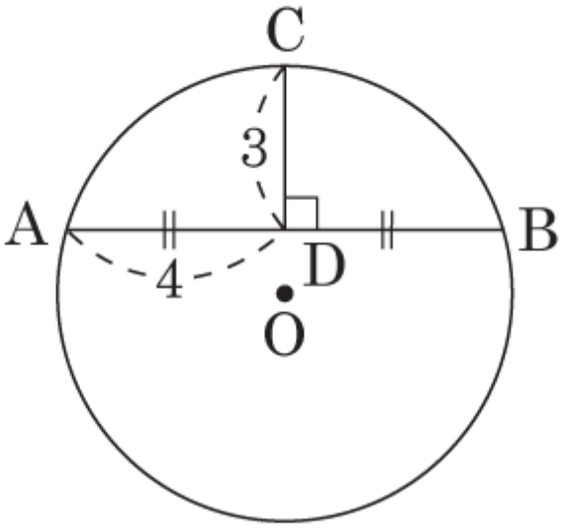
1. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{6}$

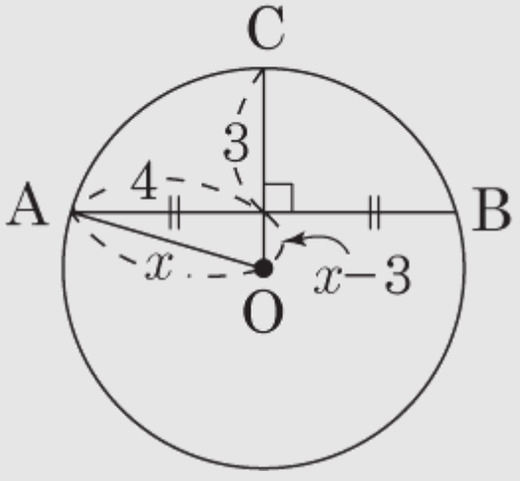
해설

$x^2 = (x-3)^2 + 4^2$

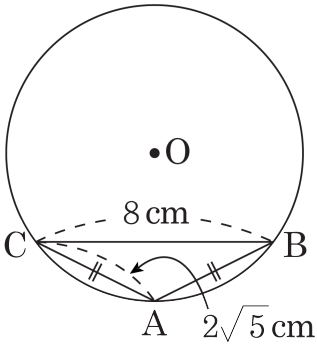
$x^2 = x^2 - 6x + 9 + 16$

$6x = 25$

$\therefore\ x = \frac{25}{6}$



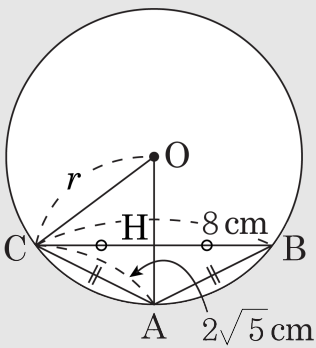
2. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{5}\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그어 $\overline{OC}$의 길이를 r 이라 하고 $\overline{OA}$와$\overline{CB}$ 의 교점을 H라 하면 $\overline{OA}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = 4\,(\text{cm})$

$\triangle HCA$ 에서 $\overline{HA} = \sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2 - 4^2} = 2\,(\text{cm})$

$\triangle OCH$ 에서 $\overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$

$r^2 = 4^2 + (r-2)^2$

$r^2 = 16 + r^2 - 4r + 4$

$4r = 20$

$\therefore r = 5\,(\text{cm})$

3. $\tan A = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{\sin A + 2\cos A}{\sin A - \cos A}$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 3 ③ 1 ④ −1 ⑤ −5

해설

주어진 식의 분모, 분자를 각각 $\cos A$ 로 나눈 후, $\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$ 로 고치면

$$\frac{\tan A + 2}{\tan A - 1} = \frac{\frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{5}{2} \times (-2) = -5$$ 이다.

4. $45° \leq A < 90°$ 이고 $\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} = \frac{30}{17}$ 을 만족하는 A 에 대해서 $\cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라.

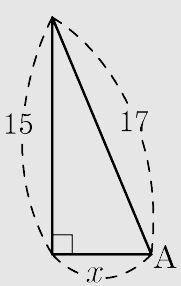
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{15}{17}$

해설

$45° \leq A < 90°$ 이므로 $0 < \cos A \leq \sin A$

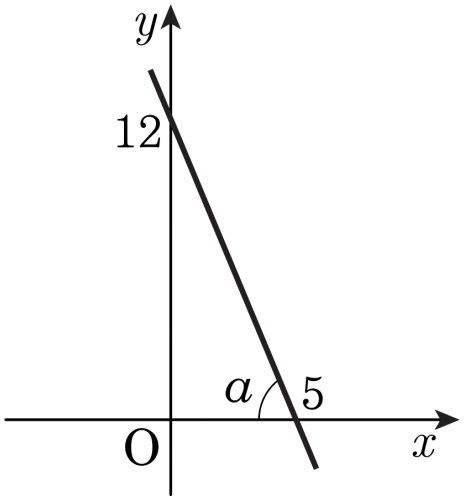
$\therefore \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$
$= \sin A + \cos A - \cos A + \sin A$
$= 2\sin A = \frac{30}{17}$
$\therefore \sin A = \frac{15}{17}$



