의 값은 4에서 -2로 변한다. 이 그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지날 때, 다음 중 일차함수 $y = ax + b$ 위에 있는 점은?

㉠ $(2, 5)$

㉡ $(-1, 4)$

㉢ $(0, 1)$

㉣ $(-2, 5)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

x 의 값이 1에서 3으로 변할 때, y 의 값은 4에서 -2로 변하므로 기울기는 $\frac{4 - (-2)}{1 - 3} = -3$ 이다.

또한 점 $(1, -2)$ 를 지나므로 주어진 일차함수는 $y = -3x + 1$ 이다.

㉠ $4 = -3 \times (-1) + 1$

㉡ $1 = -3 \times 0 + 1$

이므로 점 $(-1, 4)$, $(0, 1)$ 은 일차함수 $y = -3x + 1$ 의 그래프 위에 있다.

3. 다음 중 $y = -4x + 12$ 와 평행하고 점 $(1, -4)$ 를 지나는 직선 위의 점의 개수는?

ㄱ. $(0, 0)$ ㄴ. $(1, -4)$ ㄷ. $(-1, 3)$
ㄹ. $(\frac{1}{2}, -2)$ ㅁ. $(0, 1)$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

다음 중 $y = -4x + 12$ 와 평행한 직선은 기울기가 -4 이고 이 직선이 점 $(1, -4)$ 를 지나므로 직선의 방정식은 $y = -4x$ 이다.

ㄱ. $3 \neq -4 \times (-1)$

ㄹ. $1 \neq -4 \times 0$

이므로 두 점 $(-1, 3)$, $(0, 1)$ 은 $y = -4x$ 위의 점이 아니다.

4. 두 점 $(-1, 3)$, $(1, 5)$ 를 지나는 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

두 점 $(-1, 3)$, $(1, 5)$ 를 지나는

직선의 기울기는 $\frac{5-3}{1-(-1)} = 1$ 이므로 직선의 방정식은 $y = x + 4$

이다.

이 그래프의 x 절편은 -4 , y 절편은 4 이므로

이 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 밑변의 길이는 4 ,
높이는 4 이므로 넓이는 8 이다.

5. 두 점 (3, 7), (2, 4)를 지나는 직선이 점 (a, 1)을 지날 때, a의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{7-4}{3-2} = 3$$

$y = 3x + b$ 에 (3, 7) 을 대입하면

$$\therefore b = -2$$

$y = 3x - 2$ 에 (a, 1) 을 대입하면

$$\therefore a = 1$$

6. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 $y = 5x - 6$ 과 y 축 위에서 만나고, $y = x - 2$ 와 x 축 위에서 만난다고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = 5x - 6$ 과 y 축 위에서 만나므로
 y 절편은 -6 이고
 $y = x - 2$ 의 x 절편이 2 인데 이 직선과 x 축 위에서 만나므로 x 절편은 2 이다.
따라서 일차함수 $y = ax + b$ 는 $(2, 0)$, $(0, -6)$ 을 지나므로
 $y = 3x - 6$ 이다.
 $\therefore a = 3, b = -6$ 이므로 $a - b = 9$ 이다.

7. 100°C 인 물이 있는데 5분이 지날 때마다 6°C 씩 내려간다고 할 때, x 분후에 $y^{\circ}\text{C}$ 가 된다고 한다. 1시간이 지난 후의 물의 온도를 구하여라.

▶ 답: $^{\circ}\text{C}$

▷ 정답: 28°C

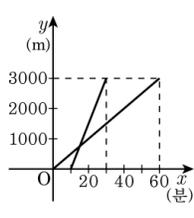
해설

1분에 $\frac{6}{5}^{\circ}\text{C}$ 씩 내려간다고 할 때

$$y = 100 - \frac{6}{5}x$$

$$100 - \frac{6}{5} \times 60 = 28(^{\circ}\text{C})$$

8. 집에서 3000m 떨어져 있는 도서관까지 형제가 가는데, 동생은 걸어서 가고, 형은 동생이 출발한지 10분 후에 자전거로 갔다. 아래 그림은 동생이 출발한 지 x 분 후에 동생과 형이 간거리 y m 를 그래프로 나타낸 것이다. 형과 동생이 서로 만나는 것은 동생이 출발한 지 몇 분 후인가?



