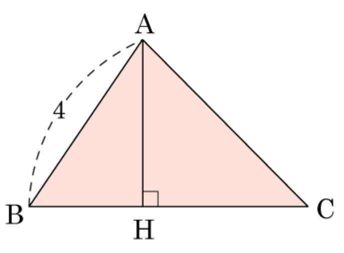
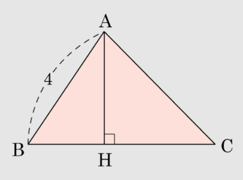
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 4$, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $\overline{HC}$ 의 길이를 제곱한 값은?



① 6 ② 9 ③ 12 ④ 18 ⑤ 24

해설



$\sin B = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\frac{\overline{AH}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3},\ \overline{BH} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$

$\sin C = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\frac{2\sqrt{3}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

$\therefore \overline{AC} = 6,\ \overline{HC} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{HC}^2 = 24$

2. $\tan A = 2$ 일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$ 의 값을 구하여라. (단, $0° \le A \le 90°$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

$\tan A = 2$ 를 만족하는 직각삼각형 ABC 를 만들면

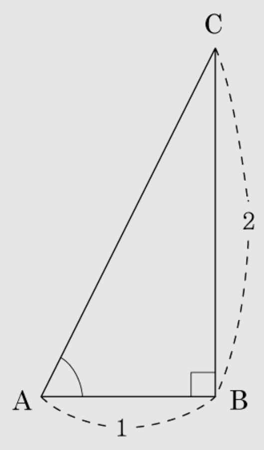
$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

$\cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin^2 A - \cos^2 A$

$= \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$



3. $\sin^2 30° \times \tan^2 60° \div \cos^2 60°$ 의 값을 구하여라.

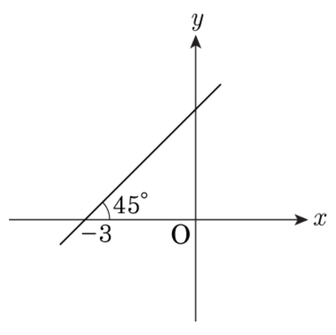
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(준식) $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (\sqrt{3})^2 \div \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$= \frac{1}{4} \times 3 \times 4 = 3$

4. 다음 그림과 같이 x절편이 -3이고, x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $45°$인 직선의 방정식을 $y = ax + b$라 할 때, $a + b$의 값을 구하면?

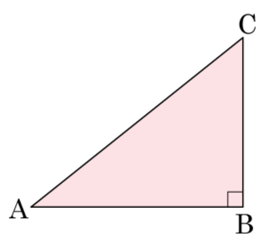


① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = ax + b$에서 기울기 $a = \tan 45° = 1$
$y = x + b$에서 $(-3, 0)$을 대입하면
$0 = -3 + b, b = 3$
$\therefore\ a + b = 4$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} : \overline{BC} = 8 : 5$ 일 때, $\dfrac{\sin A \times \cos A}{\tan A}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{39}{64}$

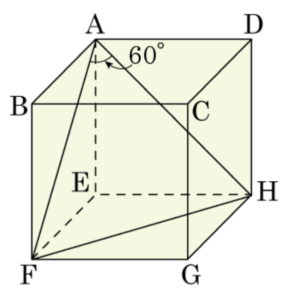
해설

$\overline{AC} : \overline{BC} = 8 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = 8x$, $\overline{BC} = 5x$ ($\because x > 0$ 인 상수) 라 하면 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AB} = \sqrt{(8x)^2 - (5x)^2} = \sqrt{39}x$ 이다.

$\Rightarrow \sin A = \dfrac{5x}{8x} = \dfrac{5}{8}$, $\cos A = \dfrac{\sqrt{39}x}{8x} = \dfrac{\sqrt{39}}{8}$, $\tan A = \dfrac{5x}{\sqrt{39}x} = \dfrac{5}{\sqrt{39}}$

따라서 $\dfrac{\sin A \times \cos A}{\tan A} = \dfrac{\frac{5}{8} \times \frac{\sqrt{39}}{8}}{\frac{5}{\sqrt{39}}} = \dfrac{\frac{5\sqrt{39}}{64}}{\frac{5}{\sqrt{39}}} = \dfrac{39}{64}$ 이다.

6. 다음은 정육면체에서 $\angle HAF = 60°$ 이고, $\triangle AFH$ 의 넓이가 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 일 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: ____________ cm

▷ 정답: 4 cm

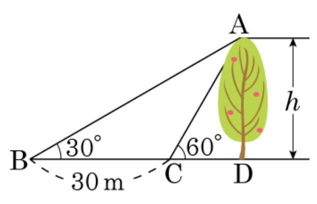
해설

$\angle HAF = 60°$ 이고, $\overline{AF} = \overline{AH}$ 이므로 $\triangle AFH$ 는 정삼각형이다.

