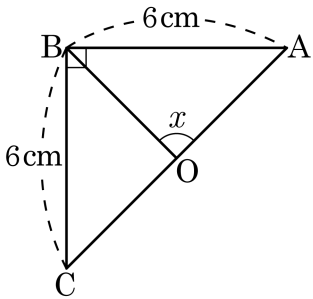
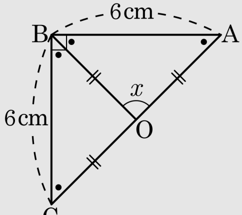
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC 이고, $\angle$B $= 90°$ 이므로

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC $= 45°$

직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.

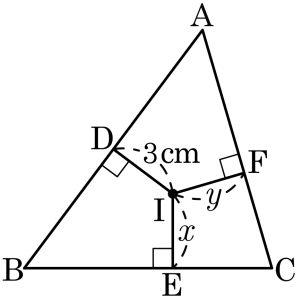
$\therefore \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}}$

$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$)

$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA $= 45°$

따라서 $\angle$AOB $= 90°$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID} = 3\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?



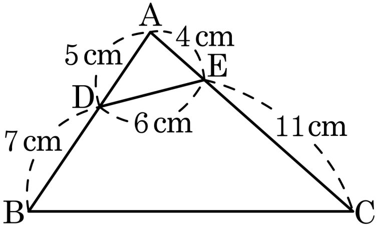
① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\text{cm})$ 이다.

$\therefore\ x + y = 6(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 7.5cm ② 10.5cm ③ 12.5cm

④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\overline{AB} : \overline{AE} = 12 : 4 = 3 : 1$

$\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 5 = 3 : 1$

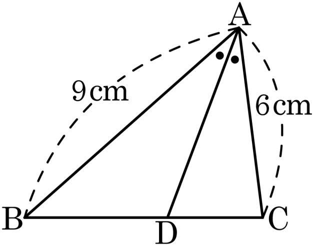
$\angle A$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

$\overline{BC} : \overline{ED} = 3 : 1$ 이므로 $\overline{BC} : 6 = 3 : 1$

$\therefore \overline{BC} = 18(\text{cm})$

4. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이다. $\triangle ABD$ 의 넓이를 a 라고 할 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 a 에 관하여 나타내면?



① $\frac{3}{2}a$　② $2a$　③ $\frac{2}{3}a$　④ $3a$　⑤ $\frac{5}{3}a$

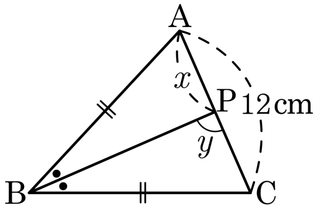
해설

$\overline{BD} : \overline{DC} = 9 : 6 = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$a : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle ADC = \frac{2}{3}a$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle\mathrm{B}$의 이등분선과 $\overline{\mathrm{AC}}$의 교점을 P라 하자. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



㉠ $x=6\mathrm{cm}$	㉡ $y=89°$
㉢ $\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BP}}$	㉣ $x+y=95$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

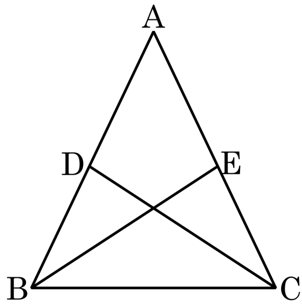
▷ 정답 : ㉢

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x=\dfrac{1}{2}\times 12=6(\mathrm{cm}),\ y=90°,\ \overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BP}},\ x+y=6+90=96$

6. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \boxed{㉠}$
[결론] $\overline{DC} = \boxed{㉡}$
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \boxed{㉢}$,
$\overline{AE} = \boxed{㉣}$, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{㉤}$ 합동)
$\therefore \overline{DC} = \boxed{㉡}$

