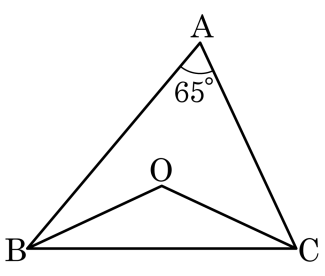
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 65°$ 일 때, $\angle OBC + \angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



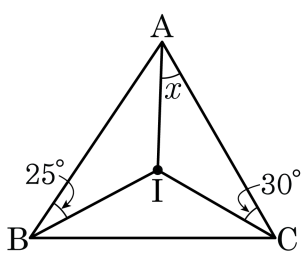
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle OAB = \angle OBA, \angle OAC = \angle OCA$ 이므로
$\angle OBA + \angle A + \angle OCA = 2 \times 65° = 130°$
$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 180° - 130° = 50°$

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① 30° ② 31° ③ 32° ④ 33° ⑤ 35°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

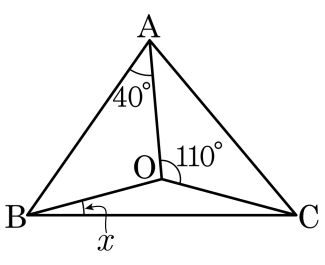
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$이다.

삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

3. 다음 △ ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



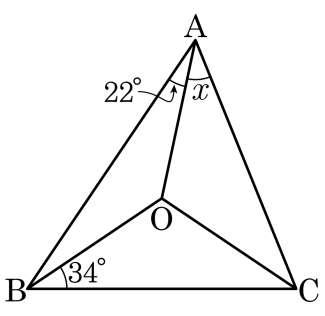
① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

△AOC 에서 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180°$, $\angle OCA = 35°$

$\angle OAB + \angle OCA + \angle x = 90°$, $\angle x = 90° - 40° - 35° = 15°$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 22°$, $\angle OBC = 34°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



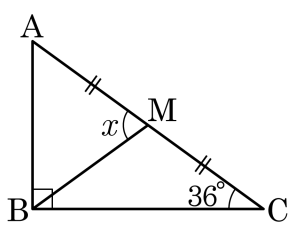
▶ 답: _____ °

▷ 정답: 34°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 22° - 34° = 34°$

5. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?

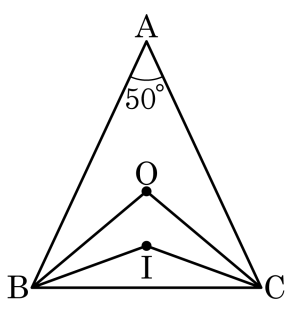


① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots ㉠$
따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle MCB = \angle MBC = 36°$
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

6. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

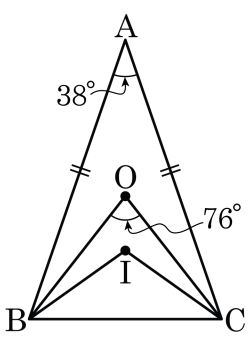


① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $32°$

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50° = 100°$ 이고,
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$
점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20°$

7. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

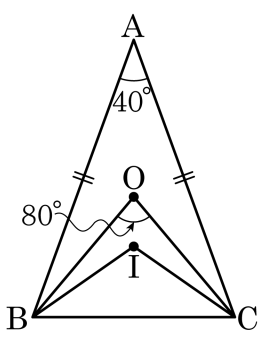
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$

8. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$

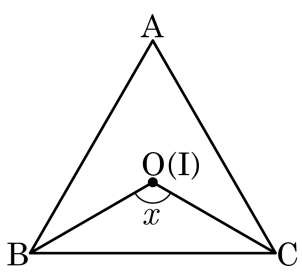
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50°$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.

$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

9. 다음 그림과 같이 △ABC 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



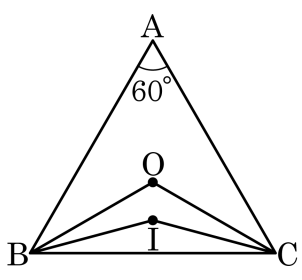
△ABC 의 외심과 내심이 일치할 때에 △ABC 는 ( ) 이고, ∠BOC = ( )° 이다.

