

1. 다음 중 이차함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $y = 2x^2 - 5x + 2$

㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2$

㉢ $y = 3x - 4$

㉣ $y = x^2(x - 3)$

㉤ $y = \frac{1}{x^2}$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 1 개

해설

㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$

㉢ $y = 3x - 4$

㉣ $y = x^2(x - 3) = x^3 - 3x^2$

㉤ $y = \frac{1}{x^2}$

이므로 ㉠, ㉢은 일차함수이고, ㉣은 삼차함수, ㉤은 분수함수이다.

2. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 4$ 에서 $f(-2) + f(3)$ 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ 23

⑤ 33

해설

$$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) + 4 = 4$$

$$f(3) = 3^2 + 2 \times 3 + 4 = 19$$

$$\therefore f(-2) + f(3) = 4 + 19 = 23$$

3. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = -3$

② $f(-1) = 6$

③ $f(1) = 0$

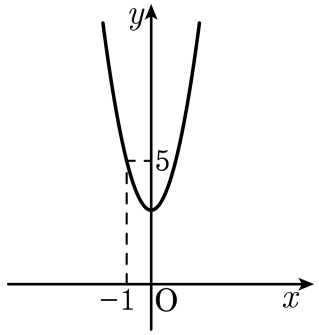
④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

4. 다음 그림은 $y = 2x^2 + q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



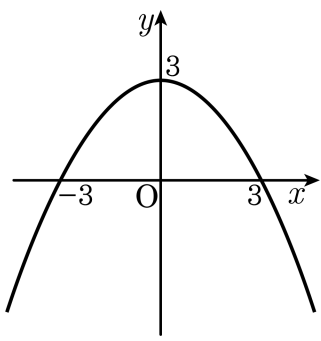
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + q$ 가 점 $(-1, 5)$ 를 지나므로 $5 = 2 \times (-1)^2 + q \therefore q = 3$

5. 다음의 그림과 같은 이차함수의 그래프의 식은?



- ① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$ ② $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 3$
④ $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$ ⑤ $y = -x^2 + 3$

해설

$y = ax^2 + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 9a + 3, \quad a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$$

6. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

7. 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = -\frac{1}{4}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k > 0$) 의 폭은 아래로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

8. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② 점 $(3, -9)$ 을 지난다.
- ③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

9. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ 의 y 의 값의 범위는?

㉠ $y \geq 2$

㉡ $y \leq 2$

㉢ $y \geq -8$

㉣ $y \leq -8$

㉤ $y \geq 0$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.

10. 이차함수 $y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하면, 점 $(9, k)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$
이므로 $y = \frac{3}{5}(x-4)^2$ 이고, x 의 값이 9 이므로 대입하면 $y = 15$
이다. 따라서 $k = 15$ 이다.

11. 이차함수 $y = 2(x + 4)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 + 8x + 5$

② $y = -2x^2 - 4x - 11$

③ $y = x^2 + 4x + 1$

④ $y = 2x^2 - 8x + 5$

⑤ $y = 2x^2 - 8x + 3$

해설

$$y = 2(x + 4 - 2)^2 + 2 - 5$$

$$y = 2(x + 2)^2 - 3$$

$$\therefore y = 2x^2 + 8x + 5$$

12. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

13. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

⑦ $y = 4x^2$

$$\textcircled{\text{L}} \quad y = \frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{2} \quad y = -\frac{1}{16}x^2$$

