

1. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

2. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 8, 9

② 24, 27

③ 12, 51

④ 14, 35

⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

3. 어느 두 자연수의 최대공약수가 15 일 때, 두 수의 공약수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 15 ⑤ 1

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

4. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

5. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

6. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

7. 우리 반 수학 선생님은 18일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

- ① 9일 후 ② 45일 후 ③ 54일 후
④ 124일 후 ⑤ 162일 후

해설

18일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일마다 한 번씩 쪽지 시험을 친다고 하였으므로 18과 27의 최소공배수인 54일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

8. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 20 \ 6} \\ 2 \overline{) \ 6 \ 10 \ 3} \\ 3 \overline{) \ 3 \ 5 \ 3} \\ \quad 1 \ 5 \ 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

9. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $a = 2$
- ▷ 정답 : $b = 1$
- ▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

10. 200 의 소인수들의 합은?

① 6

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 소인수는 2, 5 이다.

$\therefore 2 + 5 = 7$

11. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

- ① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1 ④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

12. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3$ (지수가 작은 쪽)

13. 다음 중 두 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 공배수가 될 수 없는 것은?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

최소공배수: $2^2 \times 3^3 \times 5$

공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 배수가 된다.

14. 200 이상 300 이하인 두 수 24 와 36 의 공배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

24 와 36 의 공배수는 최소공배수인 72 의 배수이며, 200 이상 300 이하인 72 의 배수는 216 과 288 이다.

15. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x-2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x-2 = 60$ 이다. 따라서 $x = 62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

16. 두 분수 $\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{75}{n}$, $\frac{90}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 75 와 90 의 공약수이다.
75 와 90 의 최대공약수가 15 이므로 n 은 1, 3, 5, 15 이다.

17. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12

② 10

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

18. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.
- ② 가장 작은 소수는 2 이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 두 소수의 곱은 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

- ㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.
- ㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

19. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

① $2^2 \times 3^3$

② 24

③ $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

20. 504 의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다. 이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$, $y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)
 $\therefore x - y = 3 - 1 = 2$

21. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 23 개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과 합은 23개이다.

22. 자연수 N 과 24 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 120 일 때, 자연수 N 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

N 과 24 의 최대공약수가 6 이므로

$N = 6n$ 이라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6n \quad 24} \\ \underline{n \quad 4} \end{array}$$

$$6 \times n \times 4 = 120, \quad n = 5$$

$$\therefore N = 6 \times 5 = 30$$

23. 네 자리의 자연수 $364\Box$ 에 250 을 더하면 9 의 배수가 될 때, $\Box$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$364\Box + 250$ 이 9 의 배수가 되기 위해서는

$3 + 6 + 4 + \Box + 2 + 5 = 20 + \Box$ 가 9 의 배수이면 된다.

$\therefore \Box = 7$

24. $2^7 = a$, $13^b = 169$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

① 120

② 122

③ 124

④ 126

⑤ 128

해설

$2^7 = 128$, $13^2 = 169$ 이므로 $a = 128$, $b = 2$ 이다. 따라서 $a - b = 126$ 이다.

25. $n \times 5^2 \times 7^4$ 의 약수의 개수가 105 개일 때, n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

약수의 개수는 각 인수에 1 을 더한 값의 곱이므로,
 $n = a^k$ 라 두면,
 $(k + 1) \times 3 \times 5 = 105$
 $\rightarrow k + 1 = 7, k = 6$
 $\therefore n$ 의 최솟값 $= 2^6 = 64$