

1. 두 점 $A(4, -3), B(a, 3)$ 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 점 $A(4, -3), B(a, 3)$ 에 대하여

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 8a + 52} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$(a-10)(a+2) = 0$$

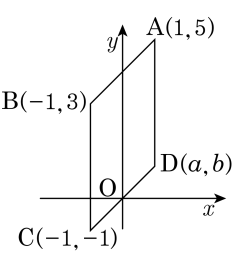
$$\therefore a = 10 (\because a > 0)$$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.
즉, $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{5+(-1)}{2}\right) = \left(\frac{-1+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$
 $\therefore a = 1, b = 1$
 $\therefore ab = 1$

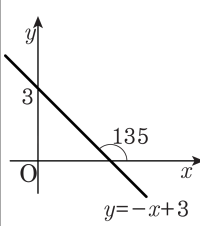


3. 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 $^{\circ}$ 인지 구하면?

① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

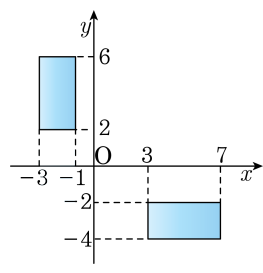
해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기: -1 , y 절편: 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
 $-1 = \tan \theta$ 에서 $\theta = 135^{\circ}$



4. 다음 그림의 좌표평면 위에서 두 직사각형의 넓이를 모두 이등분하는 직선의 기울기는?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$
 ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$



해설

직사각형의 넓이는 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의하여 이등분된다.

따라서, 두 대각선의 교점의 좌표는 각각 A(-2, 4), B(5, -3) 이므로

직선 AB의 기울기는 $\frac{-3-4}{5-(-2)} = -1$

5. 두 점 (2, 3), (1, 2)를 지나는 직선 위에 두 직선 $y - 3x - 4 = 0$, $y - ax - 2 = 0$ 의 교점이 있다고 할 때, a 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{8}{3}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

결국 세 직선의 교점이 일치하므로

두 점 (2, 3), (1, 2)를 지나는

직선과 직선 $y - 3x - 4 = 0$ 의 교점이

직선 $y - ax - 2 = 0$ 위에 있다.

두 점 (2, 3), (1, 2)를 지나는 직선은

$$y - 2 = \frac{3 - 2}{2 - 1}(x - 1)$$

$$\therefore y = x + 1$$

따라서 두 직선

$$y - 3x - 4 = 0 \text{과 } y = x + 1 \text{의 교점은 } \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

교점이 $y - ax - 2 = 0$ 위에 있으므로

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}a - 2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

6. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c < 1$ ② $c < 2$ ③ $c < 3$ ④ $c < 4$ ⑤ $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5 - c \quad \leftarrow \quad 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \quad \leftarrow \quad r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$

7. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면

y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는

$r = |a|$ 이다.

$$\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots\dots \textcircled{A}$$

①이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$$

$$\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{B}$$

①이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$$

$$b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C} \text{에서 } b^2 - 6b - 7 = 0, (b+1)(b-7) = 0$$

$$\therefore b = -1, 7$$

이때, ①에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$

$$\therefore r = 2 \text{ 또는 } 10$$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

8. 두 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 의 공통접선의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에서 이 원의 중심을 C_1 이라

하면 점 C_1 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고

반지름의 길이는 1 이다.

$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 에서

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$ 이므로

이 원의 중심을 C_2 이라 하면

점 C_2 의 좌표는 $(3, 3)$ 이고

반지름의 길이는 4 이다.

$\overline{C_1C_2} = 5$ 이고

두 원의 반지름의 길이는 1, 4 이므로

두 원은 서로 외접하게 된다.

따라서 공통접선은 3 개이다.

9. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 의 값의 범위는?

