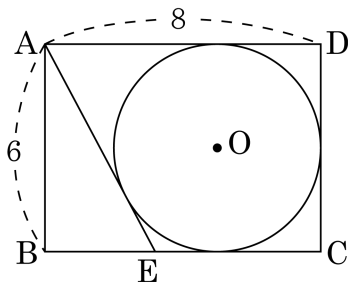


1. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 직사각형이다. 원 O 가 $\square AECD$ 에 내접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.

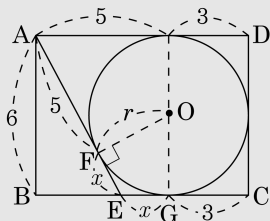


▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$2r = 6, r = 3$$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x (x < 5)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 8$ 이므로 $\overline{BE} = 5 - x$ 이다.

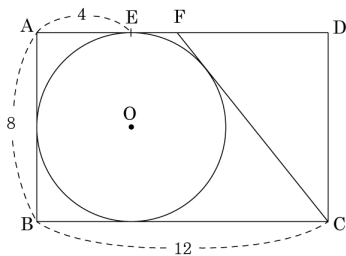
$\triangle ABE$ 에서

$$(5 + x)^2 = (5 - x)^2 + 36, 20x = 36$$

$$\therefore x = \frac{9}{5}$$

$$\therefore \overline{BE} = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

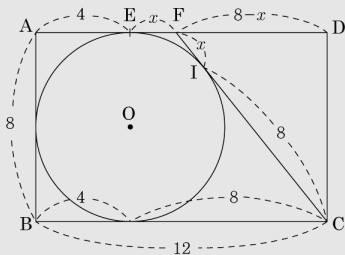
2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
DE 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설



$\overline{AE} = 4$ 이므로

$\overline{FI} = \overline{EF} = x$ 로 놓으면 $\overline{CF} = 8 - x$

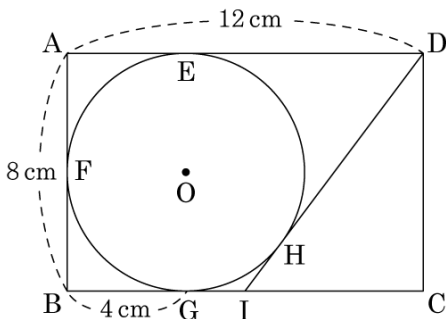
$$\therefore (8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

$$32x = 64$$

$$x = 2$$

따라서 $\overline{EF} = 2$

3. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.
- ② $\overline{DH}$ 의 길이는 8 cm 이다.
- ③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.
- ④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.
- ⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x)$ cm, $\overline{DI} = (8 + x)$ cm 이므로

피타고라스의 성질에 의해

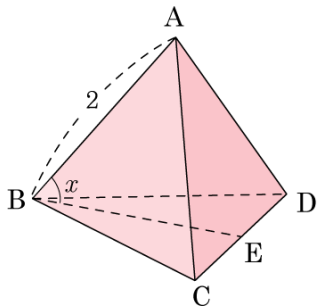
$$(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

$$\therefore x = 2 \text{ cm}$$

$$\textcircled{4} \overline{CI} = 8 - x = 6$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 (\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림과 같은 한 모서리의 길이가 2 인 정사면체 $A-BCD$ 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E, $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\sin x$ 의 값이 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

$\overline{BE} = \sqrt{3}$ 이고,

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

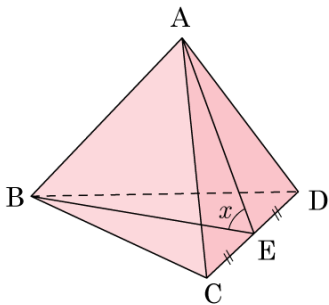
$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{AH}^2 = 2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

따라서 $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 이므로 $a+b=9$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사면체 A-BCD에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E라 하고, $\angle AEB$ 를 x 라고 할 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값이 $\frac{b\sqrt{2}}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{CE} = 2$ 이고 점 A에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{EB}$, $\overline{EB} = 2\sqrt{3}$

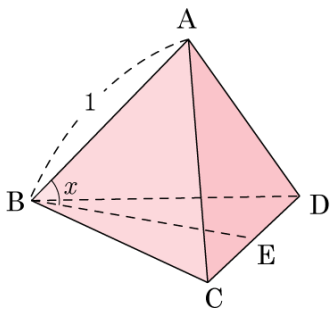
$$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad \overline{AE} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin x \times \cos x = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \times \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{24\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = 9 + 2 = 11$$

6. 다음 그림과 같이 밑변이 $\triangle BCD$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 $A-BCD$ 가 있다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이고,}$$

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{따라서 } \cos x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이다.}$$