

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

2. 다음 이차방정식 중에서 [] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(x-3)^2 = 4x$ [1]

② $(x+2)(x-3) = 14$ [-1]

③ $x^2 + 2x - 3 = 0$ [3]

④ $x^2 = -4x + 12$ [-2]

⑤ $2x(x-3) = 0$ [0]

해설

[] 안의 수를 각 식의 x 에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

① $(x-3)^2 = 4x$ 에 $x=1$ 을 대입하면 $4=4$ 가 되어 성립한다.

⑤ $2x(x-3) = 0$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $0=0$ 이 되어 성립한다.

3. 이차방정식 $x^2 + 3x - 28 = 0$ 을 풀면?

① $x = 4$ 또는 $x = -7$

② $x = -4$ 또는 $x = 7$

③ $x = -4$ 또는 $x = -1$

④ $x = 3$ 또는 $x = -1$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$(x - 4)(x + 7) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -7$$

4. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① $-\frac{2}{7}$

② $-\frac{3}{5}$

③ $\frac{11}{7}$

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

5. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4 = 0$

㉡ $x^2 = 8x - 16$

㉢ $(3x + 1)^2 = 1$

㉤ $x^2 = 0$

㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉥

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.

㉡ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$

$\therefore x = 4$ (중근)

㉤ $x^2 = 0$

$\therefore x = 0$ (중근)

㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$

$(2x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ (중근)

6. 이차방정식 $3(x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$(x-2)^2 = \frac{5}{3}$$

$$(x-2) = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{\frac{5}{3}} \text{ 또는 } x = 2 - \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\therefore 2 + \sqrt{\frac{5}{3}} + 2 - \sqrt{\frac{5}{3}} = 4$$

7. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 8$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$$(2x + 6)(x - 1) = 8$$

$$2x^2 + 4x - 6 - 8 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 14 = 0$$

양변을 2로 나누면

$$x^2 + 2x - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 7 + 1$$

$$(x + 1)^2 = 8$$

$$a = -1, b = 8$$

$$\therefore ab = -8$$

8. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 1$

양변에 A 를 더하면 $x^2 - 2x + A = 1 + A$

좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $(x - 1)^2 = B$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x = 1$$

양변에 $A = 1$ 을 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$

$$(x - 1)^2 = 2, B = 2$$

$$\therefore A + B = 1 + 2 = 3$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 2$, $x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-1) + (-2) = -3$$

10. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-6x+5=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x=1$ 또는 $x=5$ 일 때 성립하므로 모두 양수이다.

11. p 가 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근일 때, $p^2 - 6p + 8$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

x 에 p 를 대입하면 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 이므로

$$p^2 - 6p = 3$$

따라서 $p^2 - 6p + 8 = 11$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 5 = 0$ 의 두 근이 $x = 2$, $x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(x - 2)(x - b) = 0$$

$$x^2 - (2 + b)x + 2b = 0$$

$$2 + b = -a, \quad 2b = -a - 5$$

$$\therefore b = -3, \quad a = 1$$

$$\therefore a + b = -2$$

13. 이차방정식 $x^2+x-20=0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $(2a+b)^2-(a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 + x - 20 = 0, (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 4$$

$$a = 4, b = -5$$

$$\begin{aligned}\therefore (2a+b)^2 - (a+b)^2 &= (2 \times 4 - 5)^2 - (4 - 5)^2 \\ &= 9 - 1 = 8\end{aligned}$$

14. 다음 이차방정식의 해를 구하면?

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

① $-\frac{1}{2}, -3$

② $-\frac{1}{2}, 3$

③ $\frac{1}{2}, -3$

④ $\frac{1}{2}, 3$

⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

15. 이차방정식 $4x^2 - 12x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-8)x^2 + 8x - k = 0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -9$

해설

$$4x^2 - 12x + k = 0, \quad x^2 - 3x + \frac{k}{4} = 0$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{k}{4}$$

$$\therefore k = 9$$

$(k-8)x^2 + 8x - k = 0$ 에 $k = 9$ 를 대입

$$x^2 + 8x - 9 = 0, \quad (x+9)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -9$$

16. $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $-7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -35

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로

$$x - a = \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{5}$$

따라서 $a = -7$, $b = 5$ 이므로 $ab = -35$ 이다.

17. 다음의 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$16x^2 - 24x - 23 = 0$$

$$16(x^2 - (\text{가})x + (\text{나})) = 23 + (\text{다})$$

$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^{(\text{라})} = (\text{마})$$

① (가) : $\frac{3}{2}$

② (나) : $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

③ (다) : 16

④ (라) : 2

⑤ (마) : 32

해설

$$16\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right) = 23 + 9$$

$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 32 \text{ 이므로 (다)는 } 9 \text{ 이다.}$$

18. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$

19. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

20. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

㉠ $a=2, b=1$

㉡ $a=3, b=1$

㉢ $a=1, b=-1$

㉣ $a=2, b=-1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$a-2=0 \text{ 또는 } b+1=0$$

$$a=2 \text{ 또는 } b=-1$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

21. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots ①$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots ②$$

$$① - ② \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } ① \text{ 또는 } ② \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } ① \text{ 또는 } ② \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

22. 이차방정식 $(x - 11)^2 = \frac{a - 7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a - 7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a - 7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

23. 이차방정식 $x^2 - x - 2 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $ax^2 - 5x - 2 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 0

② -1

③ 1

④ -2

⑤ 2

해설

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

큰 근은 $x = 2$ 이므로 $ax^2 - 5x - 2 = 0$ 에 대입하면

$$4a - 10 - 2 = 0, a = 3$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0, (3x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

$$\text{따라서 다른 한 근 } b = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore ab = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

24. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

25. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$-\frac{3}{2} = k - 1$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, \quad x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\frac{3}{2} = k - 1$$

$$\therefore k = \frac{5}{2}$$

따라서 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$ 이다.