1. $\tan A = 2$ 일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$ 의 값을 구하여라. (단, $0° \le A \le 90°$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

$\tan A = 2$ 를 만족하는 직각삼각형 ABC 를 만들면

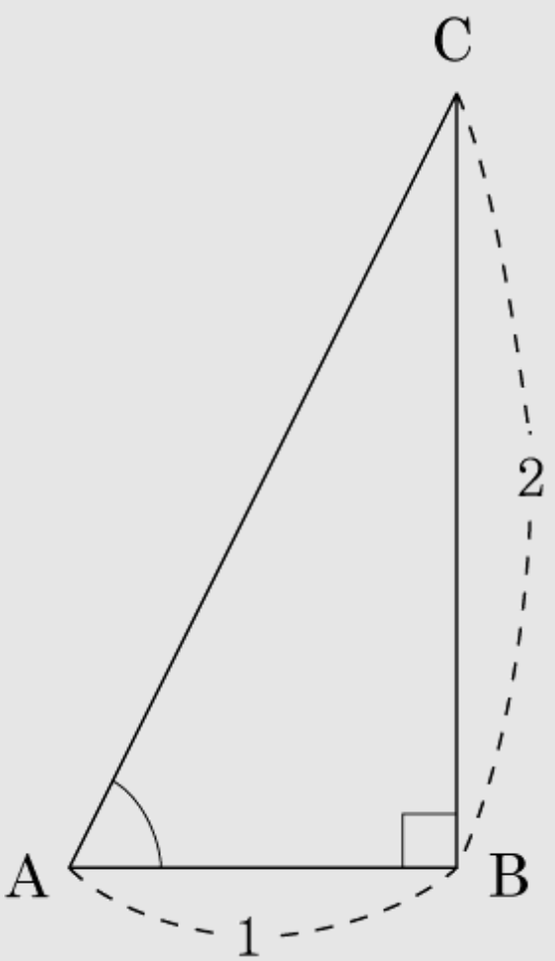
$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

$\cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin^2 A - \cos^2 A$

$= \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$



2. $\sin A = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라. (단, $\angle A$ 는 예각)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

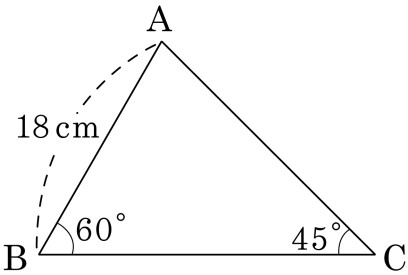
해설

$\sin A = \frac{1}{3}$ 이면

$\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ 이다.

따라서 $\cos A \times \tan A = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$ 이다.

3. 다음 삼각형의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{81\sqrt{2}+240}{2}$ ② $\dfrac{81\sqrt{2}+243}{2}$ ③ $\dfrac{81\sqrt{3}+240}{2}$

④ $\dfrac{81\sqrt{3}+243}{2}$ ⑤ $\dfrac{81\sqrt{6}+243}{2}$

해설

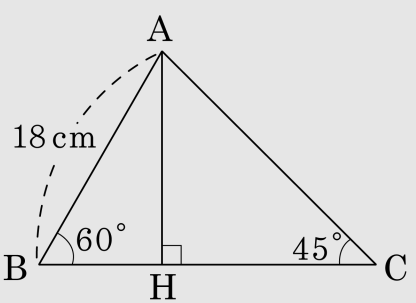
$\cos 60° = \dfrac{\overline{BH}}{18}$, $\overline{BH} = 18\cos 60° = 18 \times \dfrac{1}{2} = 9\,(\text{cm})$

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AH}}{18}$, $\overline{AH} = 18\sin 60° = 18 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}\,(\text{cm})$

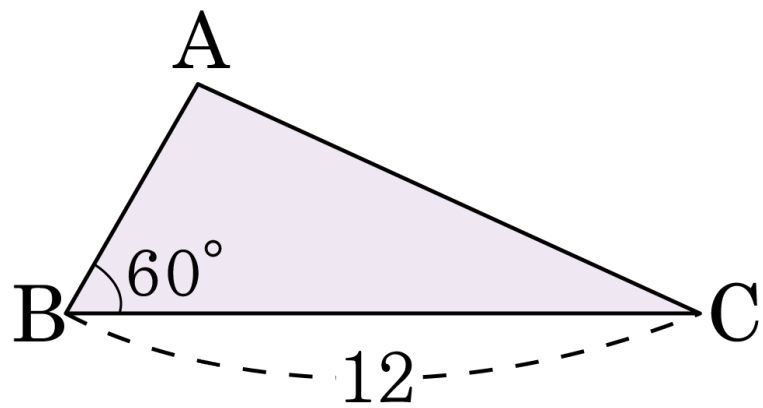
$\overline{CH} = \overline{AH}$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + 9\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$의 넓이는