- ① 3분 후 ② 5분 후 ③ 10분 후
 ④ 15분 후 ⑤ 18분 후

해설

동생 : $y = 50x$, 형 $y = 150x - 1500$
 $50x = 150x - 1500$, $100x = 1500$, $x = 15$
 \therefore 15분

9. 일차방정식 $3x + 4y - 24 = 0$ 의 그래프와 y 축에서 만나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은?

① $x = -24$

② $x = 8$

③ $y = 6$

④ $y = 8$

⑤ $y = -2x + 6$

해설

$3x + 4y - 24 = 0$ 의 그래프와 y 축에서 만나므로

$3x + 4y - 24 = 0$ 그래프의 y 절편을 지난다.

$$3x + 4y - 24 = 0$$

$$4y = -3x + 24, \quad y = -\frac{3}{4}x + 6$$

따라서 $(0, 6)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 6$

$$\therefore y = 6$$

10. 두 일차함수 $y = (2a + 9)x + 7$ 과 $y = ax - 5$ 의 그래프의 해가 없을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

해가 없을 경우는 두 직선의 기울기가 서로 같을 때이다.

$$2a + 9 = a$$

$$\therefore a = -9$$

11. 제 2 사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 1$ 이 있다. 이 함수를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 (a, a) 를 지난다. 그 일차함수가 지나지 않는 사분면은?

(단, $\frac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3$)

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
⑤ 제 3사분면과 제 4사분면

해설

$\frac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3$ 은 기울기를 뜻하므로 $a = 3$ 이다.

따라서, $y = 3x - 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = 3x - 1 + b$ 이고

점 (a, a) 를 지나므로, $a = 3a - 1 + b$

그런데 $a = 3$ 이므로 $3 = 9 - 1 + b \therefore b = -5$

구하는 일차함수는 $y = 3x - 6$ 이므로

x 절편은 2, y 절편은 -6 이다.

그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

12. 두 일차함수 $y = (2m+2)x - m - n$, $y = (m+n)x + m + 1$ 의 그래프가 일치할 때, 상수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

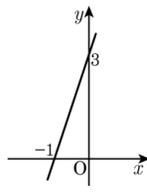
$2m + 2 = m + n, -m - n = m + 1$ 이므로

$$\begin{cases} m - n = -2 \\ 2m + n = -1 \end{cases}$$

연립방정식의 해를 구하면, $m = -1, n = 1$ 이다.

$\therefore m + n = (-1) + 1 = 0$

13. 일차함수 $y = ax + b - 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것을 모두 고르면?



- ① $a > 0, b = 4$
- ② $y = ax + b - 2$ 의 그래프와 평행하지 않다.
- ③ $a + b - 1 > 0$
- ④ $y = ax + b$ 의 그래프는 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ⑤ $y = -ax + b - 1$ 의 그래프와 x 축 위에서 만난다.

해설

- ① 기울기가 양수이므로 $a > 0$ 이고, y 절편은 3이므로 $b = 4$ 이다.
- ② 기울기가 같으므로 평행하다.
- ③ $x = 1$ 일 때의 $y = a + b - 1 > 0$ 이므로 $a + b - 1 > 0$ 이다.
- ④ $a > 0, 1 < b < 4$ 이므로 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.
- ⑤ $y = ax + b - 1$ 와 $y = -ax + b - 1$ 의 y 절편이 $b - 1$ 로 같으므로 y 축 위에서 만난다.

14. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = 3$$

$\textcircled{㉡} y = mx + 3$ 의 그래프와 y 축 위에서 만난다.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$\textcircled{㉠}$ 에서 $\frac{(y\text{의 값의 변화량})}{(x\text{의 값의 변화량})}$ 이므로 기울기가 3 이고 $\textcircled{㉡}$ 에서 $y = mx + 3$ 의 그래프와 y 축 위에서 만나므로 y 절편이 같다. 따라서 기울기가 3, y 절편이 3 인 일차함수 이므로 $f(x) = ax + b$ 는 $f(x) = 3x + 3$ 이다. 따라서 $a + b = 6$ 이다.

15. 세 점 $(2, 3)$, $(-2, 5)$, $(a, 6)$ 을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, 상수 m, n, a 에 대하여 $m \times n - a$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 점 $(2, 3)$, $(-2, 5)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{5-3}{-2-2} = -\frac{1}{2}$

이므로

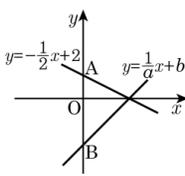
직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 이다.