그림에서 $x = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로
$\cos A = \frac{8}{17}, \tan A = \frac{15}{8}$

$\therefore \cos A \times \tan A = \frac{8}{17} \times \frac{15}{8} = \frac{15}{17}$

5. 직선 $12x+5y-60=0$ 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a \times \cos a \times \tan a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{144}{169}$

해설

직선 $12x+5y-60=0 \Rightarrow y=-\frac{12}{5}x+12$ 이므로

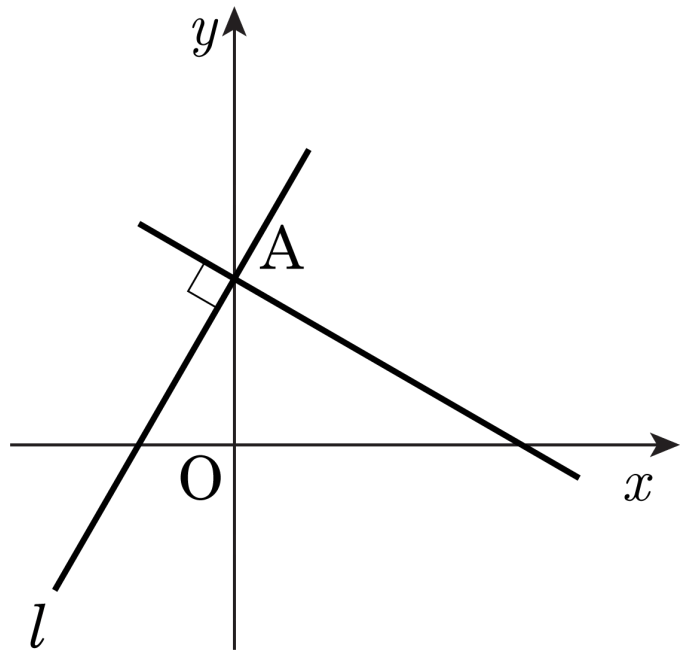
$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})| = \frac{12}{5}$

이고,

밑변이 5, 높이가 12 이므로 빗변은 $\sqrt{5^2+12^2}=13$ 이다.

따라서 $\sin a = \frac{12}{13}, \cos a = \frac{5}{13}$ 이므로 $\sin a \times \cos a \times \tan a = \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{144}{169}$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 이 $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ 일 때, 직선 ℓ 의 y 절편을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선의 방정식은?



① $y = x + 2$

② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$

③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

④ $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

⑤ $y = \sqrt{3}x + 2$

해설

$\sqrt{3}x - y + 2 = 0, y = \sqrt{3}x + 2$ 이므로 $\tan a^\circ = \sqrt{3}, a^\circ = 60^\circ$ 이다. 구하고자 하는 직선은 x 축과 150° 를 이루고 y 절편이 2 이므로 점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이다.

따라서 $y = \tan 150^\circ(x - 0) + 2,\ y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 이다.

7. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $\sin 45° = \cos 45°$

② $\cos 48° > \cos 38°$

③ $\tan 35° < \tan 40°$

④ $\sin 37° < \cos 37°$

⑤ $\sin 56° < \cos 56°$

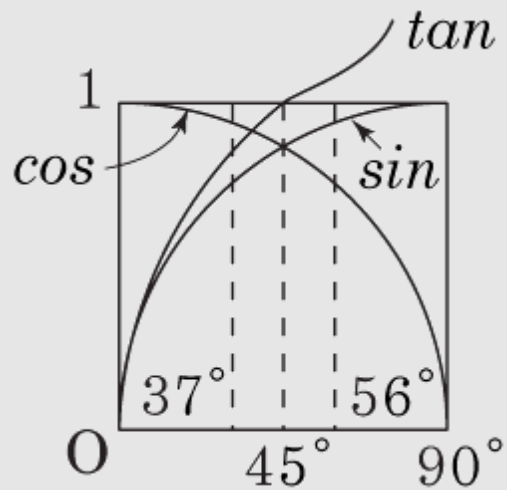
해설

② $\cos 48° < \cos 38°$

③ $\tan 35° < \tan 40°$

④ $\sin 37° < \cos 37°$

⑤ $\sin 56° > \cos 56°$



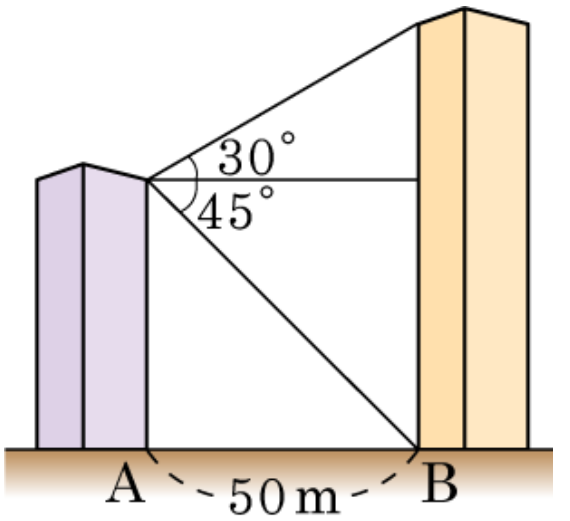
8. 함수 $y = \sin^2 x - 2\sin x + 2$ 의 최댓값과 최솟값은? (단, $0° \le x \le 90°$)

① 최댓값 2 , 최솟값 1
② 최댓값 3 , 최솟값 1
③ 최댓값 2 , 최솟값 -1
④ 최댓값 4 , 최솟값 1
⑤ 최댓값 1 , 최솟값 -3

해설

$\sin x = A$ $(0 \le A \le 1)$ 라 하면
$y = A^2 - 2A + 2 = (A-1)^2 + 1$
$A = 0$ 일 때, 최댓값 2
$A = 1$ 일 때, 최솟값 1 $(0 \le A \le 1)$

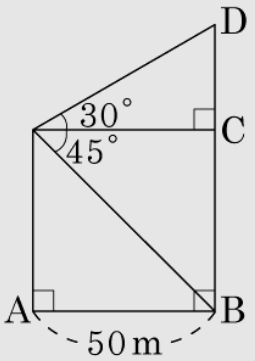
9. 다음 그림과 같이 간격이 50m 인 두 건물 A, B 가 있다. A 건물 옥상에서 B 건물을 올려다 본 각도는 30° 이고, 내려다 본 각도는 45° 일 때, B 건물의 높이는?



① 100m ② 75m ③ $50(\sqrt{2}+1)$m

④ $\frac{50(3+\sqrt{3})}{3}$m ⑤ $50(\sqrt{3}+1)$m

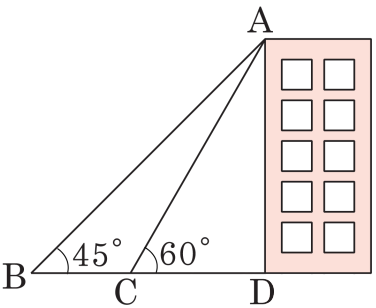
해설



$\overline{DC} = 50\tan 30° = \frac{50\sqrt{3}}{3}(m)$, $\overline{BC} = 50\tan 45° = 50m$

따라서 $\overline{DB} = \overline{DC} + \overline{CB} = \frac{50\sqrt{3}}{3} + 50 = \frac{50(3+\sqrt{3})}{3}(m)$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 한 지점 B 에서 건물 옥상의 한 지점 A 를 올려다 본 각이 45° 이고 다시 B 지점에서 건물쪽으로 7m 걸어간 지점 C 에서 A 지점을 올려다 본 각이 60° 일 때, 건물의 높이 $\overline{AD}$ 를 구하여라. (단, 눈의 높이는 무시한다.)

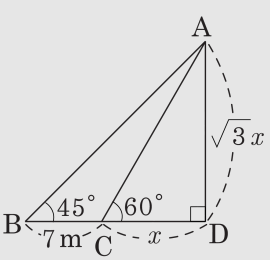


▶ 답 : m

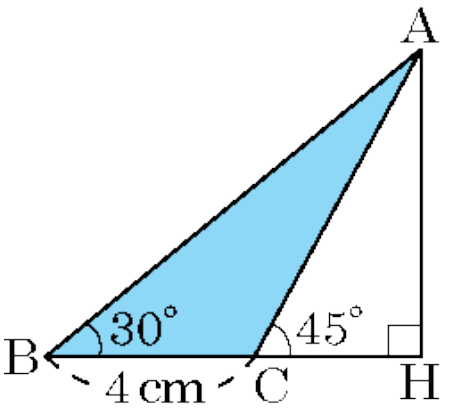
▷ 정답 : $\frac{21+7\sqrt{3}}{2}$ m

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD} &= \frac{7}{\tan 45^\circ - \tan(90^\circ - 60^\circ)} \\ &= \frac{7}{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ} \\ &= \frac{7}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}} \\ &= \frac{21+7\sqrt{3}}{2}\,(\mathrm{m})\end{aligned}$$