$\left(9 + 9\sqrt{3}\right) \times 9\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{81\sqrt{3}+243}{2}\,(\text{cm}^2)$



4. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 의 넓이가 $30\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

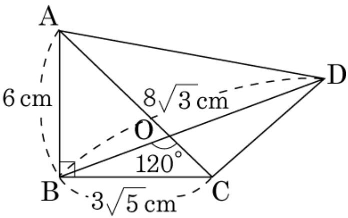
해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 12 \times \sin 60° = 30\sqrt{3}$

$6 \times \overline{AB} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AB} = 10$ 이다.

5. 다음 그림의 □ABCD 에서 ∠B $= 90°$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\sqrt{5}\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $54\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{5})^2} = \sqrt{81} = 9(\text{cm})$

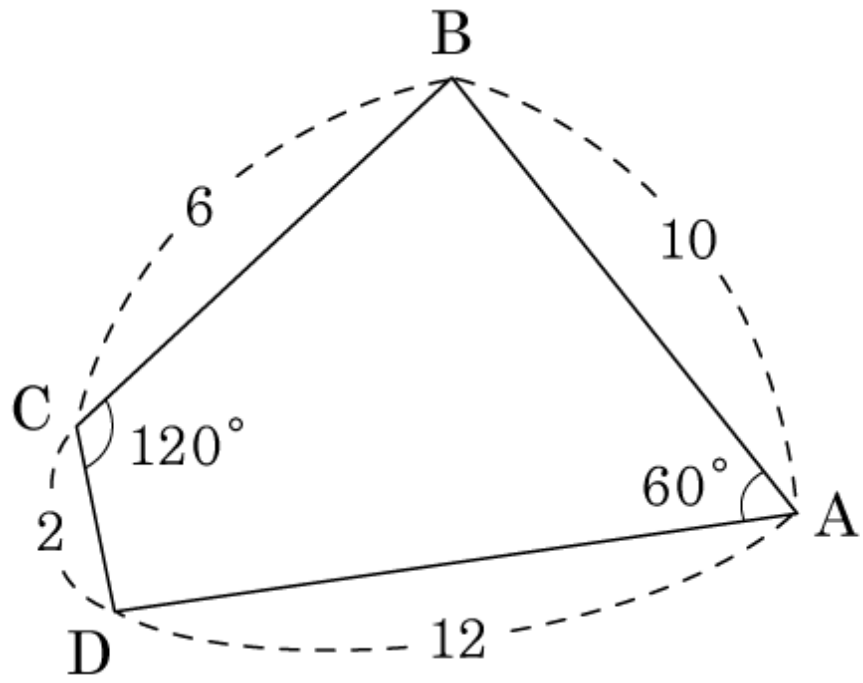
□ABCD의 넓이

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 54(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?



① $30\sqrt{3}$ ② $31\sqrt{3}$

③ $32\sqrt{3}$ ④ $33\sqrt{3}$

⑤ $34\sqrt{3}$

해설

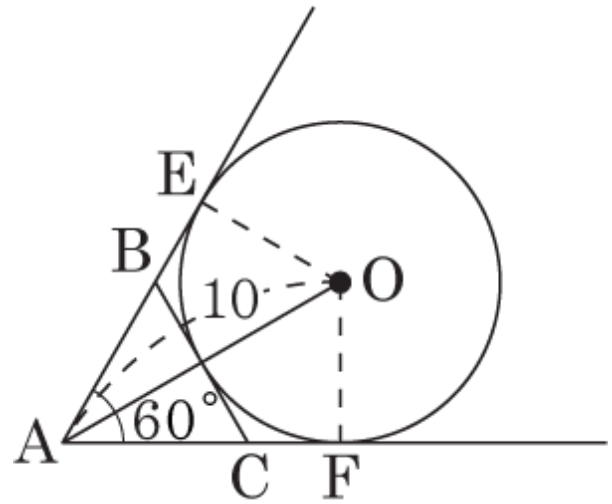
점 B와 D를 연결하면

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin 60° + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 \times \sin 60°$$

$$= 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 30\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 33\sqrt{3}$$

