

1. $a > 0, b < 0, a + b < 0$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ① a ② b ③ $a - b$ ④ $-a$ ⑤ $-b$

해설

$a > 0, b < 0$ 에서 $a > b, a - b > b$
 $a + b < 0$ 에서 $b < -a, a < -b$
따라서 $b < -a < 0 < a < -b < a - b$ 이므로,
제일 큰 수는 $a - b$

2. 다음 일차부등식 중 두 부등식을 연립하여 풀었을 때, 해의 개수가 1이 되는 두 부등식을 골라 기호를 써라.

보기

㉠ $x - 4 \geq 4(x + 2)$

㉡ $7(x - 1) < 5x + 3$

㉢ $x + 1 \geq 2(2 - x)$

㉣ $\frac{3}{2}x \geq -2 + x$

㉤ $0.2(3x - 8) < \frac{1}{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $x - 4 \geq 4(x + 2)$ 에서 $x \leq -4$

㉡ $7(x - 1) < 5x + 3$ 에서 $x < 5$

㉢ $x + 1 \geq 2(2 - x)$ 에서 $x \geq 1$

㉣ $\frac{3}{2}x \geq -2 + x$ 에서 $x \geq -4$

㉤ $0.2(3x - 8) < \frac{1}{5}$ 에서 $x < 3$

따라서 ㉠과 ㉣을 연립하였을 때 $x = -4$ 로 해의 개수 1개이다.

3. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

4. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(6)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 한다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{2 \times 6 + 1 \times (-3)}{2 + 1} = 3 \text{에서 } P(3)$$

$$\frac{3 \times 6 - 2 \times (-3)}{3 - 2} = 24 \text{에서 } Q(24)$$

$$\therefore PQ = |24 - 3| = 21$$

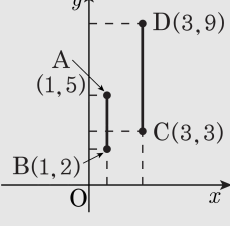
5. $f(x) = ax + b$ 이고 $2 \leq f(1) \leq 5$, $3 \leq f(3) \leq 9$ 라고 할 때, a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① 2
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 4

해설

다음 그림과 같이 $f(x) = ax + b$ 가 선분 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 동시에 지나야 하고

a 는 $y = f(x)$ 의 기울기이므로



a 의 최댓값은 $\overline{BD}$ 의 기울기이고

a 의 최솟값은 $\overline{AC}$ 의 기울기이다.

$$\overline{BD} \text{의 기울기} = \frac{9-2}{3-1} = \frac{7}{2}$$

$$\overline{AC} \text{의 기울기} = \frac{3-5}{3-1} = -1$$

$$\therefore \text{최댓값} + \text{최솟값} = \frac{7}{2} - 1 = \frac{5}{2}$$

(다른 풀이) $f(1) = a + b$, $f(3) = 3a + b$ 이므로

$$\therefore -1 \leq a \leq \frac{7}{2}$$

6. 세 점 A(1, 2), B(2, -3), C(4, 5)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에 대하여 점 A를 지나고, $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

- ① $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + 5$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
 ④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

해설

점 A를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면 직선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나야 한다.

$\overline{BC}$ 의 중점은 $\left(\frac{2+4}{2}, \frac{-3+5}{2}\right)$, 즉 (3, 1) 이므로

두 점 (1, 2), (3, 1)을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{1-2}{3-1}(x-1)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

7. 원점을 지나고, 점 (2, 1)에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x 축은 제외)

① $y = \frac{2}{3}x$

② $y = -\frac{2}{3}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = -\frac{4}{3}x$

⑤ $y = \frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y = kx (k \neq 0)$ 이라 하면,

(2, 1)에서의 거리가 1 이므로

$$\frac{|2k - 1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1, |2k - 1| = \sqrt{k^2 + 1}, k(3k - 4) = 0$$

$$k = \frac{4}{3} (\because k \neq 0)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x$$