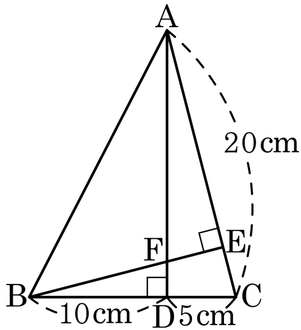
① ㉠ : $\overline{AE}$　　② ㉡ : $\overline{EB}$　　③ ㉢ : $\overline{AC}$

④ ㉣ : $\overline{AD}$　　⑤ ㉤ : ASA

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$
[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
$\therefore \overline{DC} = \overline{EB}$

7. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A, B 에서 변 BC, CA 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① $\dfrac{15}{4}$ cm ② 4 cm ③ $\dfrac{17}{4}$ cm

④ $\dfrac{9}{2}$ cm ⑤ $\dfrac{19}{4}$ cm

해설

$\triangle BCE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CE} : \overline{CD}$

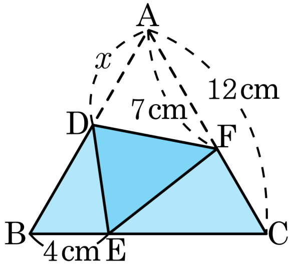
$(10 + 5) : 20 = \overline{CE} : 5$

$3 : 4 = \overline{CE} : 5$

$4\overline{CE} = 15$

$\therefore\ \overline{CE} = \dfrac{15}{4}$ (cm)

8. 다음 그림에서 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 E 에 오도록 접었다. $\overline{AF} = 7\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{BE} = 4\,\text{cm}$ 일 때, x의 길이를 구하여라.

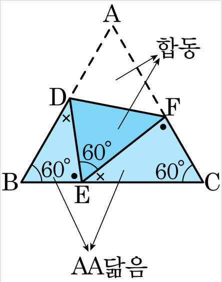


▶ 답: ____ cm

▷ 정답: $\frac{28}{5}$ cm

해설

다음 그림의 $\triangle DBE$와 $\triangle ECF$ 에서 $\angle B = \angle C = 60°$, $\times + \cdot = 120°$ 이다.



$\triangle DBE \backsim \triangle ECF$(AA닮음)

$\overline{AD} = x$ 이므로 $\overline{BD} = 12 - x$ 이다.

$(12 - x) : 8 = 4 : 5$

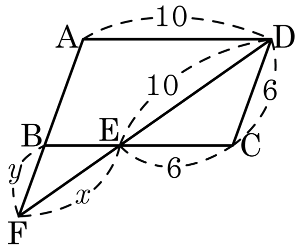
$5(12 - x) = 32$

$60 - 5x = 32$

$5x = 28$

$\therefore x = \frac{28}{5}$ (cm)

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 점 D 를 지나는 직선이 변 BC 와 만난 점을 E , 변 AB 의 연장선과 만난 점을 F 라 할 때, $3x-2y$ 의 값은?



① 12　② 16　③ 20　④ 24　⑤ 25

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{BC}=10$

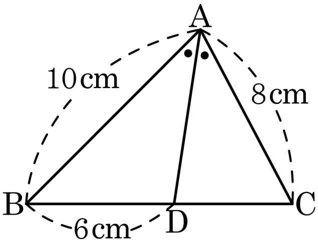
$\therefore\ \overline{BE}=10-6=4$

$\triangle BEF \backsim \triangle CED$ 이므로 $x : 10 = 4 : 6 = y : 6$

$\therefore\ x=\frac{20}{3}$, $y=4$

$\therefore\ 3x-2y=3\times\frac{20}{3}-2\times 4=12$

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 10 cm　② 10.2 cm　③ 10.4 cm　④ 10.6 cm　⑤ 10.8 cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$\overline{BC} = x$라 하면