따라서 $8\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \overline{FH}^2$ 이므로 $\overline{FH} = 4\sqrt{2}\text{cm} = \overline{AF} = \overline{AH}$

$\square EFGH$ 에서 $\angle HFG = 45°$ 이므로 $\overline{FG} = \overline{FH} \times \sin 45° = 4\,\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림에서 나무의 높이 h는? (단, $\sqrt{3} = 1.7$로 계산한다.)



① 21.5m ② 22.5m ③ 23.5m

④ 24.5m ⑤ 25.5m

해설

$\angle BAC = 30°$ 이므로

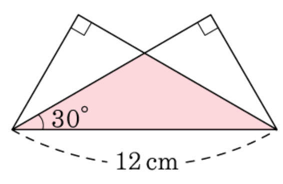
$\overline{BC} = \overline{AC} = 30(m)$

$\triangle ACD$ 에서

$$\begin{aligned} h &= 30 \sin 60° \\ &= 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 15\sqrt{3} \\ &= 15 \times 1.7 = 25.5(m) \end{aligned}$$

$\therefore\ h = 25.5m$

8. 다음 그림과 같이 합동인 두 직각삼각형의 빗변을 겹쳐 놓았을 때, 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.



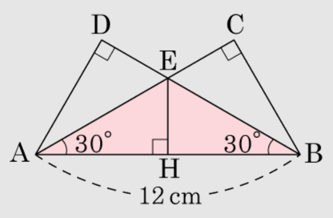
① $12\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$　② $12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$　③ $24\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$
④ $24\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$　⑤ $24\sqrt{6}\ (\mathrm{cm}^2)$

해설

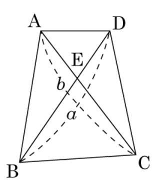
$\overline{AE} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{AH} = \overline{BH} = 6\ (\mathrm{cm})$

$\overline{EH} = 6\tan 30° = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle ABE = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{EH}$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 2\sqrt{3}$
$= 12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$



9. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 a, b 인 사각형의 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}ab$ 라 할 때, 둔각인 $\angle\mathrm{DEC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 120 °

해설

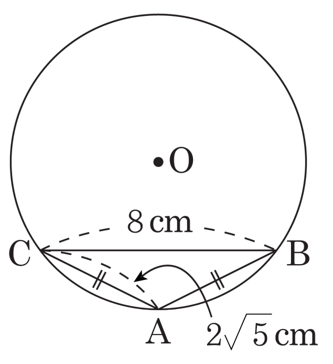
$\angle\mathrm{DEC} = x$ 라 하면

$$(\square\mathrm{ABCD}\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin(180° - x) = \frac{\sqrt{3}}{4}ab$$

$$\sin(180° - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$180° - x = 60°,\ x = 120°$

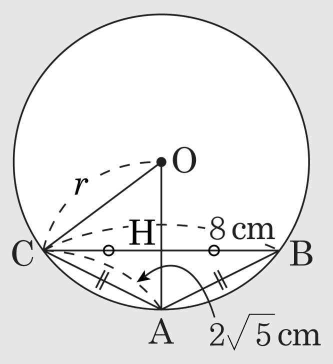
10. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{5}$cm, $\overline{BC} = 8$cm 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답： ＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답： 5 cm

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그어 $\overline{OC}$ 의 길이를 r 이라 하고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 교점을 H 라 하면 $\overline{OA}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = 4\,(\text{cm})$

$\triangle$HCA 에서 $\overline{HA} = \sqrt{\left((2\sqrt{5})\right)^2 - 4^2} = 2\,(\text{cm})$

$\triangle$OCH 에서 $\overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$

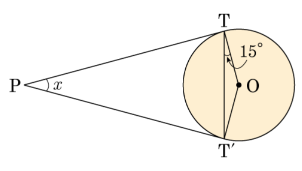
$r^2 = 4^2 + (r-2)^2$

$r^2 = 16 + r^2 - 4r + 4$

$4r = 20$

$\therefore r = 5\,(\text{cm})$

11. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 접선이고, 두 점 T, T′ 은 접점이다. $\angle OTT' = 15°$ 일 때, $\angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



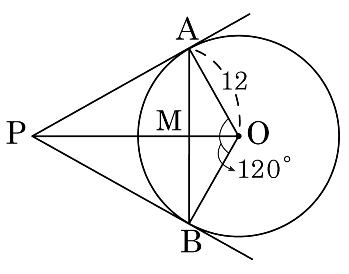
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\angle PTO = \angle PT'O = 90°$
$\angle PTT' = 90° - 15° = 75°$
$\triangle PTT'$ 은 이등변삼각형이므로
$\angle TPT' = 180° - 75° - 75° = 30°$

12. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선은 각각 점 A, B 에서 접한다. $\angle AOB = 120°$, $\overline{AO} = 12$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle APB = 60°$ ② $\overline{PA} = 12\sqrt{3}$ ③ $\overline{AB} = 12$

④ $\angle OAB = 30°$ ⑤ $\overline{OB} = 12$

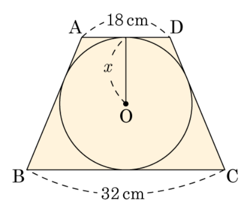
해설

$\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로

$\triangle PAO$ 에서 $\overline{PA} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1 = \overline{PA} : 12$

