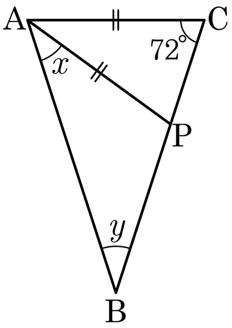
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이고 $\angle C = 72°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $64°$ ② $66°$ ③ $68°$ ④ $70°$ ⑤ $72°$

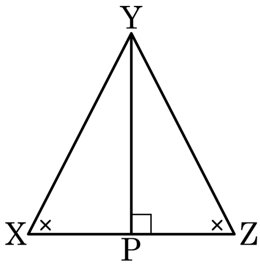
해설

$\triangle ACP$ 는 $\overline{AC} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle APC = 72°$

$\therefore \angle x + \angle y = 72°$

2. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면
$\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ $\boxed{\text{(가)}}$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 $\boxed{\text{(나)}}$ 합동이므로
$\boxed{\text{(다)}}$
$\therefore$ $\triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

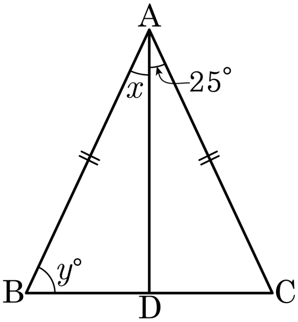
(가),(나),(다) 에 들어갈 말을 차례대로 쓴 것은 ?

① $\angle X = \angle Z$, ASA, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
② $\angle X = \angle Y$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
③ $\angle X = \angle Z$, SAS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
④ $\angle Y = \angle Z$, ASA, $\overline{XP} = \overline{ZP}$
⑤ $\angle X = \angle Z$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

해설

$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ (가)$\angle X = \angle Z$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 (나)ASA 합동이므로
(다) $\overline{XY} = \overline{YZ}$
$\therefore$ $\triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하자. $\angle CAD = 25°$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 80° ② 90° ③ 100° ④ 110° ⑤ 120°

해설

x는 $\angle A$를 이등분한 각이므로

$x = 25°$

$\triangle ABC$에서

$$y = \frac{1}{2}(180° - 50°) = 65°$$

$$\therefore\ x + y = 25° + 65° = 90°$$

4. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

> $\triangle$ABC 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(가)}}$
> $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
> $\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
> ㉠, ㉡에 의해서 $\boxed{\text{(라)}}$
> 따라서 $\triangle$ABC 는 $\boxed{\text{(마)}}$ 이다.

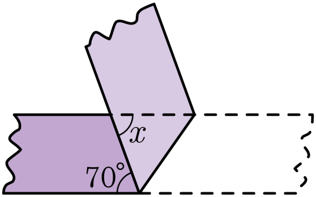
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① (가) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
② (나) $\overline{AC}$
③ (다) $\angle C$
④ (라) $\angle A = \angle B = \angle C$
⑤ (마) 정삼각형

해설

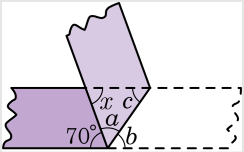
$\triangle$ABC 에서 세 내각의 크기가 같으므로 ($\angle A = \angle B = \angle C$)
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\angle C)$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle$ABC 는 (정삼각형) 이다.

5. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 70°

해설

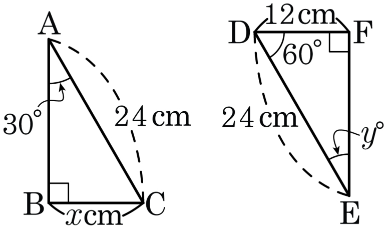


$\angle a = \angle b = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ (종이 접은 각)

$\angle b = \angle c = 55°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 180 - (55° + 55°) = 70°$ (삼각형 내각의 합은 180°)

6. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x + y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

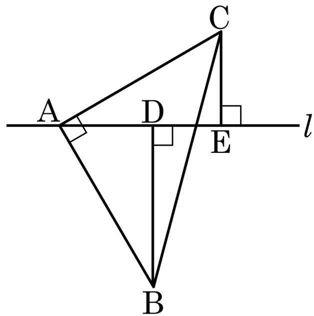
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$

$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

7. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, $\overline{BD} = a$, $\overline{CE} = b$ 라 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle ABD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ADB = \angle CEA$,

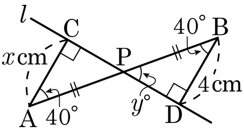
$\angle BAD = 90° - \angle CAE = \angle ACE$ 이므로

$\triangle CAE \equiv \triangle ABD$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE} = \overline{BD} = a,\ \overline{AD} = b$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = a - b$

8. 다음 그림과 같이 선분 $\overline{AB}$ 의 양 끝점 A, B 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 P 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 한다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\angle PAC = 40°$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

