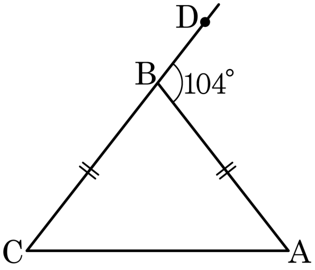
1. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 104^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① 46° ② 48° ③ 50° ④ 52° ⑤ 55°

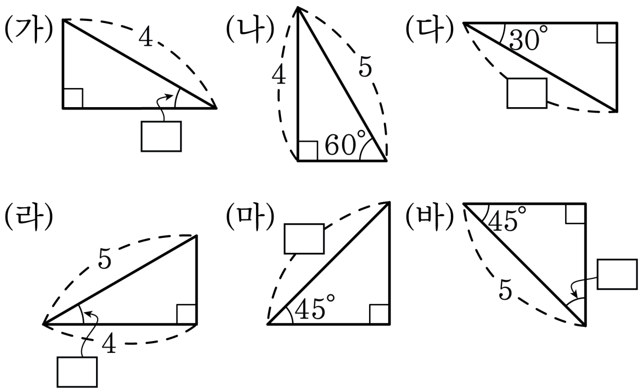
해설

$2 \times \angle BAC = 104^\circ$

$\therefore \angle x = 52^\circ$

2. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

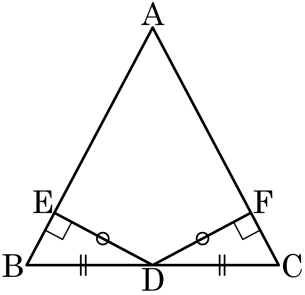


① (가) 30 °
② (다) 4
③ (라) 60 °
④ (마) 5
⑤ (바) 55°

해설

③ (라) 30°
⑤ (바) 45°

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 28°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{56°}$

해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 62°$

$\therefore \angle A = 180° - 62° \times 2 = 56°$

4. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

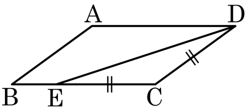
> [가정]$\angle AOP =$ (㉠),
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$
> [결론] (㉡)= (㉢)
> [증명]$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle AOP =$ (㉠) ⋯ ⓐ
> (㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ ⋯ ⓒ
> ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
> ∴ (㉡)= (㉢)

① ㉠$\angle BOP$ ② ㉡$\overline{PA}$ ③ ㉢$\overline{PB}$
④ ㉣$\overline{OP}$ ⑤ ㉤SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 4 : 1$, $\overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기는 ?



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ ^{\circ}}$

▷ **정답 :** $18\underline{^{\circ}}$

해설

$\angle A = \angle C$ 이고 $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A : \angle B = 4 : 1$ 이므로 $\angle A = \frac{4}{5} \times 180 = 144°$ 이다. 따라서 $\angle CDE = (180 - 144) \div 2 = 18°$ 이다.

6. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

② 한 내각의 크기가 직각이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

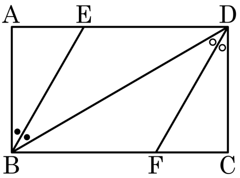
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

⑤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

해설

평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합이 180° 이므로 한 내각이 90° 임을 증명할 수 있다.

7. 다음 그림의 직사각형ABCD 에서 $\overline{BD}$ 는 대각선이고, $\angle ABD$ 와 $\angle BDC$ 의 이등분선을 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 라 한다. 사각형EBFD 가 마름모라면 $\angle AEB$ 의 크기는?



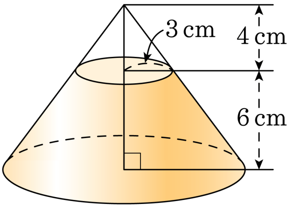
① 40° ② 50° ③ 60°

④ 65° ⑤ 75°

해설

마름모의 성질에 의하여 $\angle ADB = \angle BDF$ 이다.
$\angle D$ 가 직각인데 3 등분이 되므로
$\angle ADB$ 의 크기는 30°
그러므로 $\angle AEB$ 의 크기는 60° 이다.

8. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면이 반지름의 길이가 3 cm 인 원일 때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** $\dfrac{15}{2}$ cm

해설

처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생긴 작은 원뿔의 닮음비는 원뿔에서 높이의 비와 같으므로

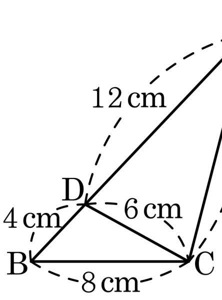
$(4+6):4=10:4=5:2$

따라서 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm 라 하면

$r:3=5:2$

$\therefore\ r=\dfrac{15}{2}$

9. 다음 그림에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하면? (단, $\overline{CD}=6\text{cm}$)



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{BC} : \overline{BD} = 8 : 4 = 2 : 1$, $\overline{BA} : \overline{BC} = 16 : 8 = 2 : 1$, $\angle B$는 공통이므로

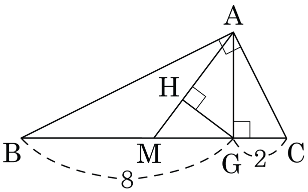
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (SAS 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AC} : \overline{CD}$

$16 : 8 = x : 6$

$\therefore x = 12$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이고 $\angle A = 90$, $\overline{AG} \perp \overline{BC}$, $\overline{GH} \perp \overline{AM}$일 때, $\overline{MH}$의 길이를 소수로 답하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1.8 cm

해설

점 M은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이므로 외심으로써

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times (8+2) = 5(\text{cm})$

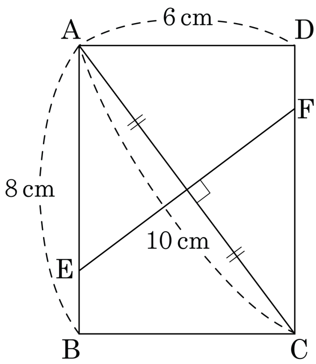
$\overline{MG} = \overline{CM} - \overline{GC} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$

또, $\triangle GAM$에서 $\angle AGM = 90°$, $\overline{GH} \perp \overline{AM}$이므로

$\overline{MG}^2 = \overline{MH} \cdot \overline{MA}$, $3^2 = \overline{MH} \times 5$

$\therefore \overline{MH} = \frac{9}{5} = 1.8(\text{cm})$

11. 사각형 ABCD는 직사각형이고, $\overline{\mathrm{EF}}$는 대각선 AC의 수직이등분선이다. 이 때, $\overline{\mathrm{EF}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\overline{\mathrm{EF}}$와 $\overline{\mathrm{AC}}$의 교점을 M이라 하면

$\triangle \mathrm{ACD} \backsim \triangle \mathrm{FCM}$($AA$ 닮음) 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{FM}} : \overline{\mathrm{CM}}$

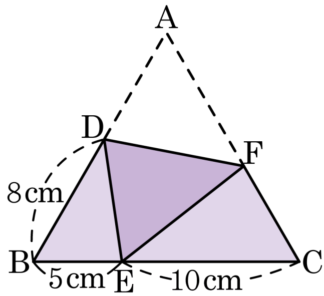
$6 : 8 = \overline{\mathrm{FM}} : 5$

$\therefore \ \overline{\mathrm{FM}} = \frac{15}{4}(\mathrm{cm})$

$\triangle \mathrm{FMC} \equiv \triangle \mathrm{EMA}$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{FM}} = \overline{\mathrm{EM}}$

$\therefore \ \overline{\mathrm{EF}} = 2\overline{\mathrm{FM}} = 2 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{2}(\mathrm{cm})$

12. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 E 에 오도록 접었다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 5\text{cm}$, $\overline{EC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이는 ?



① 8cm
② $\dfrac{35}{4}$cm
③ 7cm
④ $\dfrac{25}{4}$cm
⑤ 6cm

해설

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle DEF = 60°$

$\angle BDE = \angle CEF$

$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)

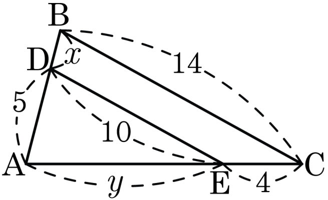
$\overline{BD} : \overline{CE} = 8 : 10 = 4 : 5$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이고, 한 변의 길이는 15cm 이다.

따라서, $\overline{AD} = \overline{DE} = 7\text{cm}$, $4 : 5 = 7 : \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = \overline{AF} = \dfrac{35}{4}\text{cm}$

13. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ 이므로

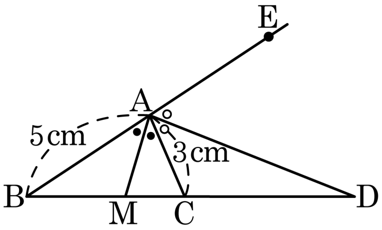
$10 : 14 = y : (y+4)$

$y = 10$

$10 : 4 = 5 : x$

$x = 2 \quad \therefore\ x+y = 12$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle EAC$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 D 라 하자. $\triangle ACD$ 의 넓이가 12cm^2 일 때, $\triangle AMC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $3\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

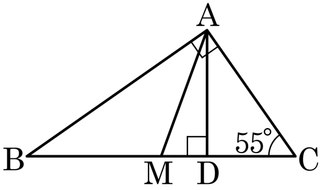
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 5 : 3$ 이므로