$\therefore \overline{AB} = \overline{PA} = 12\sqrt{3}$

13. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} =$ 18cm , $\overline{\mathrm{BC}} = 32$cm 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



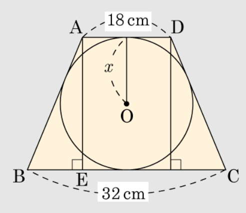
① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{CD}} = 18 + 32 = 50(\mathrm{cm})$

□ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 25(\mathrm{cm})$

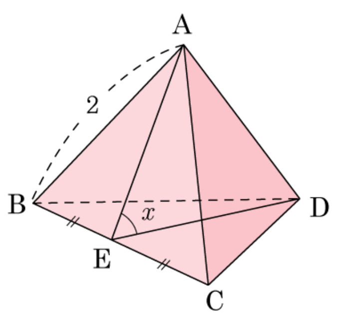


점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

$\overline{\mathrm{BE}} = 7(\mathrm{cm}) \quad \therefore \overline{\mathrm{AE}} = 2x = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\mathrm{cm})$

$\therefore x = 24 \times \dfrac{1}{2} = 12(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$\overline{BE} = 1$ 이고 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$,

$\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$

$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

15. x 에 관한 이차방정식 $2x^2-11x+a=0$ 의 한 근이 $\sin 90° + \cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

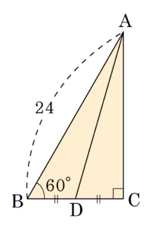
① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2-11x+a=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면, $2\times2^2-11\times2+a=0$

$8-22+a=0,\ a=14$

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 24$, $\angle B = 60^\circ$ 이고 점D 가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?

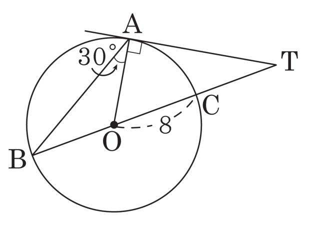


① $6\sqrt{13}$ ② 6 ③ 12 ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{13}$

해설

1) $\overline{AC} = 24\sin 60^\circ = 12\sqrt{3}$
$\overline{BC} = 24\cos 60^\circ = 12$
$\overline{DC} = 6$
2) $\overline{AD} = \sqrt{6^2 + (12\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{13}$

17. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

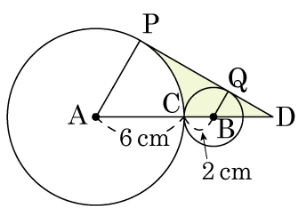


① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 8$
$1 : 2 = 8 : \overline{OT}$ $\therefore \overline{OT} = 16$
$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

18. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm , 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?

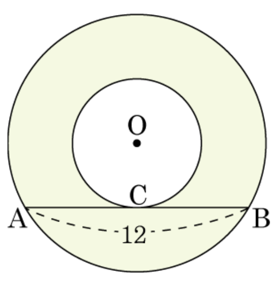


① $(18\sqrt{2}-3\pi)\ \mathrm{cm}^2$
② $(18\sqrt{2}-6\pi)\ \mathrm{cm}^2$
③ $(18\sqrt{3}-3\pi)\ \mathrm{cm}^2$
④ $(36-6\pi)\ \mathrm{cm}^2$
⑤ $(18\sqrt{3}-6\pi)\ \mathrm{cm}^2$

해설

(1) $\triangle PAD \backsim \triangle QBD$ 이므로
$\overline{BD} = x\mathrm{cm}$ 라 하면,
$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$
$2 : 6 = x : (x+8)$
$\therefore\ x = 4$
(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서
부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.
$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2-6^2} = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
따라서, $\angle PAC = 60°$ 이므로
(색칠한 부분의 넓이)
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60°}{360°}$
$= (18\sqrt{3}-6\pi)\ \mathrm{cm}^2$ 이다.

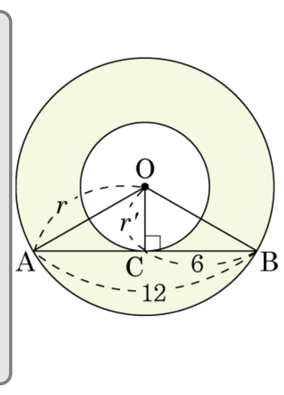
19. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



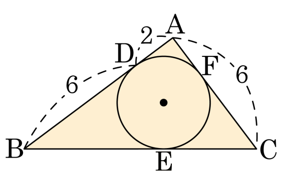
① 20π ② 25π ③ 30π ④ 36π ⑤ 40π

해설

큰 원의 반지름의 길이를 r, 작은 원의 반지름의 길이를 $r\prime$ 이라고 하자.
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로
$\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6$
직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r\prime^2 = 6^2$
(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r\prime^2 = \pi(r^2 - r\prime^2) = 36\pi$



20. 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10　② $10\sqrt{3}$　③ 18

④ 24　⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$

$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$

$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$

$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6$ 이다.

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로

이 삼각형은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$