① 직각삼각형, 90
② 직각삼각형, 120
③ 이등변삼각형, 60
④ 정삼각형, 90
⑤ 정삼각형, 120

해설

△ABC 의 외심과 내심이 일치할 때는 △ABC 는 정삼각형이다.
∠A = 60° 이고, 점 O 가 외심일 때, 2∠A = ∠BOC 이므로 ∠BOC = 120° 이다.
따라서 $x = 120°$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



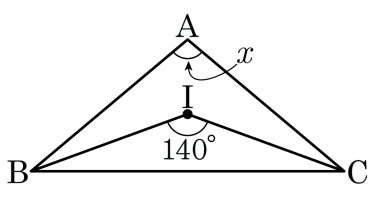
① $0°$ ② $10°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



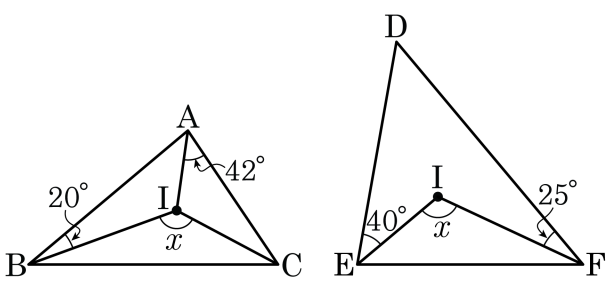
① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$

$\therefore \angle x = 100°$

12. 다음 그림에서 점 I가 각각의 삼각형에서 세 내각의 이등분선의 교점일 때, 두 $\angle x$의 값의 합을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 247°

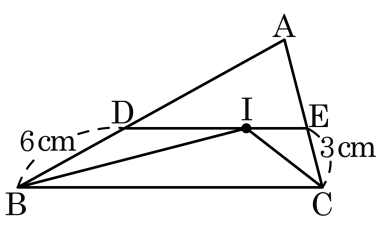
해설

i) $\angle x = 90° + 42°$ $\therefore \angle x = 132°$

ii) $\angle x + 40° + 25° = 180°$ $\therefore \angle x = 115°$

$\therefore$ $132° + 115° = 247°$

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라고 한다.
$\overline{BD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



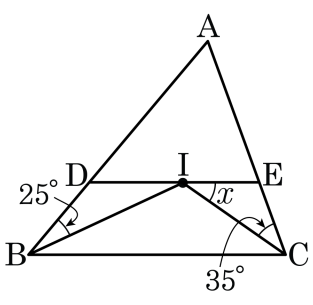
▶ 답 :

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{BD} = \overline{DI}$, $\overline{CE} = \overline{IE}$
$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 6 + 3 = 9(\,\text{cm})$

14. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



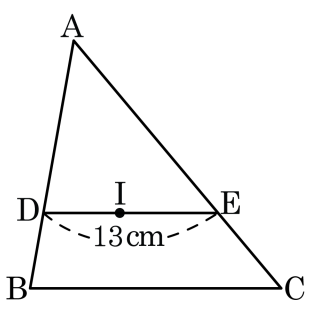
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 35 ____°

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle IBC = \angle DBI = 25°$, $\angle ICB = \angle ECI = 35°$
$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 25°$, $\angle ICB = \angle EIC = 35°$ 이다.
따라서 $\angle x = \angle EIC = 35°$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DE} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값을 구하여라.



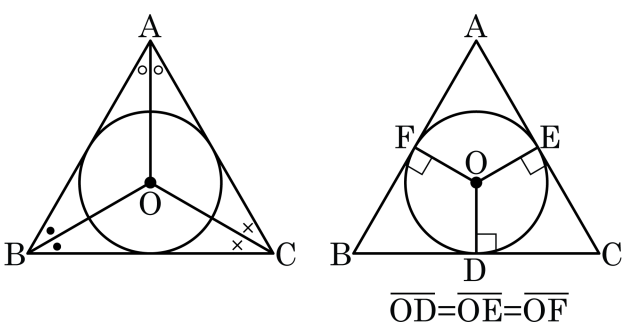
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 13\text{cm}$ 이다.