8. 세 점 $P(-1, 4), Q(3, 6), R(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 외접원의 방정식은?
- ① $x^2 + y^2 - x - 2y - 3 = 0$
② $x^2 + y^2 + 2x - 1y - 10 = 0$
③ $x^2 + y^2 - 4x - 5y - 8 = 0$
④ $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$
⑤ $x^2 + y^2 - 6x - 5y - 20 = 0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓으면 이 원이

세 점 $P(-1, 4), Q(3, 6), R(0, -3)$ 을 지나므로 차례로 대입하면

$$1 + 16 - A + 4B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9 + 36 + 3A + 6B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$9 - 3B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = -2, C = -15$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

9. 직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행 이동한 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 ,
 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면
 $a(x + 2) + b(y - 3) = 1$, $ax + by + 2a - 3b - 1 = 0$
이 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 과 같으므로
 $\frac{a}{2} = \frac{b}{-3} = \frac{2a - 3b - 1}{12}$
이 식을 풀면 $a = 2$, $b = -3$ 이다.
 $\therefore a + b = -1$

10. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$ 이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 이므로 $x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$
 $\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$
 $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$
 $\therefore a = 2, b = -6, c = 6$
따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은 $2 + (-6) + 6 = 2$

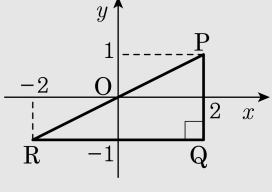
11. 점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한
점 Q 는 Q (2, -1)
또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 R 는 R (-2, -1)
따라서, 다음 그림에서 세 점
P (2, 1), Q (2, -1), R (-2, -1) 을
꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$



12. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \textcircled{㉠} \text{ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \textcircled{㉡} \text{ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \textcircled{㉢} \text{ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \textcircled{㉣} \text{ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \textcircled{㉤} \text{ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

13. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{}x^2 + \text{}x + \text{}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 +$ $x +$ $= A$ 라 하면
 $(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$
 $\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$
 $\therefore A = x^2 + 2x - 1$ 이므로
 안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

14. 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 떨어지고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

① x

② $-x+1$

③ $x+1$

④ $-2x+2$

⑤ $2x+2$

해설

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

$$P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$$

$$P(-1) = 0, \quad P(2) = 3 \text{ 이므로,}$$

$$-a + b = 0, \quad 2a + b = 3$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

따라서 나머지는 $x+1$ 이다.

15. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x + 2)(x - 1)Q(x) \end{aligned}$$

인수정리에 의해 $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

16. 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \\ & 4[(x+y)(x-y)]^n = 4 \times 3^n \\ & 4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n \\ & \therefore x^2 - y^2 = 3 \end{aligned}$$

17. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

- ① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $-(a+b+c)(a-b-c)$
③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$ ④ $(a+b)(b+c)(c+a)$
⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

18. 연립부등식

$$\begin{cases} x+7>2a \\ 2x-3<1 \end{cases} \quad \text{의 해가 } -1 < x < 2 \text{ 일 때, 상수 } a \text{의 값을 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x+7>2a \text{에서 } x>2a-7$$

$$2x-3<1 \text{에서 } x<2$$

$$2a-7<x<2$$

$$\therefore 2a-7=-1$$

$$\therefore a=3$$

19. 연립부등식 $\begin{cases} 2-x \leq 6x+a \\ 4x-5 \geq 5x-6 \end{cases}$ 의 해가 $x=m$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$4x-5 \geq 5x-6$$

$$-x \geq -1$$

$$x \leq 1$$

$$2-x \leq 6x+a$$

$$-7x \leq a-2$$

$$x \geq \frac{a-2}{-7}$$

$$x=m \text{ 이므로 } \frac{a-2}{-7} = 1$$

$$\therefore a = -5$$

20. 두 부등식

$$\frac{2x+1}{3} > \frac{2x+k}{4},$$

$\frac{2x+1}{3} > \frac{x+1}{2}$ 의 해가 같을 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{2x+1}{3} > \frac{2x+k}{4}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$4(2x+1) > 3(2x+k)$$

