

1. 다음 중 부분집합의 개수가 16 개인 집합은?

- ① $\{x \mid x\text{는 } 5\text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x\text{는 } 17\text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x\text{는 } 15\text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤ $\{x \mid x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② $2^{16} = 65536$ (개)
- ③ $2^7 = 128$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^4 = 16$ (개)

2. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15개

해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.
따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) - 1 (개)가 된다.

따라서 $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ (개)이다.

3. 집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$\{a, b, c, d\}$ 으로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 2, 4\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼

2를 곱한 값과 같다.

따라서 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

5. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

- ① $y = \frac{1}{2}x - 1$ ② $y = \frac{1}{2}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + 1$
④ $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ⑤ $y = -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$$y = 2x - 2, x = \frac{1}{2}y + 1 \text{ } x, y \text{ 를 바꿔주면}$$
$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

6. 다음 그림의 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(1) + f^{-1}(2)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$f(2) = 1, \quad f(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(1) = 2, \quad f^{-1}(2) = 1 \\ \therefore f^{-1}(1) + f^{-1}(2) = 2 + 1 = 3$$

7. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

- ① $y = x - 2$ ② $y = x + 2$ ③ $y = -x - 2$
④ $y = -x + 2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$$x = y + 2$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

8. 함수 $y = -x - 1$ 의 역함수의 그래프에서 x 절편을 a , y 절편을 b 라 할 때, ab 의 값은 얼마인가?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -x - 1$ 에서 $x = -y - 1$
여기서 x 와 y 를 바꾸면 역함수는 $y = -x - 1$

따라서 x 절편 $a = -1$, y 절편 $b = -1$ 이므로

$$ab = 1$$

9. 함수 $f(x) = ax + b$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가? (단 a, b 는 실수)

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x) \text{므로}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2 \text{의 역함수는}$$

$$f(x) = ax + b \text{이다.}$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2 \text{로 놓고 } x, y \text{를 서로 바꾸면}$$

$$x = \frac{1}{3}y + 2, y = 3x - 6$$

$$a = 3, b = -6$$

$$\therefore a + b = -3$$

10. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$
이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ } \circ \text{[and]} \frac{1}{a} = -1 \text{ } \circ \text{[and]}$$

$$\therefore a = -1$$

11. 일차함수 $y = px + q$ 의 역함수가 $y = -5x + 7$ 일 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 는?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ 4 ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 8

해설

$y = -5x + 7$ 의 역함수를 구하면

$$x = -5y + 7, \quad y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$p = -\frac{1}{5}, \quad q = \frac{7}{5}$$

$$\therefore p + q = \frac{6}{5}$$

12. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

- ① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + 1$ ③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + 2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

해설

$y = 2x - 2$ 를 x 에 대하여 풀면
 $x = \frac{1}{2}y + 1$ x 와 y 를 바꾸면 구하는 역함수는
 $\therefore y = \frac{1}{2}x + 1$

13. 집합 A 에 대하여 안에 공통으로 들어가는 집합을 써넣라.

(1) $A \cup \emptyset = \boxed{\quad}$

(2) $A \cap A = \boxed{\quad}$

(3) $A \cup A = \boxed{\quad}$

▶ 답:

▷ 정답: A

해설

(1) \emptyset 은 집합 A 에 포함되므로 $A \cup \emptyset = A$ 이다.

(2) $A \cap A = A$

(3) $A \cup A = A$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(답 2 개)

① $A \cap A = \emptyset$

② $A \cap \emptyset = A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $B \subset (A \cap B)$

해설

① $A \cap A = A$

② $A \cap \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset A$

15. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

①



②



③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

16. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x + k & (x \geq 0) \\ -x + k & (x < 0) \end{cases}$$
 가 $f^{-1}(2) = -3$ 을 만족시킬 때, $f(5)$ 의
값은 얼마인가?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$f^{-1}(2) = -3 \text{ 에서 } f(-3) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{ 이므로 } f(x) = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 0) \\ -x - 1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

17. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 성립하는 것은?