16. 다음 그림이 설명하고 있는 것으로 옳은 것은?

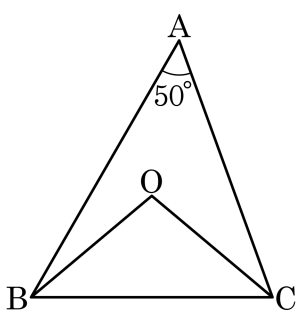


① 외심 ② 내심 ③ 무게중심
④ 방심 ⑤ 수심

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. 따라서 내심이다.

17. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



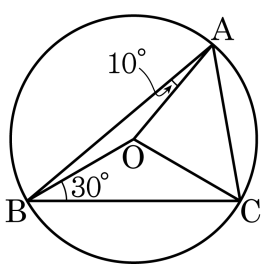
① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$

$\therefore \angle BOC = 100°$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$, $\angle OAC$의 크기는?

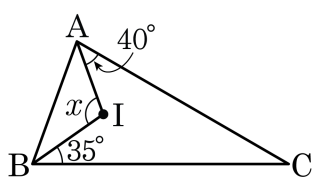


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 90° - 40° = 50°$

19. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

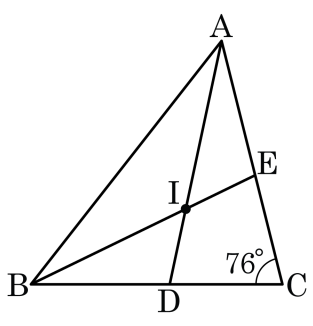


① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180°이므로
$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

20. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

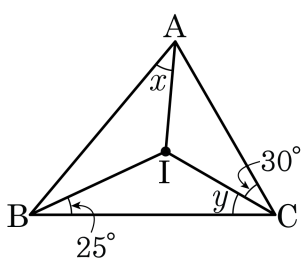
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

21. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값을 구하여라.



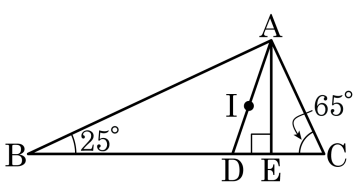
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 65°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle IAB + \angle IBC + \angle ICA = 90°$
$\angle x + 25° + 30° = 90°$
$\angle x = 35°$
$\angle ICA = \angle ICB = 30°$이므로
$\angle y = 30°$
$\therefore \angle x + \angle y = 35° + 30° = 65°$

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



① $15°$ ② $17°$ ③ $18°$ ④ $20°$ ⑤ $22°$

해설

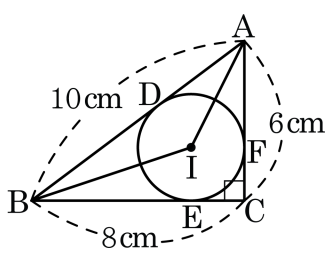
$\angle A = 180° - (25° + 65°) = 90°$

$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

$\angle EAC = 25°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 45° - 25° = 20°$

23. 다음 그림에서 △ABC 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 △ABC 의 내심일 때, △IAB 의 넓이는?



① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2

④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

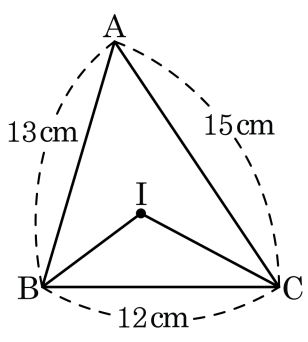
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6$$
$$= \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)$$
$$= 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

24. 다음 △ABC 의 넓이가80 cm^2 일 때, △IBC 의 넓이를 구하여라. (단, 점 I 는 △ABC 의 내심이다.)



▶ 답 : $\underline{\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 24 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

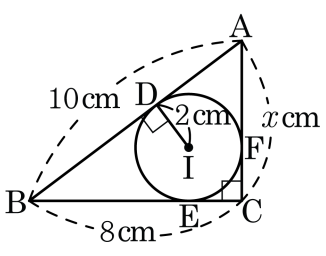
내심원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\frac{1}{2} \times r \times (13+12+15) = 80$

$r = 4(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 가 내접원의 접점일 때, x 값을 구하여라.