이 직선 위에 점 $(a, 6)$ 이 있으므로

$$6 = -\frac{1}{2} \times a + 4, \quad a = -4$$

$$\therefore m \times n - a = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 - (-4) = -2 + 4 = 2 \text{이다.}$$

16. 다음 그림과 같이 두 일차함수 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = \frac{1}{a}x + b$ 의 그래프가 x 축 위에서 만날 때, 두 그래프의 y 축과의 교점을 각각 A, B라 하자. $2\overline{OA} = \overline{OB}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?



- ① -6 ② -3 ③ 3 ④ 5 ⑤ 2

해설

i) $A(0, 2)$, $B(0, b)$ 이고

$$2\overline{OA} = \overline{OB} \rightarrow 2 \times 2 = -b (\because b < 0) \therefore b = -4$$

ii) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 x 절편인 4는 $y = \frac{1}{a}x + b$ 의 x 절편과 같으므로

$$0 = \frac{4}{a} - 4 \therefore a = 1$$

따라서 $a - b = 5$ 이다.

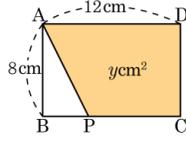
17. 길이가 20cm, 30cm 인 두 개의 양초 A, B 에 불을 붙였더니 A 는 1 분에 0.2cm, B 는 1 분에 0.3cm 씩 길이가 줄어들었다. 동시에 불을 붙였을 때, A, B 의 길이가 같아지는 것은 불을 붙인지 몇 분 후인가?

- ① 30 분 ② 40 분 ③ 50 분
④ 80 분 ⑤ 100 분

해설

x 분 후의 두 양초 A, B 의 길이 y cm 는 각각 $y = 20 - 0.2x$, $y = 30 - 0.3x$ 이다. 따라서 두 일차함수의 그래프의 교점은 $(100, 0)$ 이므로 두 양초의 길이는 100 분 후에 같아진다.

18. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$ 이고, 점 P가 점 B를 출발하여 매초 2cm씩 \overline{BC} 위를 움직여서 C까지 이동한다. x 초 후의 사각형 APCD의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라 할 때, x, y 사이의 관계식은?



- ① $y = 96 - 6x (0 \leq x \leq 8)$ ② $y = 96 - 8x (0 \leq x \leq 12)$
 ③ $y = 96 - 8x (0 \leq x \leq 6)$ ④ $y = 48 (0 \leq x \leq 12)$
 ⑤ $y = 12x - 24 (0 \leq x \leq 12)$

해설

사각형 APCD의 넓이는 전체 직사각형 ABCD에서 $\triangle ABP$ 의 넓이를 빼면 된다.

따라서 $y = 96 - \frac{1}{2} \times 2x \times 8$ 이므로

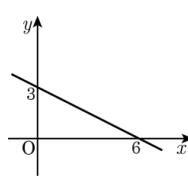
$y = 96 - 8x$ 이다.

이 때, x 의 범위는 $0 \leq 2x \leq 12$ 이다.

따라서 $0 \leq x \leq 6$ 이다.

19. 다음 그림은 일차방정식 $ax - by + 6 = 0$ 의 그래프이다. 순서쌍 $(4, m)$, $(n, 2)$ 가 이 일차방정식의 해의 일부일 때, $m - n$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2



해설

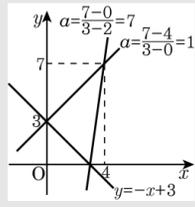
x 절편과 y 절편을 대입하여 a, b 의 값을 찾는다.
(0, 3)을 대입하면, $b = 2$ 이고, (6, 0)을 대입하면 $a = -1$ 이다.
따라서 주어진 식은 $-x - 2y + 6 = 0$ 이고, 여기에 $(4, m)$ 을 대입하면 $m = 1$ 이고,
 $(n, 2)$ 를 대입하면 $n = 2$ 가 된다.
 $\therefore m - n = 1 - 2 = -1$

20. 점 (4, 7) 을 지나는 일차함수 $y = ax + b$ 가 $y = -x + 3$ 와 제 1 사분면에서 만날 때, 상수 a 의 범위를 구하여라.