① $-2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$

② $-3\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$

③ $-4\sqrt{5} < k < 4\sqrt{5}$

④ $k < -\sqrt{5}$ 또는 $k > \sqrt{5}$

⑤ $k < -2\sqrt{5}$ 또는 $k > 2\sqrt{5}$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 2 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 2 \quad \therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$$

10. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 이므로

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 1)$

$= 4(3x + 1) + a$

$= 12x + 4 + a$

따라서 $12x + 4 + a = 12x + 7$ 에서 $4 + a = 7$

$\therefore a = 3$

11. 두 직선 $x + y - 1 = 0$ 과 $mx - y + m - 2 = 0$ 이 제1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{2} < m < 2$ ② $\frac{1}{2} < m < 3$ ③ $1 < m < 2$
④ $1 < m < 3$ ⑤ $2 < m < 4$

해설

$mx - y + m - 2 = 0$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 이므로 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.
또, 직선 $x + y - 1 = 0$ 의 x 절편은 1, y 절편은 1이다.
따라서 두 직선이 제1사분면에서 만나려면
직선 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 이 점 $(0, 1)$ 을 지나는
직선과 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선 사이에 있어야 한다.
직선 $(x + 1)m - y - 2 = 0$ 에 대하여
(i) 점 $(0, 1)$ 을 지날 때, $m - 1 - 2 = 0$
 $\therefore m = 3$
(ii) 점 $(1, 0)$ 을 지날 때, $2m - 2 = 0$
 $\therefore m = 1$
(i), (ii)에 의하여 $1 < m < 3$

12. 중심이 $A(3, k)$ 이고 x 축에 접하는 원 C_1 과 중심이 $B(k, 3)$ 이고 y 축에 접하는 원 C_2 에 대하여 두 원 C_1, C_2 가 서로 접할 때, 양수 k 의 값을 구하면?

- ① $-1 + \sqrt{2}$ ② $-2 + 2\sqrt{2}$ ③ $-3 + 3\sqrt{2}$
 ④ $-4 + 4\sqrt{2}$ ⑤ $-5 + 5\sqrt{2}$

해설

중심이 $A(3, k)$ 이고 x 축에 접하는 원은 반지름의 길이가 k 이므로

$$C_1 : (x - 3)^2 + (y - k)^2 = k^2$$

중심이 $B(k, 3)$ 이고 y 축에 접하는 원은 반지름의 길이가 k 이므로

$$C_2 : (x - k)^2 + (y - 3)^2 = k^2$$

두 원의 중심 A, B 사이의 거리는

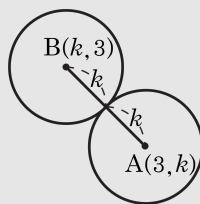
$$\overline{AB} = \sqrt{(k - 3)^2 + (3 - k)^2} = \sqrt{2(k - 3)^2}$$

이 때, 두 원이 외접하려면 중심거리 $\overline{AB}$ 가 두 원의 반지름의 길이의 합과 같아야 하므로

$$\sqrt{2(k - 3)^2} = 2k \text{ 이 식의 양변을 제곱하여 정리하면 } k^2 + 6k - 9 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 3\sqrt{2} \text{ 그런데 } k \text{ 는 양수이므로}$$

$$k = -3 + 3\sqrt{2} (k = -3 - 3\sqrt{2} < 0)$$



13. 두 점에서 만나는 두 원
 $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
과 x, y 에 대한 방정식
 $(x^2 + y^2 - 2y - 3) + k(x^2 + y^2 - 4x + 1) = 0$ (단, k 는 실수) $\cdots \cdots \textcircled{㉢}$
에 대하여 방정식 $\textcircled{㉢}$ 의 그래프는 실수 k 의 값에 관계없이 두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$
의 교점을 지남을 보이는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지
않은 것은?

두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 교점을 (α, β) 라고 하면
(가), (나) ($\leftarrow$ 두 원은 모두 점 (α, β) 를 지나므로)이므로
임의의 실수 k 에 대하여
(다) ($\leftarrow (\alpha, \beta)$ 를 $\textcircled{㉢}$ 에 대입한 것과 같은 식)이 성립한다.
따라서, (라)의 그래프는 k 의 값에 관계없이 (마),
즉, 두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 교점을 지난다.