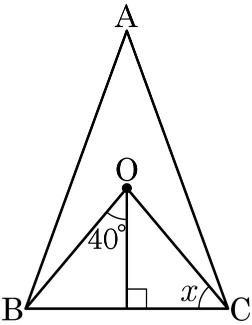


① 36 ② 44 ③ 46 ④ 54 ⑤ 58

해설

$\triangle PAC$ 와 $\triangle PBD$ 에서
$\angle PCA = \angle PDB = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{PA} = \overline{PB} \cdots$ ㉡
$\angle CPA = \angle DPB = y° \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle PAC \equiv \triangle PBD$(RHA)
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle y = 180 - 40 - 90 = 50°$,
$x = 4$ 이므로 이를 합하면 54 이다.

9. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



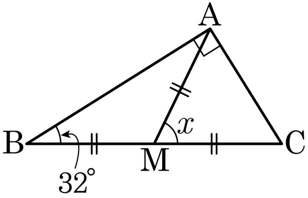
▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ **정답 :** $\underline{50^{\circ}}$

해설

점 O 에서 선분 BC 로 내린 수선의 발을 점 D 라고 할 때,
$\triangle OBD \equiv \triangle ODC$ 이므로,
$\angle BOD = \angle DOC = 40^{\circ}$ 이다.
따라서 x 는 $180^{\circ} - 90^{\circ} - 40^{\circ} = 50^{\circ}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

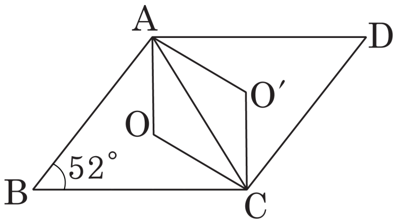
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{MB} = \overline{MA})$

$\angle MBA = \angle MAB = 32°$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

11. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?



① 52°　② 52°　③ 76°　④ 104°　⑤ 116°

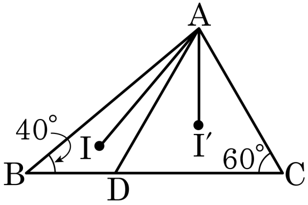
해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$

이때, $\square OAO'C$는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$

따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

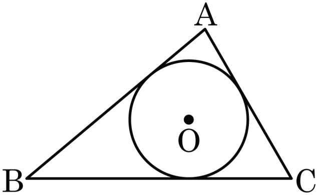


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$$

13. 다음 그림에서 내접원의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $36\,\mathrm{cm}^2$ 이라고 한다. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ cm

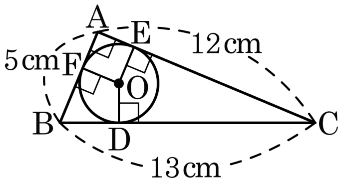
▷ 정답 : 36 cm

해설

$$36 = \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 36(\,\mathrm{cm})$$

14. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm　　② 1 cm　　③ 2 cm

④ 2.5 cm　　⑤ 3 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 내접원의 반지름을 r , 각 변의 길이를 a, b, c 라 하면 $\triangle$ABC 의 넓이는

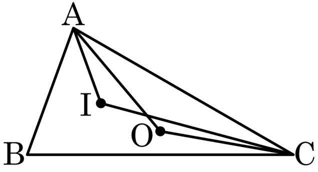
$$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$

이때, $\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a+b+c) = 30$,

$$\frac{1}{2}r(5+12+13) = 30$$

따라서 $r = 2\,\mathrm{cm}$

15. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다.$\angle AOC - \angle AIC = 15°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기= (　　)° 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

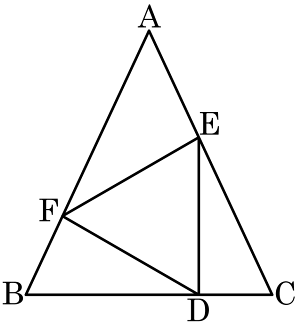
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - \left(\frac{1}{2}\angle B + 90°\right) = 15°$ 일 때, $\angle B = 70°$ 이다.

$\angle B = 70°$ 이고, $\angle AOC = 140°$ 이다. ($\because$ 점 O는 외심) , $\triangle OAC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 20°$ 이다.

16. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35°$, $\angle BDF = 30°$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad °}$

▷ 정답 : $25\ \underline{°}$

해설

$\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로

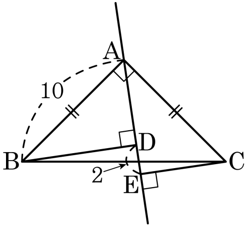
$\triangle BDF$ 에서 $\angle a + 30° = 35° + 60° \quad \therefore \ \angle a = 65°$

$\triangle CDE$ 에서

$\angle a + \angle DEC = 30° + 60°,\ 65° + \angle DEC = 90°$

$\therefore \ \angle DEC = 25°$

17. 다음 그림은 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AB}=10$, $\overline{DE}=2$ 일 때, $\overline{BD}-\overline{CE}$ 의 값은?