$\overline{BC} : \overline{CD} = 2 : 3$

$\triangle ACD = 12\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 8\text{cm}^2$

또한, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BM} : \overline{CM} = 5 : 3$ 이므로 $\triangle AMC = 3\text{cm}^2$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)

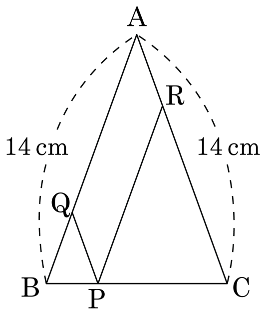
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

16. 오른쪽 그림에서 삼각형ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 14\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{RP}$, $\overline{QP} \,/\!/\, \overline{AR}$일 때, 사각형 AQPR의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 28 cm

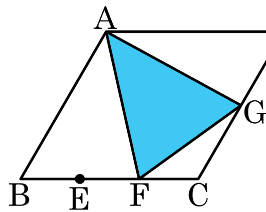
해설

사각형 AQPR은 평행사변형이므로
$\overline{AQ} = \overline{RP}$, $\overline{AR} = \overline{QP}$

또한 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$
$\overline{QP} \,/\!/\, \overline{AR}$이므로 $\angle C = \angle BPQ$(동위각)
$\therefore$ $\triangle QBP$는 이등변삼각형
같은 방법으로 하면 $\triangle RPC$도 이등변삼각형

따라서 □AQPR의 둘레의 길이는
$\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PR} + \overline{AR}$
$= \overline{AQ} + \overline{QB} + \overline{RC} + \overline{AR}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 14 \times 2$
$= 28(\text{cm})$

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 120cm^2 이고 $\overline{\text{BC}}$ 의 삼등분점을 E, F, $\overline{\text{CD}}$ 의 중점을 G 라 할 때, $\triangle\text{AFG}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $40\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle\text{ABF}$ 와 $\triangle\text{AFC}$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle\text{ABF} : \triangle\text{AFC} = 2:1$

$$\triangle\text{ABF} = \frac{2}{1+2}\times\triangle\text{ABC} = \frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\square\text{ABCD} = 40(\text{cm}^2)$$

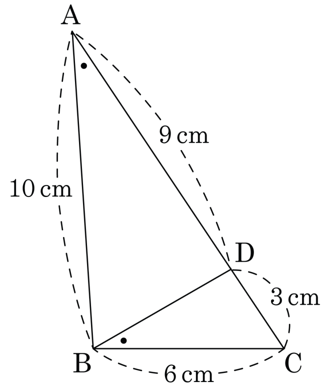
마찬가지 방법으로 $\triangle\text{DFC} = \frac{1}{3}\triangle\text{BDC}$

$$\triangle\text{FCG} = \frac{1}{2}\triangle\text{DFC} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle\text{BDC} = \frac{1}{12}\square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$$

$$\triangle\text{AGD} = \frac{1}{2}\triangle\text{ACD} = \frac{1}{4}\square\text{ABCD} = 30(\text{cm}^2)$$

$$\therefore\ \triangle\text{AFG} = \square\text{ABCD} - \triangle\text{ABF} - \triangle\text{AGD} - \triangle\text{FCG} = 40(\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A = \angle DBC$이고, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $5\,\underline{\text{cm}}$

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle BDC$에서

$\angle C$ 공통

$\angle A = \angle DBC$

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (AA 닮음)

$\overline{BD} = x$라 하면

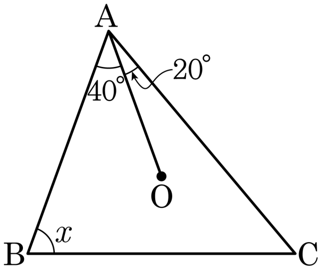
$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AB} : \overline{BD}$

$12 : 6 = 10 : \overline{BD}$

$12 \times \overline{BD} = 6 \times 10$

$\therefore\ \overline{BD} = 5(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

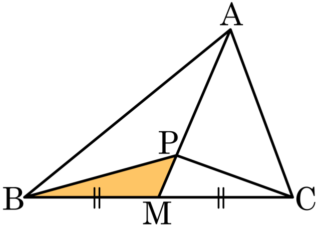


① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} = 3\overline{PM}$이다. $\triangle ABC = 80\text{cm}^2$일 때, $\triangle PBM$의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

$\overline{AP} = 3\overline{PM}$이므로 $\triangle ABP = 3\triangle PBM$이다.

$\therefore \triangle ABM = 4\triangle PBM$

또 $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.

따라서 $\triangle ABC = 8\triangle PBM$이므로 $80 = 8\triangle PBM$이다.

$\therefore \triangle PBM = 10(\text{cm}^2)$