- ① $0 < a < 5$ ② $0 < a < 6$ ③ $1 < a < 5$
 ④ $1 < a < 6$ ⑤ $1 < a < 7$

해설

상수 a 는 일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기가 된다. 그래프를 나타내면 다음과 같다.



따라서 기울기 a 의 범위는 $1 < a < 7$ 가 되어야 $y = -x + 3$ 와 제 1 사분면에서 만나게 된다.

21. 두 직선 $-\frac{2}{a}x + \frac{1}{4}y = 2$, $\frac{1}{3}x + \frac{1}{b}y = 5$ 의 교점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

각 식에 점 (a, b) 를 대입하면

$$\begin{cases} -\frac{2}{a} \times a + \frac{1}{4} \times b = 2 \\ \frac{1}{3} \times a + \frac{1}{b} \times b = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 + \frac{b}{4} = 2 \\ \frac{a}{3} + 1 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 16 \\ a = 12 \end{cases}$$

$$\therefore a + b = 28$$

22. 두 직선 $y = x + 1$, $x = a(y - 2)$ 의 교점이 두 점 $(-2, -2)$, $(1, 7)$ 을 지나는 직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{5}$

해설

두 점 $(-2, -2)$, $(1, 7)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 2 = \frac{7 + 2}{1 + 2}(x + 2) \therefore y = 3x + 4$$

따라서 두 직선 $y = x + 1$, $y = 3x + 4$ 의 교점을 구하면

$\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 이고 이 교점이 $x = a(y - 2)$ 위에 있으므로

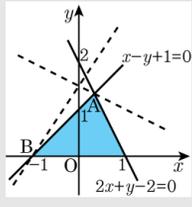
$$-\frac{3}{2} = a\left(-\frac{1}{2} - 2\right)$$

$$\therefore a = \frac{3}{5}$$

23. 직선 $y = mx + \frac{3}{2}$ 이 세 직선 $2x + y - 2 = 0$, $x - y + 1 = 0$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않는 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -\frac{1}{2}$ 또는 $m > \frac{3}{2}$ ② $m > \frac{3}{2}$
 ③ $m < -\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$
 ⑤ $m < \frac{3}{2}$

해설



$2x + y - 2 = 0$, $x - y + 1 = 0$ 의 교점 A 의 좌표는 $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ 이고,

$y = mx + \frac{3}{2}$ 가 점 A 를 지날 때 $m = -\frac{1}{2}$

$y = mx + \frac{3}{2}$ 가 점 B 를 지날 때 $m = \frac{3}{2}$

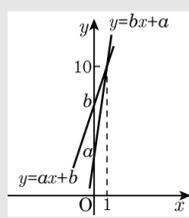
$\therefore -\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$

24. 두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = bx + a$ 의 교점의 y 좌표가 10 이고 이 직선과 $x = 0$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 2 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $b > a > 0$)

- ① 12 ② 17 ③ 21 ④ 24 ⑤ 32

해설

두 직선이 $(1, a + b)$ 를 지나므로 $a + b = 10 \dots \text{㉠}$



삼각형의 넓이가 2 이므로 $\frac{1}{2} \times (b - a) \times 1 = 2, b - a = 4 \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $a = 3, b = 7$

$\therefore ab = 21$

25. 다음 일차함수 $y = -2x - 4$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① 점 $(1, -2)$ 를 지난다.
- ② 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ③ 일차함수 $y = 2x - 4$ 의 그래프와 x 축에서 만난다.
- ④ x 의 값이 1만큼 증가할 때, y 의 값은 2만큼 증가한다.
- ⑤ 일차함수 $y = -2x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- ① $x = 1, y = -2$ 를 대입하면 $-2 \neq -2 - 4$ 이므로 점 $(1, -2)$ 를 지나지 않는다.
- ② 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ③ 일차함수 $y = 2x - 4$ 의 그래프와 y 축에서 만난다.
- ④ x 의 값이 1만큼 증가할 때, y 의 값은 -2 만큼 증가한다.
- ⑤ 일차함수 $y = -2x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 것이다.