7. 다음 그림과 같이 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.
(단, $\angle BAC = 60°$, $\overline{AO} = 10$)



▶ 답 :

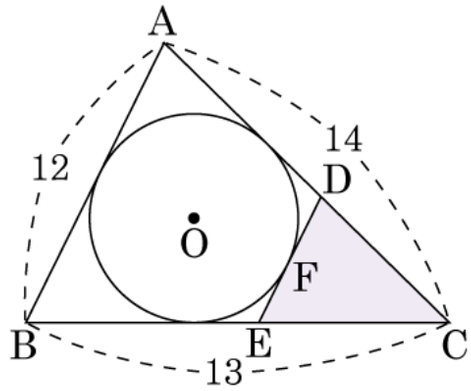
▷ 정답 : $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{AF} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF}$$
$$= 10\sqrt{3}(\,\text{cm})$$

8. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

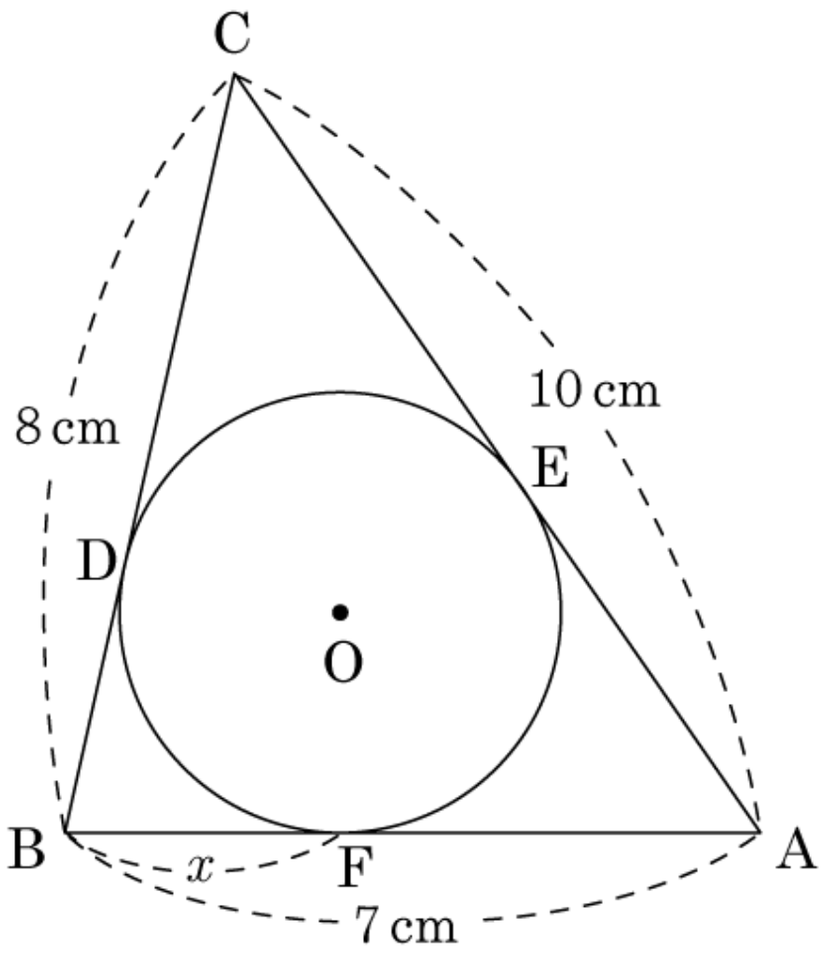
해설

원 O와 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와의 교점을 T, T′ 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore \ x = \frac{15}{2}$

$(\therefore \triangle CDE$ 의 둘레의 길이$) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$

9. 다음은 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 를 그린 것이다. 이때, x 의 길이는 얼마인가?