- ① (가) : $\alpha^2 + \beta^2 - 2\beta - 3 = 0$
- ② (나) : $\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha + 1 = 0$
- ③ (다) : $(\alpha^2 + \beta^2 - 2\beta - 3) + (\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha + 1) = 0$
- ④ (라) : $\textcircled{㉢}$
- ⑤ (마) : 점 (α, β)

해설
 (α, β) 를 $\textcircled{㉢}$ 에 대입한 식은 $(\alpha^2 + \beta^2 - 2\beta - 3) + k(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha + 1) = 0$

14. 원 $(x - 2a)^2 + y^2 = 4a^2$ 과 직선 $y = x + 2$ 가 만나지 않을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{2} < a < 1 + \sqrt{2}$
- ② $2 - \sqrt{2} < a < 2 + \sqrt{2}$
- ③ $3 - \sqrt{2} < a < 3 + \sqrt{2}$
- ④ $4 - \sqrt{2} < a < 4 + \sqrt{2}$
- ⑤ $5 - \sqrt{2} < a < 5 + \sqrt{2}$

해설

$(x - 2a)^2 + y^2 = 4a^2 \dots\dots\dots \textcircled{A}$

$y = x + 2 \dots\dots\dots \textcircled{B}$

에서 $\textcircled{B}$ 을 $\textcircled{A}$ 에 대입하여 정리하면

$2x^2 + 4(1 - a)x + 4 = 0$

$\therefore x^2 + 2(1 - a)x + 2 = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4} = (1 - a)^2 - 2 = a^2 - 2a - 1$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 이 만나지 않으려면

$\frac{D}{4} = a^2 - 2a - 1 < 0$

$\therefore 1 - \sqrt{2} < a < 1 + \sqrt{2}$

(다른해설) 원의 중심 $(2a, 0)$ 에서

직선 $x - y + 2 = 0$ 에 이르는 거리를 d 라고 하면

$d = \frac{|2a - 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2a + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}|a + 1|$

원과 직선이 만나지 않으려면

$\sqrt{2}|a + 1| = |2a|$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2 - 2a - 1 < 0 \quad \therefore 1 - \sqrt{2} < a < 1 + \sqrt{2}$

15. 원 밖의 점 $(1, -2)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선의 방정식을 구하면?

- ① $y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ 또는 $x = 1$ ② $y = -\frac{2}{3}x - 3$ 또는 $x = 3$
③ $y = -x - \frac{3}{4}$ 또는 $x = -2$ ④ $y = -\frac{9}{5}x - \frac{5}{9}$ 또는 $x = -6$
⑤ $y = -4x - 3$ 또는 $x = 4$

해설

구하는 접선의 기울기를 m 이라고 하면

점 $(1, -2)$ 를 지나는 접선의 방정식은

$$y + 2 = m(x - 1)$$

$$\therefore mx - y - m - 2 = 0$$

이 직선이 중심이 $(0, 0)$ 이고

반지름의 길이가 1 인 원에 접하므로

$$\frac{|-m - 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 1,$$

$$|m + 2| = \sqrt{m^2 + 1}$$

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$m^2 + 4m + 4 = m^2 + 1, 4m = -3$$

$$\therefore m = -\frac{3}{4}$$

따라서, 구하는 접선의 방정식은

$$y + 2 = -\frac{3}{4}(x - 1) \therefore y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$$

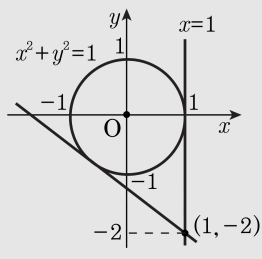
그런데 다음 그림에서 보듯이 직선 $x = 1$ 도

점 $(1, -2)$ 를 지나고

원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선임을 알 수 있다.