Ⓐ $y = 4x^2$

Ⓑ $y = 2x^2$

$$\textcircled{\text{H}} \quad y = \frac{1}{2}x^2$$

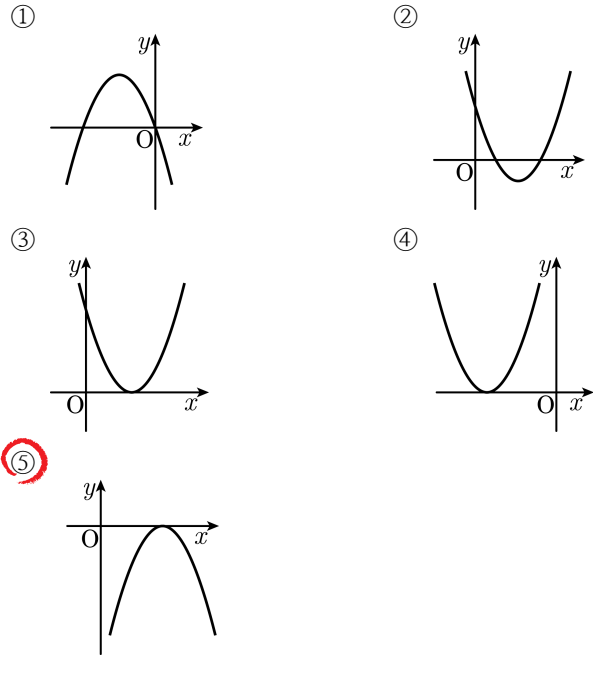
▶ 답: 쌍

▶ 정답 : 1쌍

해설

㉠와 ㉡

14. $a < 0, p > 0$ 일 때, 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

이차함수의 그래프 $y = a(x - p)^2$ 에서 $a < 0$ 이므로 위로 볼록 이다.
또한, 꼭짓점이 $(p, 0)$ 이고, $p > 0$ 이므로 꼭짓점은 x 축 위에 있으면 원점을 기준으로 오른쪽에 위치한다.
따라서 답은 ⑤번이다.

15. 다음 중 이차함수 $y = -3(x+2)^2 - 5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -5)$ 이다.
- ㉢ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
- ㉣ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉥ $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

$y = -3(x+2)^2 - 5$ 의 그래프는 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 $(-2, -5)$, 축의 방정식은 $x = -2$ 이다. $-3 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이고 $3 < 4$ 이므로 $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다. 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3 \end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

17. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

18. 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$y = x^2 + 3x - 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \text{을 } x \text{ 축의 방향으로 2 만큼}$$

평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= \left(x + \frac{3}{2} - 2\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= x^2 - x - 4 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$a^2 - a - 4 = -2$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

19. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -\frac{3}{2}x^2$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = 2x^2 - x$

$\textcircled{\text{㉣}} \ -3(x+2)^2$

$\textcircled{\text{㉤}} \ y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

- $\textcircled{\text{①}} \ 1 < |a| < \frac{1}{2}$
- $\textcircled{\text{②}} \ 1 < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{③}} \ 1 < |a| < \frac{5}{2}$
- $\textcircled{\text{④}} \ \frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{⑤}} \ \frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
 a 의 절댓값을 각각 구하면
 $\textcircled{\text{㉠}} \ \frac{3}{2} \ \textcircled{\text{㉡}} \ \frac{1}{2} \ \textcircled{\text{㉢}} \ 2 \ \textcircled{\text{㉣}} \ 3 \ \textcircled{\text{㉤}} \ 1$ 이므로 폭이 넓은 순서는 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
 $\textcircled{\text{④}} \ 1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

20. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

- ① $(-1, -1)$
- ② $(-1, -2)$
- ③ $(1, 1)$
- ④ $(1, 2)$
- ⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a - 1)$ 을 지나므로 $y = 4(x - a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

21. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0, k < -5$ 이다.

22. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

23. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가

1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

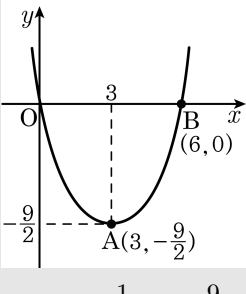
$\therefore a = \frac{1}{2}$

24. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 의 꼭지점을 A, 원점을 O, 점 O의 포물선의
축에 대하여 대칭인 점을 B 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

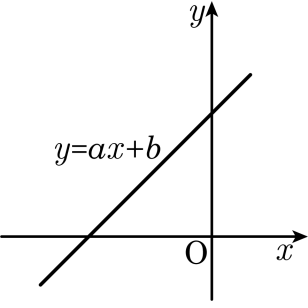
▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

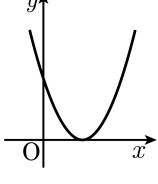


$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$

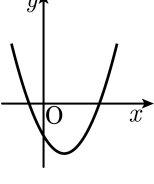
25. 다음 보기는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = bx^2 - ax - ab$ 의 그래프는?



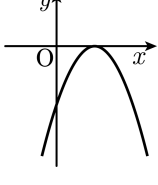
①



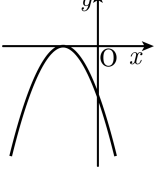
②



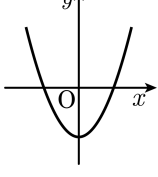
③



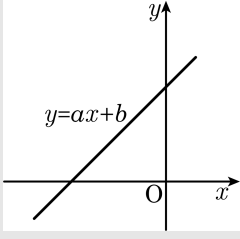
④



⑤



해설



의 그래프는 오른쪽 위로 향하므로 기울

기도 양수이고 y 절편이 양수이다.
따라서 $a > 0$, $b > 0$ 이므로 $y = bx^2 - ax - ab$ 에서 $b > 0$ 이므로
아래로 볼록하고,
 $\frac{a}{b} > 0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 있고, $-ab < 0$ 이므로 y
절편이 음수인 그래프이다.