$$8x+4 > 6x+3k$$

$$2x > 3k-4$$

$$\therefore x > \frac{3k-4}{2}$$

$\frac{2x+1}{3} > \frac{x+1}{2}$ 의 양변에 6을 곱하면

$$2(2x+1) > 3(x+1)$$

$$4x+2 > 3x+3$$

$$\therefore x > 1$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{3k-4}{2} = 1$$

$$3k-4 = 2$$

$$\therefore k = 2$$

21. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

22. x 에 관한 이차부등식 $x^2 + ax + 2a - 3 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 상수 a 의 범위를 구하면 $p < a < q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $pq = 12$

해설

$x^2 + ax + 2a - 3 > 0$ 이 항상 성립할 조건은
판별식 이 $D < 0$ 을 만족해야 한다.

$$D = a^2 - 4(2a - 3) < 0$$

$$a^2 - 8a + 12 < 0$$

$$(a - 6)(a - 2) < 0$$

$$2 < a < 6 \quad \therefore p = 2, q = 6$$

$$\therefore pq = 2 \times 6 = 12$$

23. 세 점 A(3, a), B(2, 1), C($a+4$, 2)이 일직선 위에있을 때, 실수 a 의 값들의 곱은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 기울기는 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 같으므로

$$\frac{1-a}{2-3} = \frac{2-1}{(a+4)-2}, \quad \frac{a-1}{1} = \frac{1}{a+2}$$

$$(a-1) \cdot (a+2) = 1, \quad a^2 + a - 3 = 0$$

$\therefore$ 실수 a 의 값의 곱은 -3

24. 두 직선 $2x - 3y + 3 = 0$, $2x - 3y - 10 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$

② 1

③ $\sqrt{13}$

④ 13

⑤ $13\sqrt{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서 다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.

$2x - 3y + 3 = 0$ 위의 임의의 한 점 $(0, 1)$ 에서

직선 $2x - 3y - 10 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|-3 - 10|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

25. 복소수들 사이의 연산 $*$ 가 다음과 같다고 하자.

$$\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$$

이 때, $(1 + 2i) * z = 1$ 을 만족시키는 복소수 z 는?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1 + i$

② $1 - i$

③ $-1 + i$

④ $-1 - i$

⑤ i

해설

$z = a + bi$ 라 하면

$$(1 + 2i) * z$$

$$= (1 + 2i) + (a + bi) + (1 + 2i)(a + bi)i$$

$$= (-a - b + 1) + (a - b + 2)i = 1$$

$$-a - b + 1 = 1, \quad a - b + 2 = 0$$

$$a = -1, \quad b = 1$$

$$\therefore z = -1 + i$$

26. $x^3 = 1$ 의 세 근이 a, b, c 이다. $22a^{21} + 21b^{22} + 22c^{21}$ 의 값이 실수 일 때, 이 실수 값을 구하면?

① 60

② 65

③ 68

④ 72

⑤ 75

해설

$x^3 = 1 \Rightarrow a^3 = 1 \quad b^3 = 1 \quad c^3 = 1$
 $\Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{1}$
 $\therefore 22a^{21} + 21b^{22} + 22c^{21}$
 $= 22(a^3)^7 + 21(b^3)^7b + 22(c^3)^7$
 $= 21b + 44$ 이 값이 실수이므로
①에서 $b = 1$ 이다.
 $\therefore 21b + 44 = 65$

27. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60
- ② $\frac{200}{3}$
- ③ $\frac{230}{3}$
- ④ 80
- ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당
판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.
올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면
올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,
판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로
올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$
작년 판매 금액이 ab 이므로
 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$
이 부등식을 정리하면
 $9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$
 $(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$
 $\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$

28. 두 직선 $y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이고, 직선 $x = 2$ 와 만나는 두 점을 P, Q라 할 때, P, Q의 중점이 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ 이다. 이때, $|a - b|$ 의 값은?
(단, $a > 0, b < 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 4

