

1. 다음 중 틀린 것은?

① $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

② $\{1, 2\} \supset \{1, 2, 3\}$

③ $\{2, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

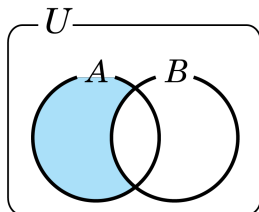
④ $\{5, 10\} \not\subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$

해설

② $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

2. 다음 중에서 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 집합으로 옳게 표현한 것은?



① A^c

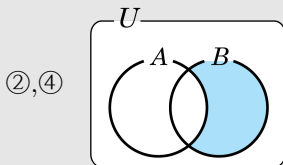
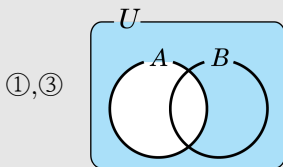
② $B - A$

③ $U - A$

④ $B \cap A^c$

⑤ $A \cap B^c$

해설



3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.
- ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.
- ③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.
- ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
- ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)
- ② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$
 $\therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
- ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소
 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
- ④ (참)
- ⑤ (참)

4. $2a + 3b = 12$ 를 만족하는 양수 a, b 에 대하여 ab 의 최댓값을 구하면?

① 12

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

$$12 = 2a + 3b \geq 2\sqrt{6ab}$$

$$6 \geq \sqrt{6ab}, \quad 36 \geq 6ab \quad \therefore 6 \geq ab$$

5. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.

$$\therefore 4^3 = 64$$

$$\therefore a + b = 64$$

6. 집합 $X = \{1, 2\}$, $Y = \{a, b\}$ 라 할 때, 집합 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하면?

① 1 가지

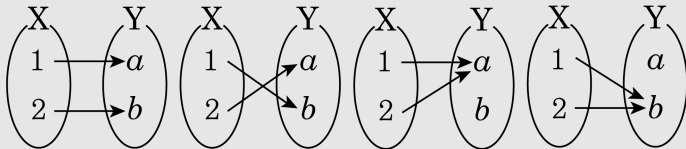
② 2 가지

③ 3 가지

④ 4 가지

⑤ 5 가지

해설



$\therefore$ 4 가지

7. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 3가지

▷ 정답: 3가지

해설

함수 f 가 상수함수인 경우는

$$f(1) = f(2) = f(3) = a$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = b$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = c \text{ 의 3가지이다}$$

8. $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하면?

① 6 개

② 8 개

③ 18 개

④ 24 개

⑤ 27 개

해설

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

9. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 일대일 대응은 몇 가지인가?

① 6

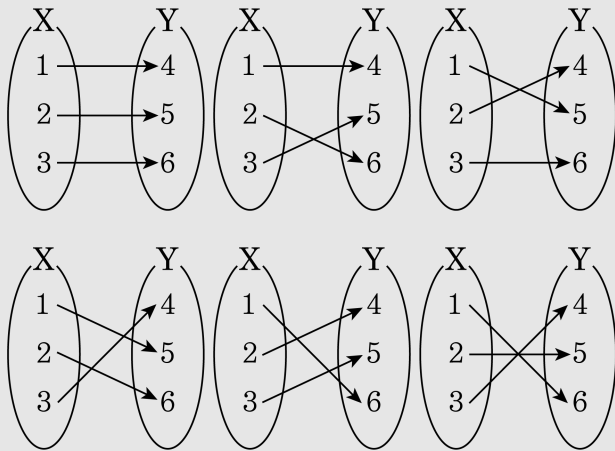
② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설



$\therefore$ 6가지

10. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

a, b, c 에 대응하는 원소를

순서쌍 $(f(a), f(b), f(c))$ 으로 나타내면

$(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2),$

$(3, 2, 1)$ 이므로

X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수는 6개이다.

11. 함수 $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

12. 함수 $f(x) = mx + n$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$, $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 7$ 에서 $f(f(2)) = f(3) = 7$

$$2m + n = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3m + n = 7 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m = 4, n = -5$

$$\therefore m + n = -1$$

13. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고

$g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로

$$f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$$

14. 두 함수 f, g 를 $f(x) = x - 1, g(x) = 2x + 4$ 로 정의할 때, $(f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f \\ &= f \cdot (f^{-1} \cdot g^{-1}) \cdot f \\ &= g^{-1} \cdot f \\ \therefore (f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3) \\ &= (g^{-1} \cdot f)(3) \\ &= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(2) \\ &\text{이 때, } g^{-1}(2) = a \text{라 하면} \\ &g(a) = 2 \text{에서 } 2a + 4 = 2 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

15. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

① $(f^{-1})^{-1} = f$

② $g \circ f \neq f \circ g$

③ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

④ $f \circ f^{-1} = I$

⑤ $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$$

즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

16. 다음 중 일반적으로 성립하는 성질이 아닌 것은 무엇인가?

① $g \circ f = f \circ g$

② $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

③ $(f^{-1})^{-1} = f$

④ $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

⑤ $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

해설

합성함수의 성질에서
교환법칙은 성립하지 않는다.

17. 집합 $A = \{2, 4, 8, 16, 22\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 4의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 12 개

② 24 개

③ 28 개

④ 34 개

⑤ 36 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 4의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 22 로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.

$$\therefore 32 - 4 = 28 \text{ (개)}$$

18. 세 조건 p, q, r 에 대하여 q 는 p 의 필요조건, q 는 r 의 충분조건이고 r 는 p 의 충분조건이다. 이 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.



답:

조건



정답: 필요충분조건

해설

q 는 p 의 필요조건이므로 $p \Rightarrow q \dots\dots \textcircled{㉠}$

q 는 r 의 충분조건이므로 $q \Rightarrow r \dots\dots \textcircled{㉡}$

r 는 p 의 충분조건이므로 $r \Rightarrow p \dots\dots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로

$p \Rightarrow r \dots\dots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉤}$ 에서 $r \Rightarrow p, p \Rightarrow r$ 이므로 $r \leftrightarrow p$ 이다.

$\therefore$ 필요충분조건

19. 다음 중 정의역이 $\{0, 1, 2\}$ 인 함수 f 의 그래프가 될 수 있는 것은?

① $\{(0, 1), (1, 2)\}$

② $\{(0, 1), (1, 1), (2, 1)\}$

③ $\{(1, 2), (1, 0), (2, 2)\}$

④ $\{(0, 1), (0, 2), (2, 0)\}$

⑤ $\{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

해설

$f(0) = a, f(1) = b, f(2) = c$ 라 하면,
함수 f 의 그래프는
 $(0, a), (1, b), (2, c)$ 의 꼴이어야 한다.

20. 어느 반 학생들 중 형이 있는 학생은 25 명, 동생이 있는 학생은 18 명, 형과 동생이 모두 있는 학생은 14 명, 형과 동생이 모두 없는 학생은 2 명이다. 형이 없거나 동생이 있는 학생은 몇 명인가?

① 18 명

② 19 명

③ 20 명

④ 21 명

⑤ 22 명

해설

$n(A) = 25, n(B) = 18, n(A \cap B) = 14, n((A \cup B)^c) = 2$ 이다.

$n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 18 + 2 = 20$ 이다.