1. 일차방정식 $y+2x-4=0$ 의 그래프가 두 점 A $(1,m)$, B $(n,6)$ 을 지날 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $m-2=0$
㉡ $2+2n=0$
㉢ $m-3n=6$
㉣ $2(m-mn)=-12$
㉤ $m-\frac{5}{3}n=\frac{16}{3}$

① ㉠,㉡ ② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y+2x-4=0$에 A $(1,m)$을 대입하면 $m-2=0$
$y+2x-4=0$에 B $(n,6)$을 대입하면 $2+2n=0$
따라서 $m=2,\ n=-1$임을 알 수 있고,
이것을 ㉢, ㉣ ,㉤ 에 각각 대입하면 ㉢ $m-3n=5$, ㉣ $2(m-mn)=8$, ㉤ $m-\frac{5}{3}n=\frac{11}{3}$ 이 된다.

2. 두 직선 $2ax+3by=1$, $3bx+2ay=1$ 이 평행할 때, a, b 사이의 관계식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-\frac{3}{2}b$

해설

$2ax+3by=1$ 에서 $3by=-2ax+1$ 이다.

$y=-\frac{2a}{3b}x+\frac{1}{3b}$

$3bx+2ay=1$ 에서 $2ay=-3bx+1$ 이다.

$y=-\frac{3b}{2a}x+\frac{1}{2a}$

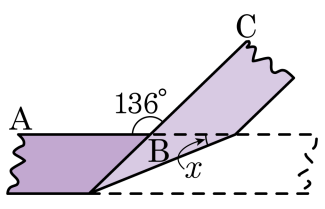
두 직선이 평행하면

기울기가 같으므로 $-\frac{2a}{3b}=-\frac{3b}{2a}$, $a^2=\frac{9}{4}b^2$ 즉, $a=\frac{3}{2}b$ 또는 $a=-\frac{3}{2}b$

y 절편은 다르므로 $\frac{1}{3b}\neq\frac{1}{2a}$, $2a\neq 3b$, $a\neq\frac{3}{2}b$

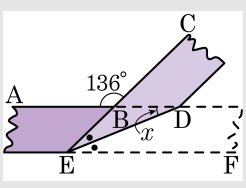
따라서 $a=-\frac{3}{2}b$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 136°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 20° ② 22° ③ 24° ④ 26° ⑤ 28°

해설



$\angle ABE = 180° - 136° = 44°$

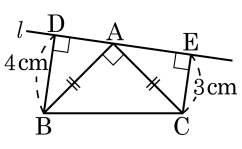
$\angle ABE = \angle BEF = 44°$ (엇각)

$\angle BED = \angle DEF = \frac{1}{2} \times 44° = 22°$ (종이 접은 각)

$\angle BDE = \angle DEF = 22°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 22°$

4. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 그은 것이다. $\overline{DE}$ 의 길이는?

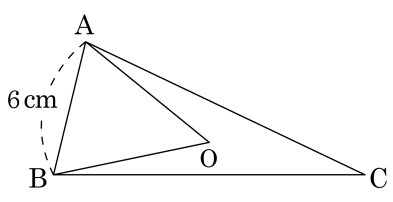


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서 $\angle BDA = \angle AEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CA}$ 이고
$\triangle ABD$ 에서 $\angle DBA + \angle BAD = 90°$ 이고
$\angle BAD + \angle CAE = 90°$ 이므로 $\angle DBA = \angle CAE$
$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{DA} = \overline{EC}$ 이므로
$\therefore \overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ 이고 삼각형 AOB의 둘레의 길이가 $20\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $49\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

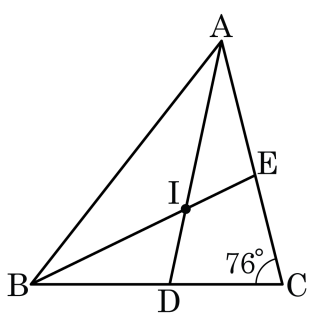
해설

점 O가 삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

삼각형 AOB의 둘레의 길이가 $20\,\text{cm}$이므로
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 6 = 20$
$\therefore\ \overline{OA} = 7(\,\text{cm})$