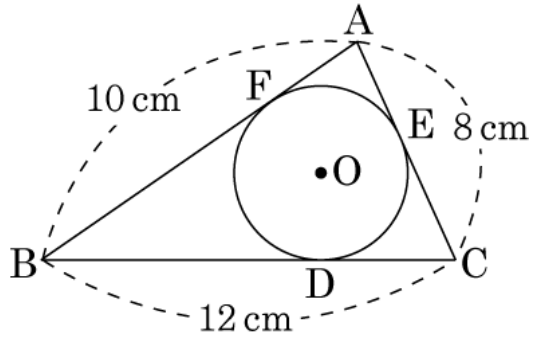
① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{CE} + \overline{AE} \\ &= (8-x) + (7-x) \\ &= 15 - 2x = 10\end{aligned}$$

$$\therefore\ x = \frac{5}{2}$$

10. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12cm$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



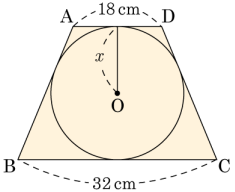
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{BF} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BF} = x\text{cm}$ 이므로
$\overline{AF} = \overline{AE} = (10 - x)\text{cm}$ 이고
$\overline{CD} = \overline{CE} = (12 - x)\text{cm}$ 이다.
$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$ 이므로 $8 = (10 - x) + (12 - x)$ 이므로 $x = 7\text{cm}$ 이다.

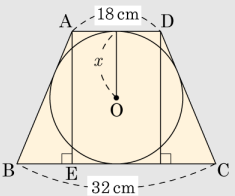
11. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 32\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 18*cm*

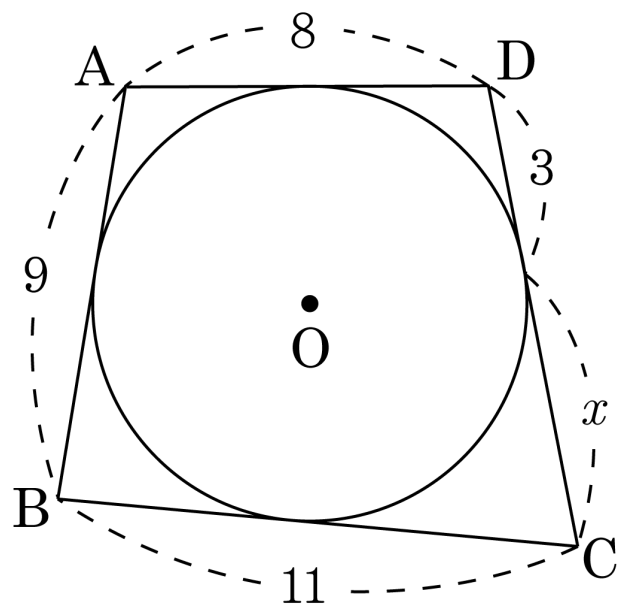
해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 18 + 32 = 50(\text{cm})$
□ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
$\therefore \overline{AB} = 25(\text{cm})$



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
$\overline{BE} = 7(\text{cm})$ $\therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm})$
$\therefore x = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 원 O 에 외접하고 있다. 이때, x 의 길이를 구하여라.



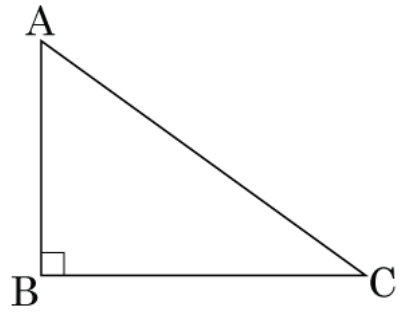
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$ 이므로 $9+(3+x)=8+11$ 이다. 따라서 $x=7$ 이다.

13. 다음 그림의 직각삼각형에 대하여 옳은 것은?



① $\cos A = \cos C$ ② $\tan C = \dfrac{1}{\tan C}$ ③ $\tan C = \dfrac{1}{\tan A}$

④ $\sin A = \cos A$ ⑤ $\cos C = \dfrac{1}{\cos A}$

해설

$\tan C = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{CB}}$, $\tan A = \dfrac{\overline{CB}}{\overline{AB}}$ 이므로 $\tan C = \dfrac{1}{\tan A}$ 이다.

