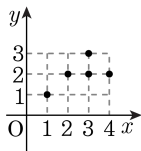
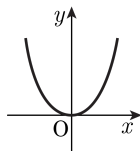


1. 다음 그래프 중에서 함수의 그래프는?

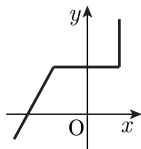
①



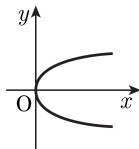
②



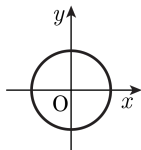
③



④



⑤

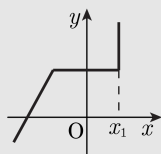


해설

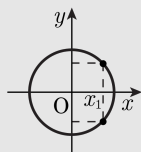
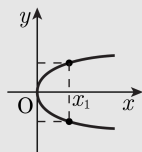
X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응되어야 한다.

① $f(3) = 2, f(3) = 3$ 이므로 함수가 아니다.

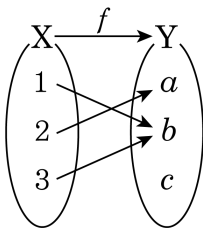
③ x_1 에 대응하는 y 의 값이 무수히 많으므로 함수가 아니다.



④, ⑤ x_1 에 대응하는 y 의 값이 2개이므로 함수가 아니다.



2. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$ ② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$
③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$ ④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$
⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

해설

3. 두 함수 $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(f \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

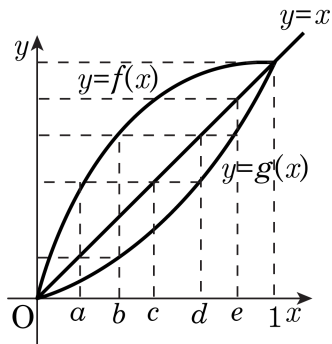
⑤ 2

해설

$$f(1) = 0 \text{ 이므로 } (g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$$

$$\therefore (f \circ g \circ f)(1) = f(1) = 0$$

4. 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$ 라 하면,

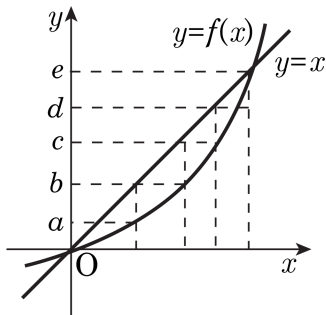
$f(x) = d \quad \therefore x = b$

$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$

$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$

$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

5. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \cdot f)^{-1}(b)$ 의 값은?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$$(f \cdot f)^{-1}(b) = (f^{-1} \cdot f^{-1})(b)$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(b))$$

$$f^{-1}(b) = k \text{ 라고 하면, } f(k) = b$$

$$\therefore k = c$$

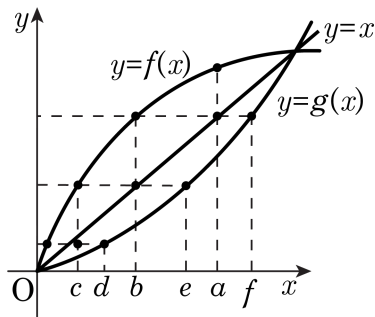
$$\therefore f^{-1}(f^{-1}(b)) = f^{-1}(c)$$

$$\text{또, } f^{-1}(c) = t \text{ 라고 하면, } f(t) = c$$

$$\therefore t = d$$

$$\therefore (f \cdot f)^{-1}(b) = d$$

6. 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이때, $(f \circ f \circ g)^{-1}(a)$ 의 값은?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$(f \circ f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1} \dots \dots \textcircled{\Gamma}$ 이고

$f^{-1}(a) = k$ 라 하면 $f(k) = a$ 에서 $k = b$

$\therefore f^{-1}(a) = b \dots \dots \textcircled{\Delta}$

$f^{-1}(b) = l$ 이라 하면 $f(l) = b$ 에서 $l = c$

$\therefore f^{-1}(b) = c \dots \dots \textcircled{\ominus}$

$g^{-1}(c) = m$ 이라 하면 $g(m) = c$ 에서 $m = d$

$\therefore g^{-1}(c) = d \dots \dots \textcircled{\boxplus}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta}, \textcircled{\ominus}, \textcircled{\boxplus}$ 에서

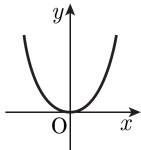
$(f \circ f \circ g)^{-1} = (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(a)$

$= g^{-1}[f^{-1}\{f^{-1}(a)\}]$

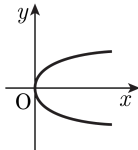
$= g^{-1}\{f^{-1}(b)\} = g^{-1}(c) = d$

7. 다음 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프로서 적당한 것은 무엇인가?