① 2　② 2.5　③ 3　④ 3.5　⑤ 4

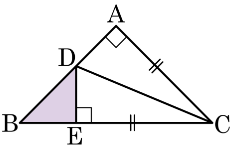
해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BD}=\overline{AE}$, $\overline{CE}=\overline{AD}$

$\therefore \overline{BD}-\overline{CE}=\overline{AE}-\overline{AD}=2$

18. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?

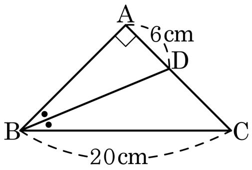


① $10\,\text{cm}^2$　② $14\,\text{cm}^2$　③ $18\,\text{cm}^2$
④ $22\,\text{cm}^2$　⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.
따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

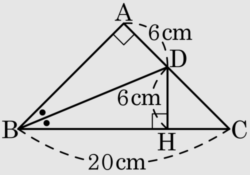


① $50\,\text{cm}^2$ ② $52\,\text{cm}^2$ ③ $58\,\text{cm}^2$

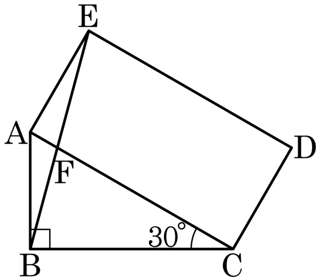
④ $60\,\text{cm}^2$ ⑤ $64\,\text{cm}^2$

해설

$(\triangle DBC\text{의 넓이}) = 20 \times 6 \times \frac{1}{2} = 60\ (\text{cm}^2)$



20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ **정답 :** $\underline{30°}$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

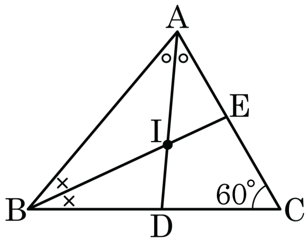
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots ①$

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots ②$

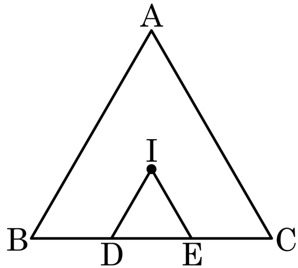
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

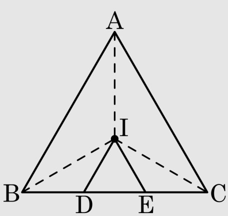
22. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 60°

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{ICE} = \angle \mathrm{ACI} = \angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = 30°$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{DI}}$, $\overline{\mathrm{AC}} /\!/ \overline{\mathrm{EI}}$

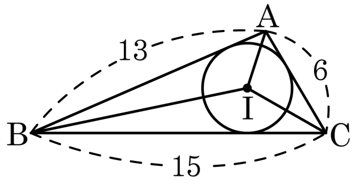
$\angle \mathrm{DIB} = \angle \mathrm{ABI} = 30°$ (엇각)

$\angle \mathrm{EIC} = \angle \mathrm{ACI} = 30°$ (엇각)

또, $\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} = 120°$ 이므로

$\angle \mathrm{DIE} = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{CA} = 6$ 이다. $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$(\triangle AIB \text{ 의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times r \times 13 = \dfrac{13}{2}r$

$(\triangle BIC \text{ 의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times r \times 15 = \dfrac{15}{2}r$

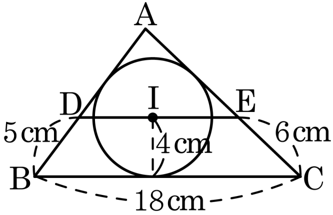
$(\triangle CIA \text{ 의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA = \dfrac{13}{2}r : \dfrac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

24. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $58\,\underline{cm^2}$

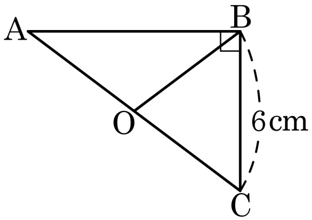
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(cm)$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \frac{1}{2} = 58(cm^2)$ 이다.

25. 직각삼각형 ABC의 외심 점 O를 찍어 B와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$의 넓이가 12cm^2이고, $\overline{AC}$의 길이가 10cm일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

변 $\overline{OB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로

$\triangle ABC$의 넓이는 $12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$이다.

높이가 6cm인 삼각형의 넓이가 24cm^2이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$6 + 8 + 10 = 24$ (cm)