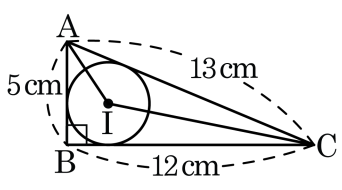
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
내심의 반지름이 2 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 2$ 이다.
$\overline{BE} = 6 = \overline{BD}, \overline{AD} = 4 = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 13 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

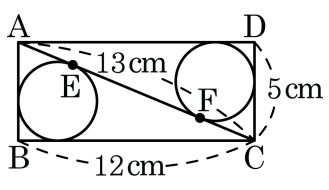
$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore\ x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

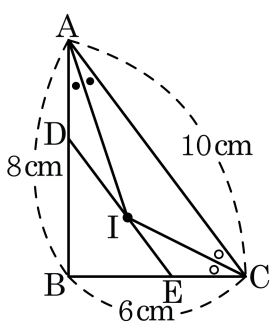
$(13-x)+(5-x)=12$ ···㉠

$\therefore x=3(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=3(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=13-(3+3)=7(\text{cm})$

28. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{AC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle BDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



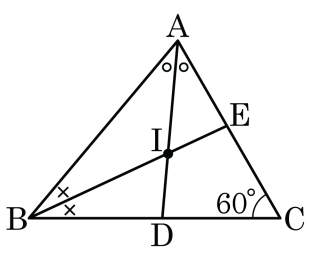
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{AC}$ 일 때,
($\triangle BED$ 의 둘레의 길이) $= \overline{BC} + \overline{BA}$
따라서 $\triangle BED$ 의 둘레의 길이는 14cm 이다.

29. 다음 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. ∠C = 60°일 때, ∠ADB와 ∠AEB의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 ∠A와 ∠B의 내각의 이등분선이다.)

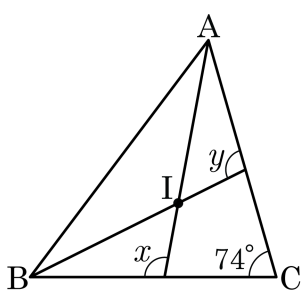


① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

△ABC에서 세 내각의 합이 180°이므로
$2\circ + 2\times + 60° = 180°$
$\circ + \times = 60°$
삼각형의 세 내각의 합은 180°이므로
$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면
△ABE에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots ①$
△ABD에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots ②$
①+②를 하면
$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ 3\times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

30. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



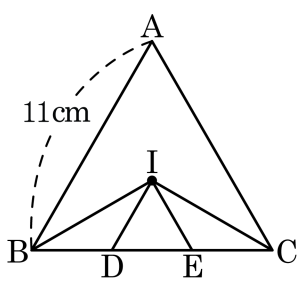
▶ 답: ____°

▷ 정답: 201°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle IAB = \angle IAC = a$,
$\angle ABI = \angle CBI = b$ 라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 74° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 53°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 74°) + (\angle b + 74°) = \angle a + \angle b + 148° = 201°$

31. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB}=11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?

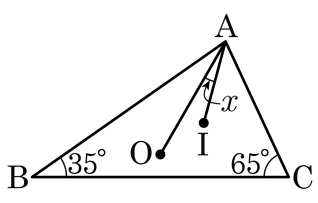


① $\frac{11}{3}$cm ② $\frac{11}{2}$cm ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI=\angle IBD$ 이고 $\angle ABI=\angle BID$($\because \overline{AB}//\overline{ID}$) 이므로 $\angle IBD=\angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD}=\overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI=\angle ICE$ 이고 $\angle ACI=\angle CIE$ ($\because \overline{AC}//\overline{IE}$) 이므로 $\angle ICE=\angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE}=\overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{IE}=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{BC}=11(\text{cm})$ 이다.

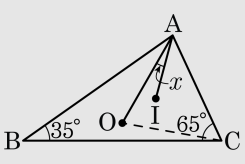
32. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,



i) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ii) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$