해설

$P(2, 2a), Q(2, 2b)$
 $\therefore$ P, Q의 중점 : $\left(\frac{2+2}{2}, \frac{2a+2b}{2}\right) = \left(2, \frac{3}{2}\right)$
 $\Rightarrow a + b = \frac{3}{2} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이므로
 $a \times b = -1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\therefore (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$ 이므로
 $(a - b)^2 = \frac{9}{4} + 4$
 $\Rightarrow a - b = \frac{5}{2} \quad (\because a > 0, b < 0)$

29. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O로부터 동쪽으로 6 km, 북쪽으로 3 km 떨어져 있다. 또 마을 O로부터 동쪽으로 5 km, 북쪽으로 4 km의 위치에 마을 P가 있다. 이 때, 마을 P에서 강까지의 최단 거리를 구하시오. (단위는 km)

- ① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O를 원점 O로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.

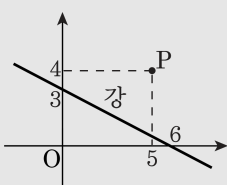
강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 \text{ 즉, } x + 2y - 6 = 0$$

이때, 마을 P의 좌표는 (5, 4)이다.

따라서, 점 (5, 4)에서 직선 $x + 2y - 6 = 0$ 까지의 거리를 구하면

$$\frac{|5 + 8 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} (km)$$

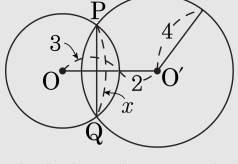


30. 두 원 O 와 O' 의 반지름의 길이가 각각 3 cm, 4 cm 이고 중심거리가 5 cm 일 때, 두 원의 공통현의 길이를 구하면?

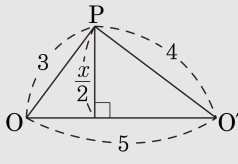
- ① 4 ② 4.2 ③ 4.4 ④ 4.6 ⑤ 4.8

해설

$\overline{PQ}$ 를 x 라 하면,



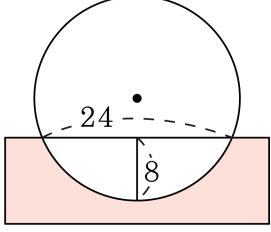
확대해보면 두 교점을 P, Q 라 하면,



삼각형의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{x}{2}$

$\therefore x = \frac{24}{5} = 4.8$

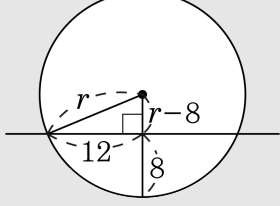
31. 구 모양의 공을 띄워 놓은 호수가 얼었다. 얼음을 깨지 않고 공을 들어내었더니 다음 그림과 같이 윗면의 지름이 24이고 깊이가 8인 홈이 생겼다고 할 때, 이 공의 반지름의 길이는?



- ① $6\sqrt{3}$ ② 13 ③ $8\sqrt{3}$ ④ 16 ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

다음 그림처럼 공의 반지름의 길이를 r 라 하면
피타고라스의 정리에 의하여
 $r^2 = 12^2 + (r - 8)^2$
 $r^2 = 144 + r^2 - 16r + 64$
 $\therefore r = 13$



32. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 은 서로 다른 두 근 α, β 를 갖는다.
 $f(x) = x^2 + bx + a$ 에 대하여 $f(\alpha) = \beta, f(\beta) = \alpha$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 0
- ② -1
- ③ -2
- ④ -3
- ⑤ -4