$\therefore\ (\triangle ABC\text{의 외접원의 넓이}) = \pi \times 7^2 = 49\pi(\,\text{cm}^2)$

6. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

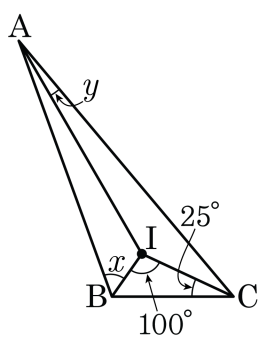
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

7. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y = (\quad\quad)^\circ$의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 65

해설

$\angle BIC = 100^\circ$, $\angle BCI = 25^\circ$이므로 삼각형 내각의 합은 180°임을 이용하면

$\angle IBC = 180^\circ - 100^\circ - 25^\circ = 55^\circ$이다.

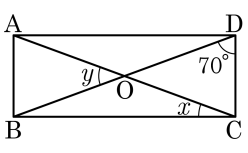
점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle x^\circ = \angle IBC = 55^\circ$이다.

또, $\angle BIC = 100^\circ$, 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$이므로

$\angle A = 20^\circ$, $y = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 20^\circ = 10^\circ$이다.

$\therefore\ \angle x + \angle y = 55^\circ + 10^\circ = 65^\circ$이다.

8. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 30° ② 40° ③ 50°

④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle ODC = \angle DCO = 70°$, $\angle x + \angle DCO = 90°$

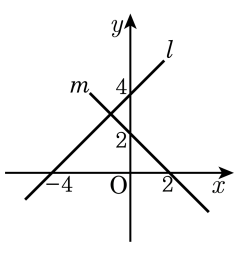
$\therefore \angle x = 90° - 70° = 20°$

$\angle ACB = \angle CBD = 20°$

$\therefore \angle y = \angle x + \angle CBD = 20° + 20° = 40°$

따라서 $\angle x + \angle y = 20° + 40° = 60°$

9. 다음 그림과 같이 두 직선이 한 점에서 만날 때, 두 직선의 방정식 l, m의 교점의 좌표는?



① $(-2,\ 3)$ ② $\left(-\frac{5}{2},\ \frac{3}{2}\right)$ ③ $(-1,\ 3)$

④ $\left(-1,\ \frac{5}{2}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{2},\ 3\right)$

해설

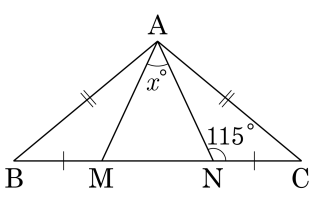
l과 m의 방정식을 구하면

$l : y = x + 4,\ m : y = -x + 2$

l과 m의 교점을 구하면

$y = 3,\ x = -1$이다.

10. $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BM} = \overline{CN}$이고, $\angle ANC = 115°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답:

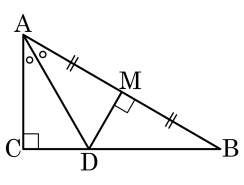
▷ 정답: 50°

해설

이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$이고
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BM} = \overline{CN}$이므로
$\triangle ABM \equiv \triangle ACN$(SAS 합동)
$\therefore \overline{AM} = \overline{AN}$

즉, $\triangle AMN$이 이등변삼각형이므로
$\angle AMN = \angle ANM = 180° - 115° = 65°$
$\therefore x = 180° - (65° \times 2) = 50°$

11. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$위의 점 D에서 만날 때, $\angle MAD$의 크기는?



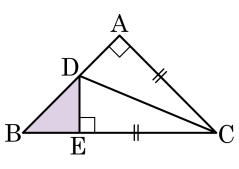
① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA합동),
$\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동)이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM$
한편 $\angle ADC + \angle ADM + \angle BDM = 180°$이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM = 60°$
따라서 $\angle MAD = 30°$이다.

12. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



① $10\,\text{cm}^2$ ② $14\,\text{cm}^2$ ③ $18\,\text{cm}^2$

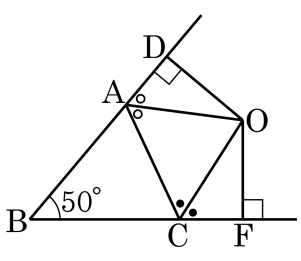
④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 6 cm, 높이 6 cm인 직각이등변삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

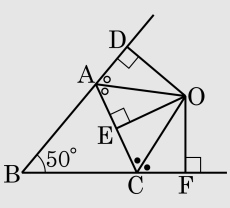
13. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 ∠A 의 외각의 이등분선과 ∠C 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, ∠B = 50° 일 때, ∠AOC 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

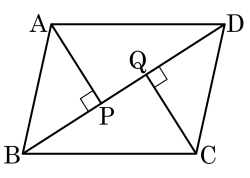
해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



△ODA ≡ △OEA (RHA합동) 이므로 ∠AOD = ∠AOE
△OEC ≡ △OFC (RHA합동) 이므로 ∠COE = ∠COF
□DBFO 에서 ∠B + ∠F + ∠DOF + ∠D = 360°
∠AOE = ∠a, ∠COE = ∠b 라 하면
$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ ∴ $\angle a + \angle b = 65°$ ∴ ∠AOC = 65°

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 11\text{cm}$, $\overline{QD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



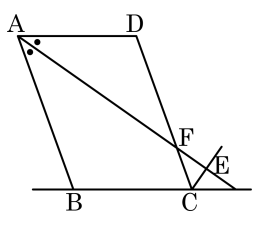
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90°$
$\overline{AB} = \overline{CD}$
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{BP} = \overline{DQ} = 7$ (cm)
$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 11 - 7 = 4$ (cm)

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 내각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, $\angle AEC =$ ( )° 이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



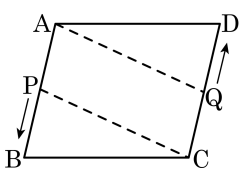
▶ 답:

▷ 정답: 90

해설

$\angle BAE = a$
$\angle DCE = b$ 라 하면
$\angle B = 2b$ 이고
$\angle A + \angle B = 180°$ 이므로
$a + b = 90°$
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAF = \angle CFE = a$
$\therefore \angle AEC = 180° - (a + b) = 90°$

16. $\overline{AB} = 100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

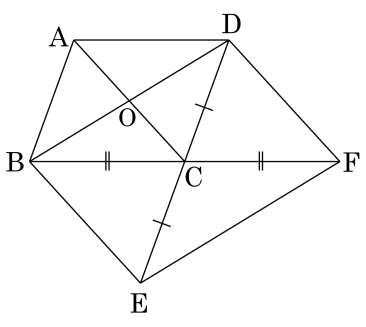
해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초) 라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초) 이다.

$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

$\therefore x = 10$ (초) 이다.

17. □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{BC} = \overline{CF}$, $\overline{DC} = \overline{CE}$ 이다. △AOD 의 넓이가 $5\,cm^2$ 일 때, □BEFD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\underline{40\,cm^2}$

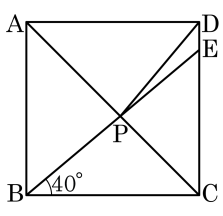
해설

$\triangle AOD = \frac{1}{4} \times$ □ABCD 이므로

$\triangle BCD = 2 \times \triangle AOD = 2 \times 5 = 10(cm^2)$

$\square BEFD = 4 \times \triangle BCD$
$= 4 \times 10$
$= 40(cm^2)$

18. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 40°$ 일 때, $\angle DPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 10°

해설

$\triangle BPC \equiv \triangle DPC$ 이므로
$\angle PDC = 40°$, $\angle BEC = 50°$ 이다.
$\angle DPE + \angle PDE = \angle BEC = 50°$ 이므로
$\angle DPE = 10°$ 이다.