14. 삼각형 ABC 에서 세 변 AB, BC, CA 의 길이가 차례로 c, a, b 일 때, $a^2+b^2=c^2$, $\frac{a}{b}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 인 관계가 성립할 때, $\cos A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

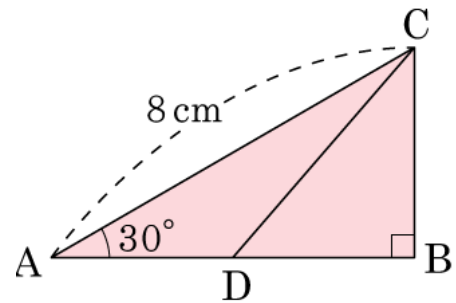
▷ 정답 : $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$b=\sqrt{2}a$ 이므로 $3a^2=c^2$, $\sqrt{3}a=c$,

$\therefore \cos A=\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

15. 다음 그림에서 점D 가 $\overline{AB}$ 의 중점일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① $\sqrt{3}$cm ② $2\sqrt{2}$cm ③ $2\sqrt{3}$cm

④ $2\sqrt{7}$cm ⑤ $2\sqrt{11}$cm

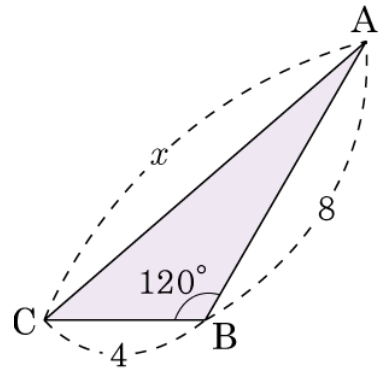
해설

$\angle A = 30°$ 이므로 $\overline{AB} = 8 \times \cos 30° = 4\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{BC} = 8 \times \sin 30° = 4$ 이므로 $\triangle CDB$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$$\overline{CD} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 4^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

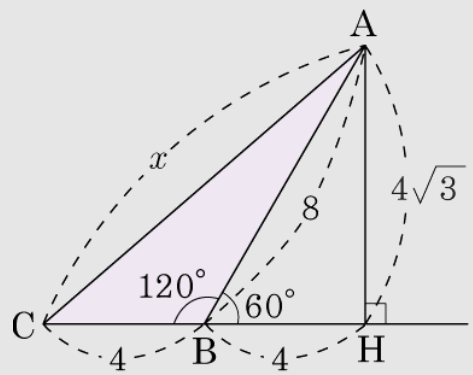
16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{7}$ ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{7}$

해설

점 A 에서 내린 수선과 $\overline{BC}$ 의 연장선이 만나는 점을 H 라 할 때

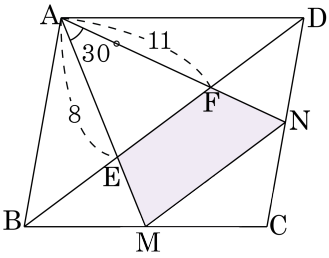


$\overline{AH} = 8 \times \sin 60° = 4\sqrt{3}$

$\overline{BH} = 8 \times \cos 60° = 4$

$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2} = 4\sqrt{7}$

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 하고 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$ 과 대각선 BD 와의 교점을 E, F 라 하자. $\overline{AE} = 8$, $\overline{AF} = 11$, $\angle EAF = 30°$ 일 때, □EMNF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{2}$

해설

점 E 와 F 는 △ABC 와 △ACD 의 무게중심이므로

$\overline{AM} = 8 \times \frac{3}{2} = 12$

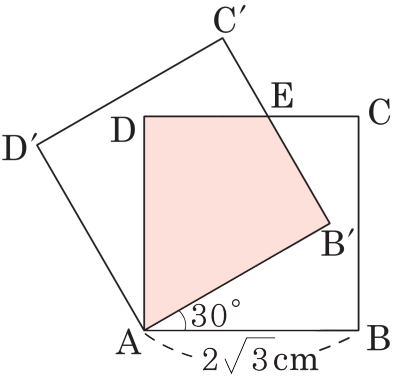
$\overline{AN} = 11 \times \frac{3}{2} = \frac{33}{2}$

$\square EMNF = \triangle AMN - \triangle AEF$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{33}{2} \times \sin 30° - \frac{1}{2} \times 8 \times 11 \times \sin 30°$

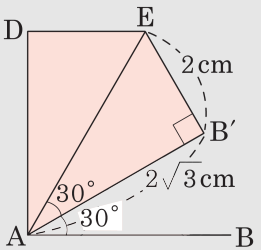
$= \frac{55}{2}$

18. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $2\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 30° 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하면?



① $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square DAB'E = 2\triangle AB'E = 2\times 2\sqrt{3}\times 2\times\frac{1}{2} = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$