해설

근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = b$
 $f(\alpha) = \alpha^2 + b\alpha + a = \beta \cdots \textcircled{㉠}$
 $f(\beta) = \beta^2 + b\beta + a = \alpha \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 하면
 $\alpha^2 - \beta^2 + b(\alpha - \beta) = \beta - \alpha$
 $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta + b + 1) = 0$
 $\alpha \neq \beta$ 이므로 $\alpha + \beta + b + 1 = 0$
 $\therefore -a + b + 1 = 0 \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 하면
 $\alpha^2 + \beta^2 + b(\alpha + \beta) + 2a = \alpha + \beta$
 $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + (b - 1)(\alpha + \beta) + 2a = 0$
 $\therefore a^2 - 2b - a(b - 1) + 2a = 0 \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉢}$ 에서 $b = a - 1$ 을 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면
 $a^2 - 2(a - 1) - a(a - 1 - 1) + 2a = 0, 2a + 2 = 0$
 $\therefore a = -1, b = -2$
 $\therefore a + b = -3$

33. 함수 $f(x) = \frac{x^2}{4} + a(x \geq 0)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 양의 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위는?
- ① $0 \leq a < 1$ ② $a \geq 0$ ③ $a < 1$
④ $0 < a < 1$ ⑤ $a < 2$

해설

$f(x) = \frac{x^2}{4} + a(x \geq 0)$ 와 그 역함수 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점은 직선 $y = x$ 위에 있다.

따라서, 방정식 $\frac{x^2}{4} + a = x$,

즉 $x^2 - 4x + 4a = 0$ 이 서로 다른 두 양의 실근을 갖는다.
 $x^2 - 4x + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$\alpha + \beta = 4 > 0$ ㉠

$\alpha\beta = 4a > 0, a > 0$ ㉡

$\frac{D}{4} = 4 - 4a > 0, a < 1$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $0 < a < 1$

34. 실수 a 가 $0 < a < 2$ 이고, x, y 가 연립방정식

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \\ ax - y = a^3 \end{cases} \quad \text{을 만족시킬 때,}$$

$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 & \cdots \textcircled{A} \\ ax - y = a^3 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{B}$ 에서 $y = ax - a^3 \quad \cdots \textcircled{C}$

$\textcircled{C}$ 식을 $\textcircled{A}$ 식에 대입하면 $4x - a(ax - a^3) = 16$

$(4 - a^2)x = 16 - a^4$

$\therefore x = 4 + a^2 \quad (\because a \neq \pm 2)$

$\therefore y = a(4 + a^2) - a^3 = 4a$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} &= \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(a-2)^2} \\ &= a + 2 - (a - 2) \\ &\quad (\because 0 < a < 2) \\ &= 4 \end{aligned}$$

35. 프로야구 팀 A, B 의 오늘과 승률을 비교해보면, 20 경기를 치른 A 팀의 승률이 14 경기를 치른 B 팀의 승률보다 높았고, 두 팀의 승수의 합은 20 승이었다. 만약 다음 경기부터 양 팀이 6 연승을 달린다면 A 팀과 B 팀의 승률 순위가 바뀐다고 할 때, 오늘과 기록에서 A 팀이 패한 회수를 구하여라. (단, 무승부는 없다.)

▶ **한:** 호

▷ 정답 : 8 회

해설

오늘까지 A 팀이 이긴 경기 수를 x 회라 하면 B 팀이 이긴 경기 수는 $(20 - x)$ 회이다.

A 팀의 오늘까지의 승률은 $\frac{x}{20}$, B 팀의 오늘까지의 승률은

$$\frac{20-x}{14}$$
 이므로

$$\frac{x}{20} > \frac{20-x}{14} \quad \therefore x > \frac{200}{17} \dots \textcircled{1}$$

6 경기를 더 이겼을 때, A 팀의 승률은 $\frac{x+6}{26}$, B 팀의 승률은

$$\frac{26-x}{20} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+6}{26} < \frac{26-x}{20} \quad \therefore x < \frac{278}{23} \dots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위를 구하면

$$\frac{200}{17} < x < \frac{278}{23} \quad \therefore 11.\times\times\times < x < 12.\times\times\times$$

따라서 $x = 12$ 경기이므로 오늘자 기록에서 A 팀이 패한 횟수는 8 회이다.