26. 일차함수 $y = \frac{a}{2}x + a - 3$ 과 $y = -(5 - a)x + 3a$ 의 그래프가 평행할 때, $y = -\frac{(a+2)}{3}x + 2a$ 의 그래프의 x 절편은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

평행할 조건에서

$$\frac{a}{2} = -(5 - a), a = -10 + 2a \quad \therefore a = 10$$

$$y = -\frac{(a+2)}{3}x + 2a \text{ 에서 } y = -4x + 20$$

$$0 = -4x + 20 \quad \therefore x = 5$$

27. 다음 두 점 $(2, -1)$, $(-2, 1)$ 을 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는?

① $y = 2x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + 5$ ③ $y = -2x - \frac{1}{2}$

④ $y = 3x + 5$ ⑤ $y = -\frac{1}{2}x - 10$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{1 - (-1)}{-2 - 2} = -\frac{1}{2}$$

28. 용량이 5L 인 A 용기에 a 용액을 가득 담는데 필요한 시간은 50 분이고 용량이 3L 인 B 용기에 b 용액을 담는데 필요한 시간은 90 분이다. 만약 각각의 용기에 각각의 용액을 담기 시작하는 시각을 A 용기는 정해진 시각에서 t 분 늦추고 B 용기는 그 시각보다 $f(t)$ 분 일찍 용액을 담기 시작하면 A 용기가 B 용기보다 5 분 일찍 가득찬다고 할 때, 함수 $f(t)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-t + 35$

해설

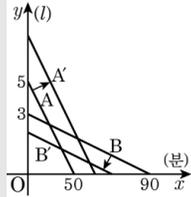
각 용기에 용액이 채워지고 남은 용량을 y L, 용액을 채우는 시간을 x 분으로 놓고 식을 세우면

A 용기의 방정식 :

$$\frac{x}{50} + \frac{y}{5} = 1 \text{ 에서 } y = -\frac{1}{10}x + 5 \cdots \textcircled{A}$$

B 용기의 방정식 :

$$\frac{x}{90} + \frac{y}{3} = 1 \text{ 에서 } y = -\frac{1}{30}x + 3 \cdots \textcircled{B}$$



A 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 t 분 늦추었으므로 \textcircled{A} 에 x 대신 $x - t$ 를 대입하면

$$y = -\frac{1}{10}(x - t) + 5 \cdots \textcircled{A'}$$

B 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 $f(t)$ 분 앞당겼으므로 \textcircled{B} 에 x 대신 $x + f(t)$ 를 대입하면

$$y = -\frac{1}{30}(x + f(t)) + 3 \cdots \textcircled{B'}$$

각각의 용기가 가득차는 시간에서 A 용기가 B 용기보다 5 분 빠르므로

$$(\textcircled{A'} \text{의 } x \text{ 절편}) - (\textcircled{B'} \text{의 } x \text{ 절편}) = 5 \text{ 이다.}$$

$$\textcircled{A'} \text{의 } x \text{ 절편은 } 50 + t, \textcircled{B'} \text{의 } x \text{ 절편은 } 90 - f(t)$$

$$90 - f(t) - 50 - t = 5 \therefore f(t) = -t + 35$$

29. 어느 공장에서 장난감 자동차를 생산하는 데 드는 비용을 조사했더니 처음 5개까지는 고정적으로 100 원의 비용이 들고 그 이후에는 개당 12 원의 비용이 든다고 한다. 이 공장에서 하루에 생산 가능한 장난감 자동차의 개수는 30 개이다. 공장에서 하루 동안 만든 장난감 자동차의 개수를 x 개, 만드는 데 드는 비용을 y 원로 하는 식을 좌표평면의 그래프로 나타낼 때, 이 그래프와 x 축, $x = 30$ 이 이루는 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6750

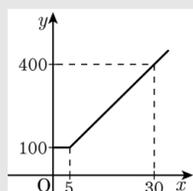
해설

(1) $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $y = 100$

(2) $5 < x \leq 30$ 일 때, $y = 100 + 12(x - 5)$

$\therefore y = 12x + 40$

이 그래프와 x 축과 $x = 30$ (x 의 최대값) 이루는 도형은 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는 $5 \times 100 + \frac{1}{2} \times \{(100 + 400) \times 25\} = 6750$ 이다.