그러므로 구하는 접선의 방정식은

$$y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4} \text{ 또는 } x = 1$$



16. $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b(a > 0)$ 로 정의되는 함수 f 가 일대일대응일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -1

해설

일대일 대응이고 $a > 0$ 이므로

$$f(-1) = -2 \quad f(2) = 2$$

$$\therefore -a + b = -2, \quad 2a + b = 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{3} \quad b = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = -2$$

17. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = -2x + k$ 에 대하여 $(f \circ g)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ 이 성립할 때 k 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$$(f \circ g)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} = (g \circ f)^{-1} \text{ 이므로}$$

$$f \circ g = g \circ f \text{ 이 성립한다.}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3(-2x + k) + 1 \\ = -6x + 3k + 1$$

$$(g \circ f)(x) = -2(3x + 1) + k = -6x + k - 2$$

$$\therefore 3k + 1 = k - 2$$

$$\therefore k = -\frac{3}{2}$$

18. 다음에서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수를 모두 고른 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} f(x) = -x + 7$	$\textcircled{\text{㉡}} f(x) = \frac{3}{2}x$
$\textcircled{\text{㉢}} f(x) = -\frac{2}{x}$	$\textcircled{\text{㉣}} f(x) = x - 1$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 인지 확인한다.
 $\textcircled{\text{㉠}} (f \circ f)(x) = x$
 $\textcircled{\text{㉡}} (f \circ f)(x) = \frac{9}{4}x$
 $\textcircled{\text{㉢}} (f \circ f)(x) = x$
 $\textcircled{\text{㉣}} (f \circ f)(x) = x - 2$
따라서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수는 ㉠, ㉢이다.

19. $x + y = 6$, $xy = 4$ (단, $x > y$) 일 때, $\frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ 의 값은?

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 6, \quad xy = 4 \quad (x > y) \text{ 이면} \\ (x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy = 36 - 16 = 20 \\ \therefore x - y &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad (\because x > y) \\ (\text{준 식}) &= \frac{(x - y)^3 + 3xy(x - y)}{(x + y)^3 - 3xy(x + y)} \\ &= \frac{\sqrt{20}^3 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{20}}{6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6} \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{9} \end{aligned}$$

20. $a : b = c : d$ 일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \\ \textcircled{3} \quad & \frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d} \\ \textcircled{5} \quad & \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c} \\ \textcircled{4} \quad & \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \end{aligned}$$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ 하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} \div \textcircled{3}$ 하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서 가비의 리를 이용하면}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

21. 수질오염의 정도를 수치로 나타내는 한 방법으로 생물학적 지표가 사용된다. 이 지표는 유색생물의 수가 X , 무색생물의 수가 Y 일 때, $\frac{Y}{X+Y} \times 100(\%)$ 로 정의된다. 지난 달 수질검사에서 어떤 호수의 생물학적 지표는 10(%)이었다. 이번 달에 이 호수의 수질을 검사한 결과, 지난 달에 비해 유색생물의 수는 2배, 무색생물의 수는 3배가 되었다. 이번 달 이 호수의 생물학적 지표는 몇 퍼센트(%) 인가?
- ① 약 14.3% ② 약 15.2% ③ 약 16.4%
- ④ 약 17.1% ⑤ 약 18.5%

해설

지난 달 유색 생물의 수를 X , 무색 생물의 수를 Y 라 하면 $\frac{Y}{X+Y} \times 100 = 10$
따라서, $\frac{Y}{X+Y} = \frac{1}{10}$ 에서 $X = 9Y$
한편, 이번 달의 유색 생물의 수는 $2X$, 무색 생물의 수는 $3Y$
이므로 이번 달의 생물학적 지표는

$$\frac{3Y}{2X+3Y} \times 100 = \frac{3Y}{2 \cdot 9Y + 3Y} \times 100$$
$$= \frac{1}{7} \times 100 \approx 14.3(\%)$$

22. 분수함수 $y = \frac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프가 두 직선 $y = x + m$, $y = -x + n$ 에 대하여 대칭일 때, $m + n$ 의 값을 구하면? (단, m, n 은 상수)

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$y = \frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+4}{x-1} = \frac{4}{x-1} + 3 \text{ 이므로}$$

주어진 분수함수의 그래프는 두 점근선

$x = 1$, $y = 3$ 의 교점 (1, 3) 을 지나고

기울기가 ± 1 인 직선에 대칭이다.