$10 : 8 = 6 : (\overline{BC} - 6)$

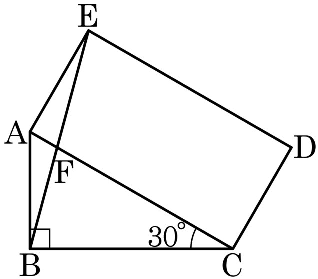
$10(\overline{BC} - 6) = 48$

$10\overline{BC} - 60 = 48$

$10\overline{BC} = 108$

$\overline{BC} = 10.8(\mathrm{cm})$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

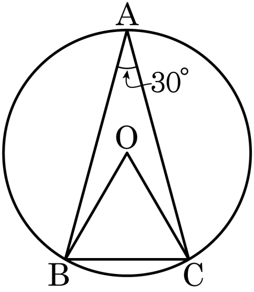
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

12. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\mathrm{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?



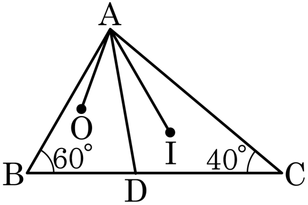
① $\dfrac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $\dfrac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\dfrac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\dfrac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로

부채꼴의 넓이는 $\pi \times 3^2 \times \dfrac{60}{360} = \dfrac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?



① 18 ° ② 46 ° ③ 50 ° ④ 52 ° ⑤ 108 °

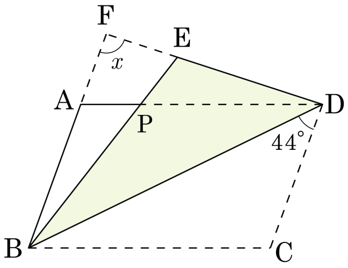
해설

$\angle DOA = 2 \times 60° = 120°$ 이므로 $\angle OAD = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ 이고,

$\angle DAC = 44°$ 이므로 $\angle DAI = 40° \div 2 = 20°$

따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50°$

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 따라 접어 $\triangle DBC$가 $\triangle DBE$로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$의 연장선의 교점을 F라 하고 $\angle BDC = 44°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



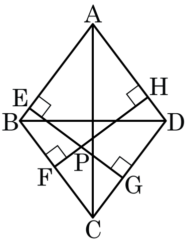
▶ 답: °

▷ 정답: 92°

해설

BD를 따라 접었으므로
$\angle CDB = \angle BDE = 44°$(접은각)
평행사변형에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$이므로
$\angle CDB = \angle DBA = 44°$(엇각)
따라서 $\triangle FBD$는 이등변삼각형이므로
$\angle x = 180° - 44° \times 2 = 92°$

15. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BD}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 5\mathrm{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{\mathrm{PE}} + \overline{\mathrm{PF}} + \overline{\mathrm{PG}} + \overline{\mathrm{PH}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

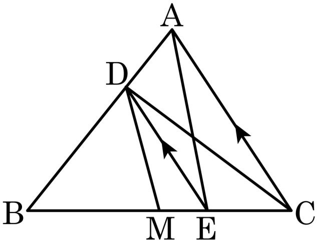
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DA}} = 5\mathrm{cm}$ 이고

$\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PBC} + \triangle\mathrm{PCD} + \triangle\mathrm{PDA}$

$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{\mathrm{PE}} + \overline{\mathrm{PF}} + \overline{\mathrm{PG}} + \overline{\mathrm{PH}})$

$\therefore \overline{\mathrm{PE}} + \overline{\mathrm{PF}} + \overline{\mathrm{PG}} + \overline{\mathrm{PH}} = \frac{48}{5}\mathrm{cm}$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이고, $\overline{BC}$의 중점을 M이라 한다. $\square ADME$의 넓이가 $10cm^2$일 때, $\triangle DBC$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle DAE = \triangle DEC$이므로

$\square ADME = \triangle DME + \triangle DAE = \triangle DME + \triangle DEC = \triangle DMC = 10(cm^2)$

