

1. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{81}$ ③ 1.5 ④ 155 ⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 제곱근) = $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81}\right)$ 의 제곱근) = $\pm\frac{1}{9}$

③ (1.5의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.5}$

④ (155는 제곱수가 아니므로 155의 제곱근) = $\pm\sqrt{155}$

⑤ (66은 제곱수가 아니므로 66의 제곱근) = $\pm\sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

2. $-\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{4}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & -\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2} \\ & = -5 \div 7 \div \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} = -5 \times \frac{1}{7} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

3. $\sqrt{\frac{5}{49}} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\sqrt{\frac{5}{49}} = \sqrt{\frac{5}{7^2}} = \frac{\sqrt{5}}{7} = a\sqrt{5}$$

4. $4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - \sqrt{45} = A\sqrt{5}$ 일 때, A 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

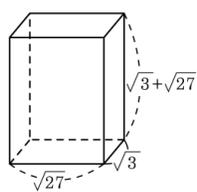
해설

$$4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 7\sqrt{5} = A\sqrt{5}$$

$$\therefore A = 7$$

5. 다음 그림과 같은 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하여라.

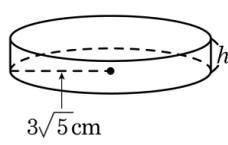
- ① $12\sqrt{3}$ ② $24\sqrt{3}$ ③ $32\sqrt{3}$
 ④ $36\sqrt{3}$ ⑤ $42\sqrt{3}$



해설

$$\begin{aligned}
 & \text{모서리의 길이의 합은} \\
 &= \sqrt{3} \times 4 + \sqrt{27} \times 4 + (\sqrt{3} + \sqrt{27}) \times 4 \\
 &= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27} \\
 &= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 12\sqrt{3} \\
 &= 32\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

6. 밑면의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ cm 인 원기둥의 부피가 $15\sqrt{42}\pi$ cm³ 일 때, 이 원기둥의 높이를 구하면?



- ① $\sqrt{42}$ cm ② $\frac{\sqrt{42}}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{42}}{3}$ cm
 ④ $\sqrt{52}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{52}}{3}$ cm

해설

$$\begin{aligned}
 V &= \text{밑면이} \times \text{높이} \\
 15\sqrt{42}\pi &= \pi \times (3\sqrt{5})^2 \times h \\
 15\sqrt{42}\pi &= \pi \times 45 \times h \\
 \therefore \text{높이 } h &= \frac{15\sqrt{42}}{45} = \frac{\sqrt{42}}{3} \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$

7. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, 다음 중 $\sqrt{8}$ 을 바르게 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a^2 + b^2$

③ $\sqrt{a + b}$

④ \sqrt{ab}

⑤ $\sqrt{a^2 + b^2}$

해설

$$\sqrt{3} = a, \sqrt{5} = b \text{ 이므로 } 3 = a^2, 5 = b^2$$

$$\therefore \sqrt{8} = \sqrt{3+5} = \sqrt{a^2+b^2}$$

8. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(2-a)^2} - \sqrt{4(a-1)^2}$ 을 계산하면?

① a

② $3a - 2$

③ $-3a + 4$

④ $-5a + 3$

⑤ $a - 3$

해설

$$\begin{aligned} 0 < a < 1 \text{ 일 때, } 1 < 2 - a < 2, \quad -1 < a - 1 < 0 \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= |2 - a| - |2(a - 1)| \\ &= (2 - a) - \{-2(a - 1)\} \\ &= 2 - a + 2a - 2 \\ &= a \end{aligned}$$

9. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 것은?

① $\sqrt{21}$, $-\sqrt{7}$, $0.\dot{5}$

② $\sqrt{121}$, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3+2}$, $-\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{0.36}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{8.1}$, $\sqrt{4+3\sqrt{2}}$

해설

① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

10. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉣

③ ㉠,㉢,㉣

④ ㉡,㉣,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

11. 다음 중 두 실수의 대소 관계로 옳은 것은?

보기

㉠ $3 < \sqrt{3} + 1$

㉡ $\sqrt{3} + 1 < \sqrt{2} + 1$

㉢ $\sqrt{15} + 1 < 4$

㉣ $4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 3 > \sqrt{3} + 1$

㉡ $\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{2} + 1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2} + 1$

㉢ $\sqrt{15} + 1 - 4 = \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} - \sqrt{9} > 0$

$\therefore \sqrt{15} + 1 > 4$

㉣ $4 - \sqrt{7} - (\sqrt{17} - \sqrt{7}) = 4 - \sqrt{17}$

$= \sqrt{16} - \sqrt{17} < 0$

$\therefore 4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} - (-\sqrt{7}) = \sqrt{11} > 0$

$\therefore \sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ㉣, ㉤이다.

12. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 실수는 무수히 많다.
- ② $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 2개이다.
- ③ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 유리수는 유한개이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 무리수 x 는 무수히 많다.
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{10}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

해설

$\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 의 2개이고, 유리수와 무리수는 무수히 많다.

14. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $4\sqrt{3}-1 > 3 + \sqrt{75}$
- ㉡ $4 - \sqrt{12} < 1 + \sqrt{3}$
- ㉢ $-2 + 3\sqrt{3} < 2 + \sqrt{12}$
- ㉣ $-3\sqrt{7} + \sqrt{2} > -\sqrt{7} - \sqrt{2}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} & \text{㉠ } 4\sqrt{3}-1 > 3 + \sqrt{75} \\ & 4\sqrt{3}-1-3-5\sqrt{3} = -\sqrt{3}-4 < 0 \\ & \therefore 4\sqrt{3}-1 < 3 + \sqrt{75} \\ & \text{㉢ } -3\sqrt{7} + \sqrt{2} > -\sqrt{7} - \sqrt{2} \\ & -3\sqrt{7} + \sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2} = -2\sqrt{7} + 2\sqrt{2} < 0 \\ & \therefore -3\sqrt{7} + \sqrt{2} < -\sqrt{7} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

15. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{3n} < 4 \\ 4 < 3n < 16 \\ \therefore n = 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

16. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

17. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱을 구하여라.

보기

㉠ $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$

㉢ $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

㉠ $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \therefore A = 5$

㉡ $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \therefore B = 10$

㉢ $7\sqrt{3} \therefore C = 7$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$

㉤ $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3} \therefore E = 0.1$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$\therefore 10 \times 0.1 = 1$

18. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = -1$

해설

$$\text{합} : (a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$$

$$\text{곱} : (a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어야 하므로

$$\text{합} : \sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\text{곱} : ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$$

19. $\sqrt{24a}$ 의 값이 자연수가 되는 두 자리 자연수 a 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

$\sqrt{24a}$ 가 자연수가 되기 위해서 $24a$ 는 완전제곱수가 되어야 한다.

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 가장 작은 자연수 a 의 값은 6이다.

따라서 두자리 수는 $6 \times 2^2, 6 \times 3^2, 6 \times 4^2$ 뿐이다.

\therefore 3개다.

20. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,
 $6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$
 $\therefore x = 6 + y$
 $x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$
 $y^2 + 6y - 6 = 0$
 $y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$
 $x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$
따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.