19. 두 직선 $x+3y-4=0,\ x+ay-2=0$의 교점이 제2 사분면 위에 있도록 a의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답:

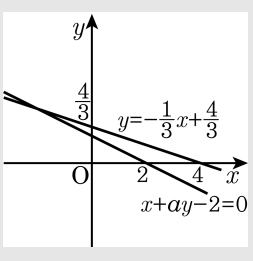
▷ 정답: $\frac{3}{2}<a<3$

해설

$x+ay-2=0,\ ay=-x+2,$

$y=-\frac{1}{a}x+\frac{2}{a}=-\frac{1}{a}(x-2)$

$\Rightarrow$ 점 $(2,0)$을 지난다.



점 $\left(0,\ \frac{4}{3}\right)$를 지날 때의 기울기

$\frac{0-\frac{4}{3}}{2-0}=\frac{-\frac{4}{3}}{2}=-\frac{2}{3}$

두 직선의 교점이 제2 사분면 위에 있으려면

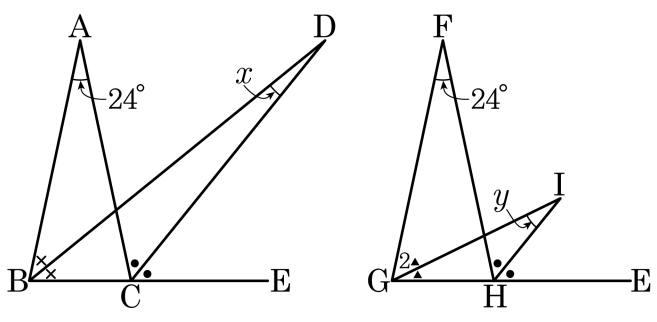
$-\frac{2}{3}<-\frac{1}{a}<-\frac{1}{3}$

$-\frac{2}{3}<-\frac{1}{a}\Rightarrow\frac{2}{3}>\frac{1}{a}\Rightarrow\frac{3}{2}<a$

$-\frac{1}{a}<-\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{1}{a}>\frac{1}{3}\Rightarrow a<3$

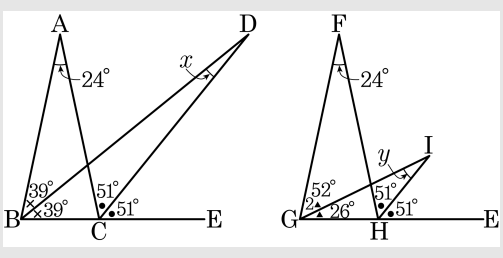
$\therefore\frac{3}{2}<a<3$

20. $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{FG} = \overline{FH}$ 인 $\triangle ABC, \triangle FGH$ 가 있다. $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle H$ 의 외각의 이등분선과 $\angle G$ 를 그림과 같이 2 : 1 로 나눈 선의 교점을 I 라고 한다. $\angle A = \angle F = 24°$ 일 때, x와 y의 차는?



① 13° ② 14° ③ 15° ④ 16° ⑤ 17°

해설

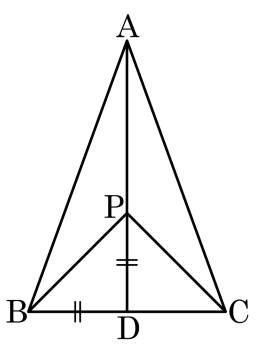


삼각형의 내각의 합은 180° 이고 $\angle BCD$ 와 $\angle GHI$ 의 크기는 같으므로

x 와 y의 차는 $\angle DBC - \angle IGH$ 와 같다.