$\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 밑변과 높이가 같아

$\triangle DBM = \triangle DCM = 10(cm^2)$

$\therefore \triangle DBC = 2 \times 10 = 20(cm^2)$

17. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

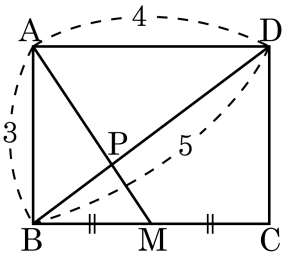
두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

18. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BD} = 5$, $\overline{AD} = 4$ 이다. $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$\triangle$BPM 과 $\triangle$DPA 에서

$\angle BMP = \angle DAP$ ($\because$ 엇각)

$\angle BPM = \angle DPA$ ($\because$ 맞꼭지각)

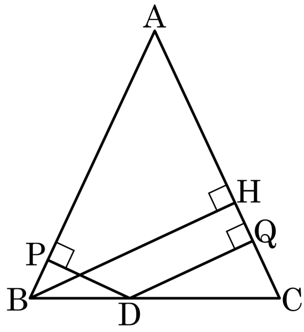
$\therefore$ $\triangle BPM \backsim \triangle DPA$ (AA 닮음)

$\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{BM} : \overline{DA}$ 이므로

$\overline{BP} : \overline{DP} = 2 : 4 = 1 : 2$

$\therefore \ \overline{BP} = \frac{1}{3}\overline{BD} = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

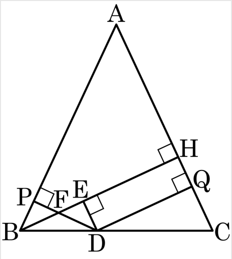


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



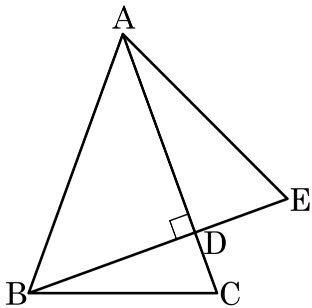
$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle ACB$, $\angle BAE = \angle BEA$, $\angle ADB = 90°$ 이다. 이때 $\angle EAD + \angle DBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

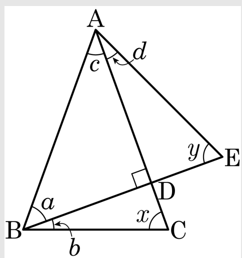
▷ 정답 : 45 °

해설

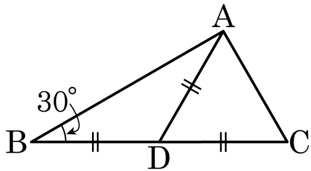
다음 그림과 같이 놓으면 $a+b=x$, $c+d=y \cdots$ ㉠ $\triangle DBC$, $\triangle DBA$, $\triangle DAE$는 모두 직각삼각형이므로 $b+x=90°$, $a+c=90°$, $d+y=90° \cdots$ ㉡

㉡의 세 식을 변끼리 모두 더하면 $a+b+c+d+x+y=270°$ ㉠을 ㉡에 대입하면 $x+y=135°$

$\therefore\ b+d=\angle EAD+\angle DBC=180°-135°=45°$



21. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 30°$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle C = 60°$

② $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.

③ $\angle ADC = 60°$

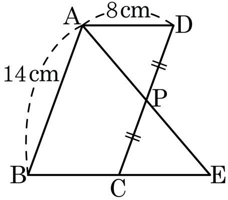
④ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.

해설

삼각형의 외심
(1) 정의 : 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점
(2) 성질 : 외심에서 이 삼각형의 세 꼭지점까지의 거리는 같다.
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
(3) 위치 : ① 예각삼각형 : 삼각형의 내부에 있다.
② 직각삼각형 : 빗변의 중점이다.
③ 둔각삼각형 : 삼각형의 외부에 있다.

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 점 P는 $\overline{CD}$의 중점이다. $\overline{AP}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{BE}$의 길이는?