즉, 두 직선 $y = x + m$, $y = -x + n$ 은

점 (1, 3) 을 지나므로

$3 = 1 + m$, $3 = -1 + n$ 에서

$m = 2$, $n = 4 \therefore m + n = 6$

23. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x-a}$ 의 그래프가 점 (2,7)을 지나고 이 함수의 역함수가 $y = \frac{x+c}{x-3}$ 일 때, a, b, c 의 곱 abc 를 구하면?

① -27 ② -9 ③ -3 ④ 3 ⑤ 9

해설

점 (2,7)을 지나면 역함수는 (7,2)를 지난다.

$$2 = \frac{7+c}{7-3} \text{ 에서 } c = 1$$

이제 원래 함수를 구해보면 $y = \frac{x+1}{x-3}$ 에서

$$\Rightarrow x = \frac{y+1}{y-3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3x+1}{x-1} \dots\dots \text{역함수}$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore abc = 3$$

24. $\triangle ABC$ 의 변 BC, CA, AB의 중점이 각각 P(-1, a), Q(3, 3), R(1, 6)이고, 이 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(b, \frac{10}{3}\right)$ 일 때, ab 의 값은?

- ① 1 ② $2\sqrt{5}$ ③ 3 ④ 4 ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심은 $\triangle PQR$ 의 무게중심과 일치하게 되므로,

$$\left(\frac{-1+3+1}{3}, \frac{a+3+6}{3}\right) = \left(b, \frac{10}{3}\right)$$

$$b=1, \frac{a+9}{3} = \frac{10}{3}$$

$$a=1, b=1 \therefore ab=1$$

25. 서로 다른 두 직선 $2x - ay - 2 = 0$, $x - (a - 3)y - 3 = 0$ 이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x - ay - 2 = 0 \\ x - (a - 3)y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{정리하면}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{a}x - \frac{2}{a} \\ y = \frac{1}{a-3}x - \frac{3}{a-3} \end{cases} \quad \text{평행하므로}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{a-3}$$

$\therefore a = 6$ 대입하면

$$\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ x - 3y - 3 = 0 \end{cases}$$

$x - 3y - 1 = 0$ 위의 점 $(1, 0)$ 과 $x - 3y - 3 = 0$ 과의 거리는

$$\therefore \frac{|1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

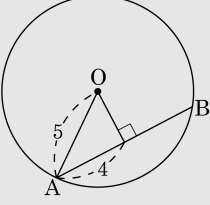
26. $y = x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$ 에 의해서 잘린 현의 길이가 8 일 때, 상수 k 값의 합은 ?

- ① 6 ② 9 ③ -6 ④ -9 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} y = x + k \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + (y + 3)^2 = 25 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②의 교점을 A, B 라 하면
 $\overline{AB} = 8$, $\overline{OA} = 5$ 이므로
점 O 에서 ①에 이르는 거리는 3 이다.


$$\frac{|3 + k|}{\sqrt{1 + 1}} = 3, \quad k^2 + 6k - 9 = 0$$

k 값의 합 $\Rightarrow -6$

27. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시키는 것을 A , y 축에 대하여 대칭 이동시키는 것을 B , 원점에 대하여 대칭 이동시키는 것을 C , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동시키는 것을 D 라 하자. 직선 $2x + y + 1 = 0$ 을 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 의 순서로 대칭 이동시킨 도형의 방정식은? (단, $A \rightarrow B$ 는 A 에 의하여 대칭 이동시킨 후 다시 B 에 의하여 대칭 이동시키는 것을 뜻한다.)

- ① $2x + y + 1 = 0$
- ② $2x + y - 1 = 0$
- ③ $x + 2y - 1 = 0$

- ④ $x + 2y + 1 = 0$
- ⑤ $x - 2y - 1 = 0$

해설

$2x + y + 1 = 0$ 을 A (x 축 대칭)하면 $2x - y + 1 = 0$
 B (y 축 대칭)하면 $-2x - y + 1 = 0$
 C (원점 대칭)하면 $2x + y + 1 = 0$ 이므로
 $A \rightarrow B \rightarrow C$, $C \rightarrow B \rightarrow A$ 에 의하여 도형은 자기 자신으로 옮겨진다.
 $2x + y + 1 = 0$ 을 D (직선 $y = x$ 대칭)하면 $2y + x + 1 = 0$
 $\therefore x + 2y + 1 = 0$

28. 점 $(-2, 1)$ 을 직선 $y = x - 1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, ab 의 값은?