따라서 x 와 y의 차는 $39° - 26° = 13°$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다. $\overline{PD} = \overline{BD}$ 이고 $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



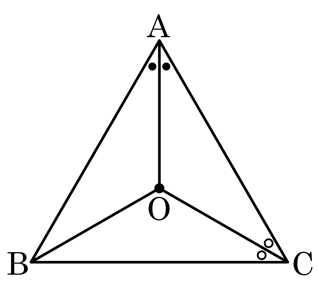
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 에서
$\overline{PB} = \overline{PC}, \overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAD = \angle CAD$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD(SAS)$ 합동
따라서 $\angle ADB = \angle ADC$
$\therefore \angle ADC = 90°$
$\therefore \overline{PD} = \overline{BD} = \overline{CD} = 6\,(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 외심이 점 O라고 할 때, $\angle AOC$의 크기는?
(단, $\angle OAC = \angle OAB = \bullet$, $\angle OCB = \angle OCA = \circ$)

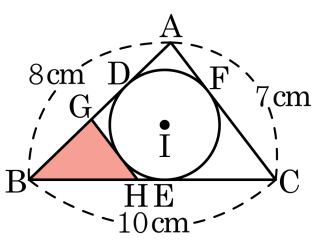


① 100° ② 105° ③ 110° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$\triangle OAB$와 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OCB = \angle OBC$
따라서 $\angle ABC = \bullet + \circ$이고 $\angle AOC = 2 \times \angle ABC$이므로
$\angle AOC = 2 \times \bullet + 2 \times \circ$이다.
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $\triangle AOC$에서
$(2 \times \bullet + 2 \times \circ) + \bullet + \circ = 180°$, $3 \times (\circ + \bullet) = 180°$, $\bullet + \circ = 60°$
$\therefore \angle AOC = 2(\bullet + \circ) = 2 \times 60° = 120°$

23. 다음 그림에서 원 I 는 △ABC 의 내접원이고, $\overline{GH}$ 는 원 I 에 접한다. 이 때, △GBH 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

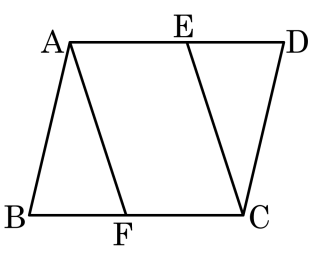
$\overline{BD} = x, \overline{CE} = y, \overline{AF} = z$ 라고 하면 $x + y = 10$, $y + z = 7$, $z + x = 8$ 에서

$x + y + z = 12.5$

$\overline{BD} = 12.5 - 7 = 5.5$

따라서 △GBH 의 둘레의 길이는 $2 \times \overline{BD} = 11$ 이다.

24. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD는 평행사변형 $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$
[결론] □AFCE는 평행사변형
[증명] □ABCD에서
$\overline{AE}=\frac{1}{2}\square=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$
즉, $\overline{AE}=\overline{FC}\cdots$㉠
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로
$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AFCE는 평행사변형이다.

① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{ED}$ ④ $\overline{BF}$ ⑤ $\overline{AD}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$
즉, $\overline{AE}=\overline{FC}$와 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}$에 의해 □AFCE는 평행사변형이다.

25. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은?

① $\overline{AO} = 3cm$, $\overline{CO} = 4cm$, $\overline{DO} = 4cm$, $\overline{BO} = 3cm$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점)

② $\angle A = 150°$, $\angle B = 30°$, $\angle C = 150°$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = 6cm$, $\overline{BC} = 6cm$

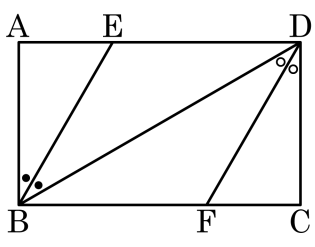
④ $\overline{AB} = 10cm$, $\overline{AD} = 10cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\overline{CD} = 8cm$

⑤ $\angle A = 110°$, $\angle C = 110°$, $\angle D = 60°$

해설

② $\angle D = 360° - (150° + 30° + 150°) = 30°$ 이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.
따라서 □ABCD는 평행사변형이다.

26. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$는 각각 $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이다. $\overline{BE} = \overline{BF}$일 때, $\angle BED$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____°

▷ 정답: 120 °

해설

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각)
$\overline{BE} = \overline{BF}$이므로 $\angle EBD = \angle DBF = 30°$
$\angle BED = 180° - 60° = 120°$