① 14cm ② 15cm ③ 16cm

④ 17cm ⑤ 18cm

해설

$\triangle$APD와 $\triangle$EPC에서 $\overline{DP} = \overline{CP}$

$\angle APD = \angle EPC$ (맞꼭지각)

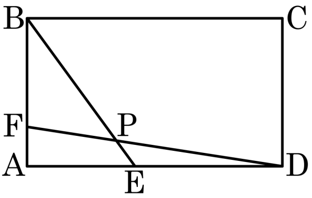
$\angle ADP = \angle ECP$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle APD \equiv \triangle EPC$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{CE} = \overline{DA} = 8$ (cm)

$\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE} = 8 + 8 = 16$ (cm)

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 일 때, $\angle BPF$ 의 값을 구하여라.

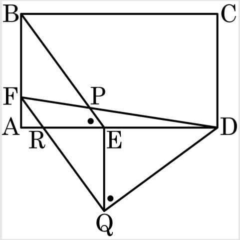


▶ 답 : °

▷ 정답 : 45 °

해설

다음 그림과 같이 점 F 를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선과 점 E 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선의 교점을 Q 라 하면 □FBEQ 는 평행사변형이다.



$\therefore\ \overline{BE} = \overline{FQ},\ \overline{FB} = \overline{QE},\ \angle FBE = \angle FQE$

선분 AB 와 선분 QE 는 평행하므로

$\angle QEA = \angle EAB = 90°$ (엇각)

$\therefore\ \angle QED = 90°$

$\overline{QE} = \overline{FB} = \overline{EA},\ \overline{ED} = \overline{AB}$ 이므로

$\triangle QED \equiv \triangle EAB$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{QD} = \overline{EB} = \overline{QF},\ \angle DQE = \angle BEA$

이때, $\overline{AD}$ 와 $\overline{FQ}$ 의 교점을 R 이라 하면

선분 FQ 와 선분 BE 는 평행하므로

$\angle QRE = \angle BER$ (엇각)

$\therefore\ \angle DQE = \angle QRE$

$\triangle QRE$ 에서

$\angle QRE + \angle RQE = 90°$ 이므로

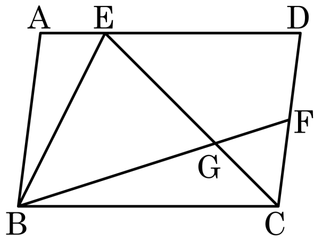
$\angle DQE + \angle RQE = \angle RQD = 90°$

즉, $\triangle QFD$ 는 $\overline{QF} = \overline{QD}$ 이고 $\angle FQD = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로

$\angle QFD = 45°,\ \angle BPF = \angle QFD$ (엇각) 이므로

$\therefore\ \angle BPF = 45°$ (엇각)

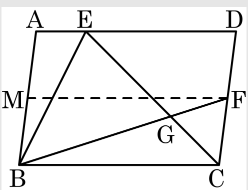
24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle BEC = 12$, $\triangle GFC = 2$ 이고 점 F 는 변 CD 의 중점일 때, $\triangle BCG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



변 AB 의 중점을 M 이라 하면,

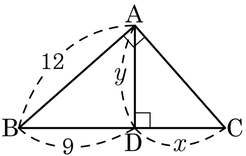
$$\begin{aligned}\triangle BEC &= \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \square MBCF \\ &= 2\triangle BFC\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle BFC = \frac{1}{2}\triangle BEC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

$\triangle BCG = \triangle BFC - \triangle GFC = 6 - 2 = 4$

따라서 $\triangle BCG$ 의 넓이는 4 이다.

25. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $y^2 - x^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

$12^2 = 9(9 + x)$

$144 = 81 + 9x,\ 9x = 63,\ x = 7$

$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$

$y^2 = 9 \times 7 = 63$

$\therefore\ y^2 - x^2 = 63 - 49 = 14$