① -8 ② -6 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

두 점 $(-2, 1)$, (a, b) 를 이은 선분의
중점이 직선 $y = x - 1$ 위에 있으므로

$$\frac{1+b}{2} = \frac{-2+a}{2} - 1,$$

$$\therefore a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

또, 두 점 $(-2, 1)$, (a, b) 를 이은 직선의

$$\text{기울기가 } -1 \text{ 이므로 } \frac{b-1}{a-(-2)} = -1$$

$$\therefore a + b = -1 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 을 연립하여 풀면 $a = 2$, $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

29. $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ($x \geq 2$), $g(x) = 2x - 6$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(4)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} g(5) &= 4 \text{ 이므로 } g^{-1}(4) = 5 \\ (f \circ (g \circ f)^{-1})(4) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(4) \\ &= g^{-1}(4) \\ &= 5 \end{aligned}$$

30. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

31. 두 직선 $y = 2x$, $y = ax + b$ ($a < 0, b > 0$) 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 옮겨진 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 가 되었다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선의 방정식 $y = 2x$, $y = ax + b$ 를
연립하여 풀면 $2x = ax + b$, $(a - 2)x = -b$

$$\therefore x = -\frac{b}{a-2} \quad (\because a \neq 2)$$

$$\text{이것을 } y = 2x \text{ 에 대입하면 } y = -\frac{2b}{a-2}$$

즉, 두 직선의 교점의 좌표는

$$\left(-\frac{b}{a-2}, -\frac{2b}{a-2}\right)$$

따라서, 두 직선 $y = 2x$, $y = ax + b$ 및 y 축으로
둘러싸인 삼각형의 세 꼭지점의 좌표는

$$(0, 0), (0, b), \left(-\frac{b}{a-2}, -\frac{2b}{a-2}\right) \text{ 이므로}$$

이 삼각형의 무게중심을 G 라고 하면

$$G\left(\frac{-\frac{b}{a-2}}{3}, \frac{b - \frac{2b}{a-2}}{3}\right)$$

이때, 점 G 와 대칭이동한 후의

$$\text{삼각형의 무게 중심 } \left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right) \text{ 는}$$

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$$\left(\frac{-\frac{b}{a-2}}{3}, \frac{b - \frac{2b}{a-2}}{3}\right) \text{ 는 } \left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right) \text{ 과 같다.}$$

$$\therefore -\frac{b}{a-2} = 2 \dots\dots\textcircled{㉠}$$

$$b - \frac{2b}{a-2} = 10 \dots\dots\textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$b - 2 \cdot (-2) = 10$$

$$\therefore b = 6$$

이것을 ㉠에 대입하면 $a = -1$

$$\therefore a + b = 5$$

32. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(5+x) = f(5-x)$ 를 만족한다. 이차방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때 이 두 실근의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여
 $f(5+x) = f(5-x)$ 를 만족하므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = 5$ 에 대하여 대칭이다.
따라서 방정식 $f(x) = 0$ 의 두 실근을
 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면 $\frac{\alpha + \beta}{2} = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 10$

33. $\sqrt[3]{5+2\sqrt{13}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{\sqrt[3]{65}}{4}$

③ $\frac{1+\sqrt[6]{13}}{2}$

④ $\sqrt[3]{2}$

⑤ 1

해설

$a = \sqrt[3]{5+2\sqrt{13}}, b = \sqrt[3]{5-2\sqrt{13}}$ 이라고 하면

$$a^3 + b^3 = 10, ab = -3,$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b),$$

$a+b = x$ 라고 하면,

$$x^3 + 9x - 10 = 0,$$

$$(x-1)(x^2+x+10) = 0$$

$$\therefore x = 1$$