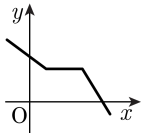
①



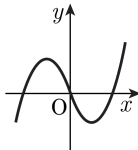
②



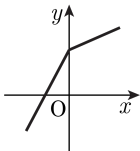
③



④



⑤



해설

주어진 그래프 중 일대일대응인 것을 찾으면 ⑤이다.

8. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

9. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(2)$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$f^{-1}(2) = a$ 라 하면, $f(a) = 2$ 이므로 $2a - 3 = 2$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

10. $f(x) = 2x - 3$ 이고 $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$ 를 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \Leftrightarrow (g \circ f)(2x) = x$$

$$\Leftrightarrow g(f(2x)) = x$$

$$f(2x) = 2 \bullet 2x - 3 = 4x - 3$$

$$\therefore g(f(2x)) = g(4x - 3) = x$$

$$4x - 3 = 1 \text{ 에서 } x = 1 \text{ 이므로}$$

$$g(4x - 3) = x \text{ 의 양변에 } x = 1 \text{ 을 대입하면 } g(1) = 1$$

11. 함수 $f(x) = 4x^2 - kx (x \geq 0)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 하고 $f^{-1}(2) = 1$ 일 때, $(f \circ f^{-1})(2) - (f^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$f^{-1}(2) = 1 \text{ 이므로 } f(1) = 2$$

$$\text{따라서 } f(1) = 4 - k = 2$$

$$\therefore k = 2$$

$$(f \circ f^{-1})(2) = f(f^{-1}(2)) = f(1) = 2$$

$$(f^{-1} \circ f)(1) = f^{-1}(f(1)) = f^{-1}(2) = 1$$

$$\therefore (f \circ f^{-1})(2) - (f^{-1} \circ f)(1) = 1$$

12. 함수 $f(x) = 3x - 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $(g \circ g)(a) = 2$ 를 만족하는 상수 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$(g \circ g)(a) = 2 \text{ 에서}$$

$$(g^{-1} \circ g^{-1} \circ g \circ g)(a) = (g^{-1} \circ g^{-1})(2)$$

$$\therefore a = (g^{-1} \circ g^{-1})(2)$$

$$= (f \circ f)(2) = f(f(2))$$

$$= f(4) = 10$$

13. 함수 $f(x) = 2x - 5$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$ 에서 x 와 y 를 바꾸면 $x = 2y - 5$
 $x = 2y - 5$ 를 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

|다른풀이| $f^{-1}(-3) = a$ 로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$

14. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$, $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면

$$f(a) = 1, f(b) = 5$$

$f(x) = 2x + 5$ 이므로

$$f(a) = 1 \text{ 에서 } 2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$$

$$f(b) = 5 \text{ 에서 } 2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

15. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓으면,

$f(1) = -1$, $f(2) = 3$ 이므로

$$f(1) = a + b = -1, f(2) = 2a + b = 3$$

즉, $a = 4$, $b = -5$

$$\therefore f(x) = 4x - 5$$

$f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$

$$4a - 5 = 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } f^{-1}(1) = \frac{3}{2}, 2f^{-1}(1) = 3$$

16. 두 함수 $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -x + 3$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2)$ 의 값은 얼마인가?

- ① 3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -x + 3$ 에 대하여

$(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(g^{-1}(2))$ 이므로

$g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$

$-k + 3 = 2$ 에서 $k = 1$

$(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(1) = m$ 으로 놓으면,

$f(m) = 1$ 에서 $2m - 5 = 1$

$\therefore m = 3$

17. $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$ 일 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$ 라 놓으면,

$$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4 \text{ 이므로 } f(a) = -2$$

$$\text{또, } f(1) = -2 \cdot 1 = -2$$

$$\therefore a = 1$$

18. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여, $f(1) = 2$, $f^{-1}(-2) = -1$ 일 때, $f^{-1}(8)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$f(1) = 2 \text{ 에서 } a + b = 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f^{-1}(-2) = -1 \text{ 에서 } f(-1) = -2$$

$$\therefore -a + b = -2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠과 ㉡를 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = 0$

$$\therefore f(x) = 2x$$

이 때, $f^{-1}(8) = k$ 라 하면 $f(k) = 8$

따라서, $2k = 8$ 에서 $k = 4$

$$\therefore f^{-1}(8) = 4$$

19. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

$$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

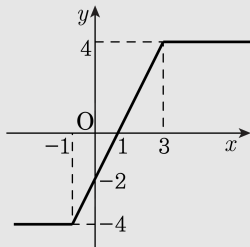
$$y = x + 1 - (x - 3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$

$$= 8$$



20. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고

$g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로

$\therefore f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$