30. 0이 아닌 상수 a, b 에 대하여 네 직선 $y = ax + b, y = -ax - b, y = -ax + b, y = ax - b$ 가 만나서 이루는 사각형을 직선 $y = mx$ ($m \neq 0$) 가 이등분할 때, 두 부분을 S_1, S_2 라 하고 두 도형의 둘레의 길이를 각각 a_1, a_2 라 한다. 이때, $\frac{4a_1a_2}{(a_1 + 2a_2)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{9}$

해설

세 직선은 $y = ax + b$ 를 각각 x 축, y 축, 원점 대칭이동한 직선 이고 만들어진 사각형은 마름모이다.

또 마름모의 대각선은 x 축과 y 축이며 대각선의 교점은 원점 이다.

마름모의 대각선의 교점을 지나는 직선은 마름모를 이등분하므로 $y = mx$ 를 기준으로 나뉜 두 도형 S_1, S_2 의 둘레의 길이는 같다.

$$a_1 = a_2$$

$$\therefore \frac{4a_1a_2}{(a_1 + 2a_2)^2} = \frac{4a_1^2}{(3a_1)^2} = \frac{4}{9}$$

31. x, y 가 자연수일 때, 미지수가 2 개인 일차방정식 $4x+y=20$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 해는 6 쌍이다.
- ② $(4, 4)$ 는 해이다.
- ③ 그래프가 제 1 사분면 위에만 나타난다.
- ④ $y=12$ 일 때, $x=2$ 이다.
- ⑤ 점 $(1, 16)$ 은 그래프 위의 한 점이다.

해설

해는 $(1, 16), (2, 12), (3, 8), (4, 4)$ 의 4 쌍이다.

32. 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = f(f(f(x)))$ 가 $f(0) = 3$, $g(5) - g(3) = -2$ 를 만족할 때, $f(4)$ 의 값을 구하여라.

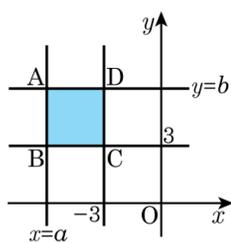
▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$g(x) = a(a(ax + b) + b) + b = a^3x + a^2b + ab + b$ 이므로
 $g(5) = 5a^3 + a^2b + ab + b$, $g(3) = 3a^3 + a^2b + ab + b$
즉, $g(5) - g(3) = 2a^3 = -2$ 이다.
 $\therefore a = -1$
 $\therefore f(x) = -x + b$
또한 $f(0) = b = 3$ 이므로 $b = 3$
 $\therefore f(4) = -4 + 3 = -1$

33. 네 직선 $x = -3, x = a, y = 3, y = b$ 의 그래프로 둘러싸인 $\square ABCD$ 의 넓이가 9 이고 $AB : AD = 1 : 1$ 일 때, ab 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

i) $\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{AB} = k, \overline{AD} = k$ 라고 하면 $k^2 = 9$, $k = 3$ ($\because k > 0$) 이다.

ii) $a = -3 - 3 = -6, b = 3 + 3 = 6$ 이다.

따라서 $ab = -36$ 이다.

34. 세 직선 $x+y-4=0$, $x+2y-10=0$, $3x+2y-a=0$ 의 교점으로 삼각형이 만들어지지 않을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

세 직선의 기울기가 서로 다르므로 한 점에서 만날 때의 a 의 값을 구한다.

$$\begin{cases} x+y=4 & \cdots \textcircled{A} \\ x+2y=10 & \cdots \textcircled{B} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{A} - \textcircled{B} \text{을 하면}$$

$$-y = -6 \quad \therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{을 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x = -2$$

$$x = -2, y = 6 \text{을 } 3x + 2y - a = 0 \text{에 대입하면}$$

$$3 \times (-2) + 2 \times 6 - a = 0 \quad \therefore a = 6$$

35. x 절편이 -3 , y 절편이 $\frac{3}{4}$ 인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = kx$ 의 그래프가 이등분할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{4}$

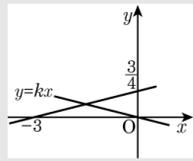
해설

x, y 절편이 각각 $-3, \frac{3}{4}$ 이므로 넓이를 구하면

$$3 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \text{이다.}$$

두 직선의 교점의 x 좌표를 m 이라고 하면

$$\frac{3}{4} \times (-m) \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \times \frac{1}{2} \text{에서 } m = -\frac{3}{2}$$



교점의 y 좌표를 n 이라고 하면

$$3 \times n \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \times \frac{1}{2} \text{에서 } n = \frac{3}{8}$$

$$k = \frac{\frac{3}{8}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4}$$