① $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$

② $\textcircled{2} A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$

③ $A^c \cup (B \cap C)^c = U - (A \cup B \cup C)$

④ $A \cup (A \cap B)^c = \emptyset$

⑤ $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = B$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad A - (B \cup C) &= A \cap (B \cup C)^c \\ &= A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= (A \cap B^c) \cap (A \cap C^c) \\ &= (A - B) \cap (A - C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad A - (B - C) &= A \cap (B - C)^c \\ &= A \cap (B^c \cup C) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C) \\ &= (A - B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad A^c \cup (B \cap C)^c &= A^c \cup (B^c \cup C^c) \\ &= A^c \cup B^c \cup C^c \\ &= (A \cap B \cap C)^c \\ &= U - (A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad A \cup (A \cap B)^c &= A \cup (A^c \cup B^c) \\ &= (A \cup A^c) \cup B^c \\ &= U \cup B^c = U \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad (A \cup B) \cap (A \cup B^c) &= A \cup (B \cap B^c) \\ &= A \cup \emptyset = A \end{aligned}$$

18. 100가구가 사는 마을에서 A , B , C 의 세 신문을 구독하고 있다. A , B , C 의 신문을 보는 가구 수가 각각 45, 48, 50이고, 세 신문을 모두 보는 가구 수는 5이다. 이때, 한 종류의 신문만을 구독하는 가구 수는?(단, 신문을 보지 않는 가구는 없다.)

- ① 33가구 ② 40가구 ③ 62가구
④ 81가구 ⑤ 95가구

해설

마을 전체의 집합을 U , A , B , C 신문을 보는 집합을 각각 A , B , C 라 하면

$$n(A) = 45, n(B) = 48, n(C) = 50$$

$$n(A \cap B \cap C) = 5$$

신문을 보지 않는 가구가 없으므로

$$n(A^c \cap B^c \cap C^c) = 0$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = n(U) = 100$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B)$$

$$-n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$$

$$= 45 + 48 + 50 - 100 + 5 = 48$$

따라서 한 종류의 신문만을 구독하는 가구 수는

$$n(U) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 2n(A \cap B \cap C)$$

$$= 100 - 48 + 2 \times 5 = 62$$

19. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하고, $g(0) = 5$ 라 한다. 또 $f(2x+1) = h(x)$ 라 하고, $h(x)$ 의 역함수를 $l(x)$ 라 할 때, $l(0)$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$l(0) = k \text{ 라 하면 } h(k) = 0, f(2k+1) = h(k) = 0 \\ f(5) = 0, 2k+1 = 5, k = 2$$

20. 다음은 ‘ x, y 가 자연수일 때, xy 가 짝수이면 x 또는 y 가 짝수이다.’ 를 증명하는 과정이다.(가), (나), (다)에 들어갈 말로 알맞게 짹지어진 것은?

주어진 명제의 대우는 ‘자연수 x, y 에 대하여 x 와 y 가 (가) 이면 xy 도 (가) 이다.’ 이다.

$x = 2a - 1, y = 2b - 1$ (a, b 는 자연수) 라 하면

$xy = (2a - 1)(2b - 1) = 2(2ab - a - b) + 1$ 이므로 xy 는 (나) 가 된다.

따라서, 대우가 (다) 이므로 주어진 명제도 (다) 이다.

- ① 짝수, 홀수, 참
② 짝수, 짝수, 참
③ 짝수, 짝수, 거짓
**④ 홀수, 홀수, 참
⑤ 홀수, 홀수, 거짓**

해설

주어진 명제의 대우는 ‘자연수 x, y 에 대하여 x 와 y 가 홀수이면 xy 도 홀수이다.’ 이다.

$x = 2a - 1, y = 2b - 1$ (a, b 는 자연수) 라 하면

$xy = (2a - 1)(2b - 1) = 2(2ab - a - b) + 1$ 이므로 xy 는 홀수가 된다.

따라서, 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.