11. 다음 그림에서 $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\angle B = 30°$, $\angle ACH = 45°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 7cm^2 ③ $3(\sqrt{2}+1)\text{cm}^2$

④ $3(3-\sqrt{2})\text{cm}^2$ ⑤ $4(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AH} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{CH} = x\text{cm}$

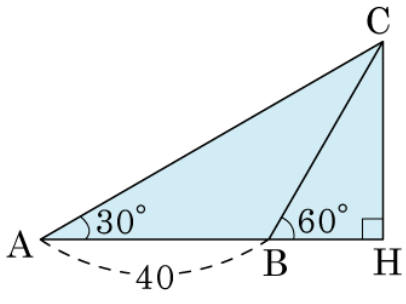
$\triangle ABH$ 에서 $\tan 30° = \dfrac{x}{4+x} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{3}x = 4 + x$, $(\sqrt{3}-1)x = 4$

$\therefore\ x = \dfrac{4}{\sqrt{3}-1} = 2(\sqrt{3}+1)$

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2(\sqrt{3}+1) = 4(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20\sqrt{3}$ ② $200\sqrt{3}$ ③ $400\sqrt{3}$

④ $600\sqrt{3}$ ⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

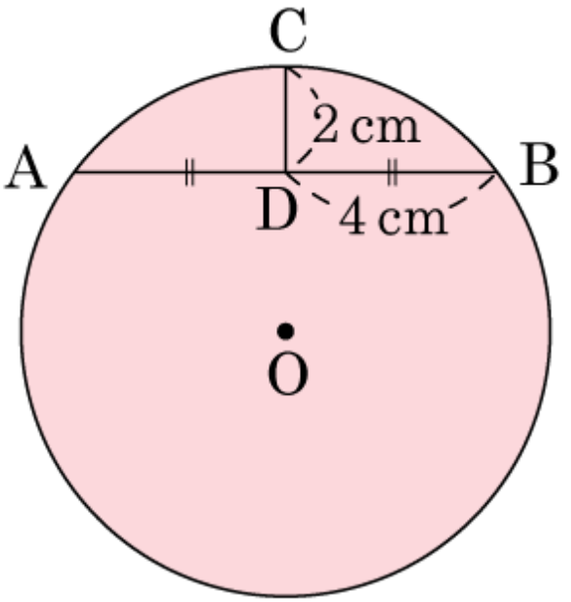
$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40$, $h\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) = 40$

$\therefore h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $40 \times 20\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 400\sqrt{3}$

13. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

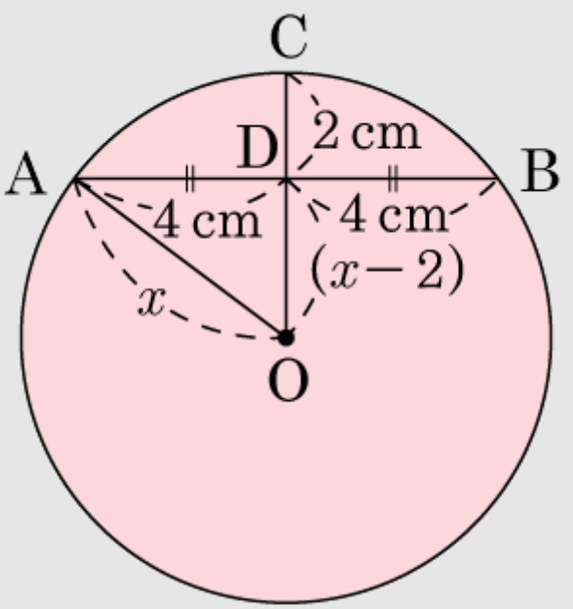
원 O 의 반지름의 길이를 x cm 라 하면

$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$

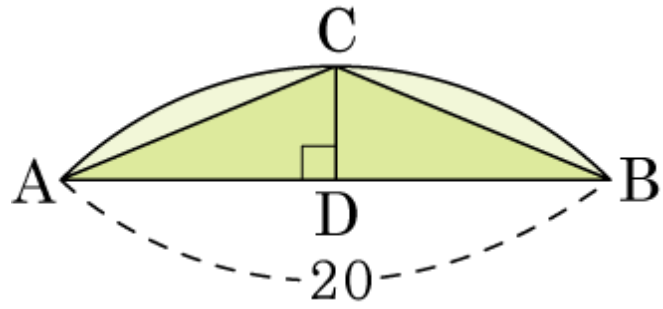
$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$

$4x = 20$

$\therefore x = 5(\text{ cm})$



14. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10 ② $20\sqrt{2}$ ③ 20 ④ 25 ⑤ $24\sqrt{5}$

해설

원의 중심 O와 점 C , 점 D를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서 $\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.