1. 다음 중 $\sqrt{35-x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 10

해설

① $\sqrt{35-1} = \sqrt{34}$ 이고 34 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
② $\sqrt{35-3} = \sqrt{32}$ 이고 32 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
③ $\sqrt{35-5} = \sqrt{30}$ 이고 30 은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
④ $\sqrt{35-7} = \sqrt{28}$ 이고 28 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
⑤ $\sqrt{35-10} = \sqrt{25}$ 이고 $25 = 5^2$ 이므로 자연수 5 가 된다.

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 순환소수는 유리수이다.

② 유한소수는 유리수이다.

③ 무한소수는 무리수이다.

④ 원주율과 $\sqrt{1000}$ 은 무리수이다.

⑤ 무리수는 실수이다.

해설

③ 순환하는 무한소수는 유리수이다.

3. $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 을 간단히 나타내면?

① $4-\sqrt{6}$ ② $4-3\sqrt{6}$ ③ $8-\sqrt{6}$
④ $8-3\sqrt{6}$ ⑤ $8-5\sqrt{6}$

해설

$6-2\sqrt{6}+2-\sqrt{6}=8-3\sqrt{6}$

4. $2(2x+1)^2-(x+4)(x-4)$를 간단히 하면?

① $15x^2+16x+20$
② $15x^2+16x-12$
③ $7x^2+8x-14$
④ $7x^2+8x+18$
⑤ $7x^2+4x+17$

해설

$2(4x^2+4x+1)-(x^2-16)$
$=(8x^2+8x+2-x^2+16)$
$=7x^2+8x+18$

5. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $2x^2+3x-2$ ② x^2-4 ③ $2x^2+7x+6$
④ x^2+x-6 ⑤ $3x^2+7x+2$

해설

① $(x+2)(2x-1)$
② $(x-2)(x+2)$
③ $(x+2)(2x+3)$
④ $(x-2)(x+3)$
⑤ $(x+2)(3x+1)$
$\therefore$ 공통인 인수 $(x+2)$를 갖지 않는 것은 ④이다.

6. 이차방정식 $x^2-5x+6=0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9　　② 13　　③ 16　　④ 18　　⑤ 20

해설

$x^2-5x+6=0$

$(x-3)(x-2)=0$

$x=3$ 또는 $x=2$

$x=2$ 가 $2x^2-ax+5a+4=0$ 의 근이므로 대입하면

$2(2^2)-2a+5a+4=0$

$3a=-12$

$a=-4$

$\therefore a^2=(-4)^2=16$

7. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$D = 36 - 4a = 0,\ a = 9$
$x^2 - 6x + 9 = 0$
$(x - 3)^2 = 0$
$x = 3 = b$
$\therefore a + b = 12$

8. 어떤 수 a와 a보다 3작은 자연수가 있다. 두 수의 곱이 108일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 자연수를 $a,\ a-3$이라 하면

$a(a-3)=108$

$a^2-3a-108=0$

$(a+9)(a-12)=0$

$\therefore\ a=12(\because a>0)$

따라서 두 자연수는 $12, 9$이므로 두 자연수의 합은 $12+9=21$이다.

9. 두 실수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414$, $\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$)

① $\sqrt{5}-0.5$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.

② $\sqrt{2}+0.2$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.

③ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.

④ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 한 개가 있다.

⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 유한개의 유리수가 있다.

해설

⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 역시 무수히 많은 유리수가 있다.

10. 제곱근표에서 $\sqrt{4.53} = 2.128$, $\sqrt{45.3} = 6.731$ 일 때, 다음 보기 중 제곱근의 값을 바르게 구한 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\sqrt{0.453} = 0.6731$　　㉡ $\sqrt{45300} = 21.28$

㉢ $\sqrt{4530} = 67.31$　　㉣ $\sqrt{0.0453} = 0.06731$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢　④ ㉡, ㉣　⑤ ㉢, ㉣

해설

㉡ $\sqrt{45300} = 212.8$
㉣ $\sqrt{0.0453} = 0.2128$

11. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것은?

① $(x+7)(x-5)=x^2-2x-35$

② $(x-2)(x-3)=x^2+6$

③ $(x+3)(x+4)=x^2+x+12$

④ $\left(x-\frac{2}{7}\right)\left(x-\frac{3}{5}\right)=x^2-\frac{31}{35}x+\frac{6}{35}$

⑤ $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-\frac{5}{6}x-\frac{1}{6}$

해설

① $(x+7)(x-5)=x^2+2x-35$

② $(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$

③ $(x+3)(x+4)=x^2+7x+12$

⑤ $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$

12. $(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 55

해설

$(x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$
$= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-3)(x+2)\}$
$= (x^2-x-12)(x^2-x-6)$
x^2 이 나오는 항은 $-6x^2+x^2-12x^2=-17x^2$ 이다.
따라서 x^2 의 계수는 -17 이고 상수항은 72 이므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $-17+72=55$ 이다.

13. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0　　② $2x - 2y$　　③ $2x$

④ $2y$　　⑤ $-2y$

해설

$$\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} = |x-y| + |x+y|$$
$$= x - y - (x+y) = -2y$$

14. 다음 이차방정식의 두 근을 a, b 라고 할 때, $3a-2b$ 의 값을 구하여라. (단, $a>b$)

$$(2x-3)^2=(2x+1)(x-9)+25$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

전개해서 정리하면

$2x^2+5x-7=0$

$(2x+7)(x-1)=0$

$x=-\frac{7}{2}$ 또는 1

따라서 $a=1,\ b=-\frac{7}{2}$ 이므로

$3a-2b=3\times1-2\times\left(-\frac{7}{2}\right)=3+7=10$ 이다.

15. 이차방정식 $(a-1)x^2-7x+3=0$ 의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 한 근을 구하면?

① $a=-3,\ x=-2$
② $a=-3,\ x=2$
③ $a=3,\ x=\frac{1}{2}$
④ $a=3,\ x=-\frac{1}{2}$
⑤ $a=-3,\ x=\frac{1}{2}$

해설

$(a-1)x^2-7x+3=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면
$(a-1)\times 3^2-7\times 3+3=0$
$9(a-1)-18=0 \qquad \therefore\ a=3$
$2x^2-7x+3=0,\ (x-3)(2x-1)=0$
$\therefore\ x=3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
따라서 $a=3$이고 나머지 한 근은 $x=\frac{1}{2}$

16. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \dfrac{-m+\sqrt{2}}{2}$, $y = 3+\sqrt{2}$ 일 때, $4x^2-4xy+y^2+4x-2y-24=0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

① -3　　② -4　　③ 5　　④ -5　　⑤ 6

해설

$(2x-y)^2+2(2x-y)-24=0$ 에서 $2x-y=t$로 치환하면
$t^2+2t-24=0$
$(t+6)(t-4)=0$
$\therefore\ t=4$ 또는 $t=-6$
i) $t=4$일 때
$2x-y=-m+\sqrt{2}-(3+\sqrt{2})=4$
$m=-7$
ii) $t=-6$일 때
$2x-y=-m+\sqrt{2}-(3+\sqrt{2})=-6$
$m=3$
따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7)+3=-4$ 이다.

17. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$
② $x^2 - 8x = 10$
③ $6x^2 = 4x + 9$
④ $(x+2)^2 = 0$
⑤ $(x+1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) $= 0$꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

18. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$ ② $-2a$ ③ a ④ $\sqrt{2a}$ ⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$

$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$

19. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x=100a$, $y=10b$
② $x=10a$, $y=\frac{b}{10}$
③ $x=100b$, $y=\frac{a}{100}$
④ $x=10a$, $y=\frac{b}{100}$
⑤ $x=10ab$, $y=\frac{10}{b}$

해설

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}=10a$

$\therefore x=10a$

$\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}=\frac{b}{10}$

$\therefore y=\frac{b}{10}$

20. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$(x+7)(12x-1) = 12x^2 + 83x - 7$

21. 가로의 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$
$x+y=X$ 라 두면
$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$
따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로
둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.
따라서 $a+b+c=6$ 이다.

22. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2]=1$, $[\sqrt{5}]=2$ 이다. 이차방정식 $x^2-4x-7=0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a-[a]+3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5　　② 7　　③ 11　　④ 13　　⑤ 15

해설

$x^2-4x-7=0$ 에서

$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16+28}}{2}=2\pm\sqrt{11}$

따라서 양수인 근 a는 $2+\sqrt{11}$

$3<\sqrt{11}<4$ 이므로 $5<2+\sqrt{11}<6$

$\therefore\ [a]=5$

$\therefore\ (a-[a]+3)^2=(2+\sqrt{11}-5+3)^2$

$=(\sqrt{11})^2=11$

23. $\sqrt{24a}$ 의 값이 자연수가 되는 두 자리 자연수 a 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$\sqrt{24a}$ 가 자연수가 되기 위해서 $24a$ 는 완전제곱수가 되어야 한다.
$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 가장 작은 자연수 a 의 값은 6 이다.
따라서 두자리 수는 6×2^2 , 6×3^2 , 6×4^2 뿐이다.
$\therefore$ 3 개다.

24. 다음을 참고하여 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$685^2 = 469225$, $686^2 = 470596$, $687^2 = 471969$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$469225 < 470000 < 470596$ 이므로

$685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$

$685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$

$6.85 < \sqrt{47} < 6.86$

따라서 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5 이다.

25. $\frac{1}{2xy}+\frac{5y-1}{x}+\frac{x}{2y}-3=0$ 을 만족하는 실수 $x,\ y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=1$

해설

$\frac{1}{2xy}+\frac{5y-1}{x}+\frac{x}{2y}-3=0$을 정리하면

$x^2-6yx+10y^2-2y+1=0\ \cdots$ ㉠

근의 공식에서

$x=3y\pm\sqrt{9y^2-10y^2+2y-1}$

$\therefore\ x=3y\pm\sqrt{-y^2+2y-1}$

이때, $x,\ y$ 는 실수이므로 $-y^2+2y-1\geq 0$ 이어야 한다.

즉, $y^2-2y+1=(y-1)^2\leq 0$

$\therefore\ y=1$

㉠ 에서 $x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$

$\therefore\ x=3$

따라서 $x=3,\ y=1$ 이다.